MAFY-VALMENNUS

MAFYNETTI

Valmistaudu pitkän- tai lyhyen matematiikan kirjoituksiin ilmaiseksi Mafynetti-ohjelmalla!

- Harjoittelu tehdään aktiivisesti tehtäviä ratkomalla. Tehtävät kattavat kaikki yo-kokeessa tarvittavat asiat.
- Lasket kynällä ja paperilla, mutta Mafynetti opettaa ja neuvoo videoiden ja ratkaisujen avulla.
- Mafynetti huolehtii kertauksesta, joten et unohda oppimiasi asioita.
- Mafynetti on nyt kokonaan ilmainen!

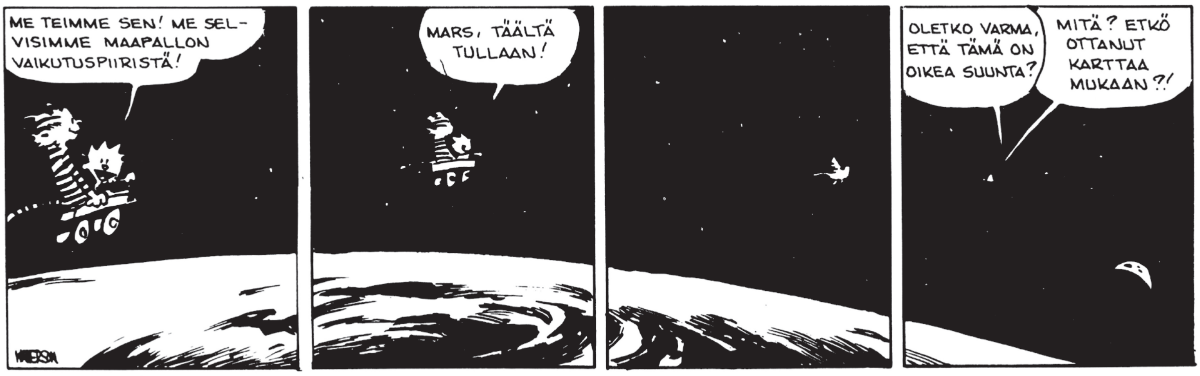
Lataa ilmaiseksi mafyvalmennus.fi/mafynetti

YLIOPPILASTUTKINTO-
LAUTAKUNTA

FYSIIKAN KOE
19.9.2011

Enintään 8 tehtävään saa vastata. Tehtävät arvostellaan pistein 0–6, paitsi muita vaativammat, +:lla merkityt jokeritehtävät, jotka arvostellaan pistein 0–9. Moniosaisissa, esimerkiksi a-, b- ja c-kohdan sisältävissä tehtävissä voidaan erikseen ilmoittaa eri alakohtien enimmäispistemäärät.

1. Sarjakuvassa Lassi ja Leevi seikkailevat avaruudessa. Esitä neljä perusteltua syytä, miksi kuvattu toiminta ei ole mahdollista avaruudessa vallitsevissa fysikaalisissa olosuhteissa.



Bill Watterson, *Lassi ja Leevi juhlakirja* (suom. Juhani Walli), 1995

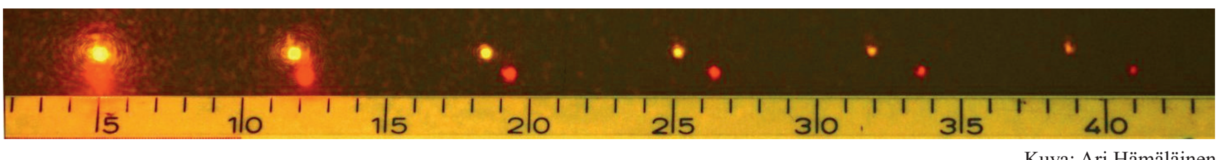
2. Luiden kimmoisuus vähenee ihmisen ikääntyessä. Luun kimmoisuutta voidaan tutkia kuormittamalla luuta erilaisilla voimilla ja mittaamalla luun venymä tai taipuma. Kohtuullisilla kuormituksilla luu noudattaa Hooken lakia $\sigma = E\varepsilon$, jossa σ on jännitys, E on luun kimmokerroin ja ε on suhteellinen venymä. Oheisessa taulukossa on eräässä kokeessa mitatut reisiluun suhteelliset venymät ja vastaavat jännitykset.

σ (MN/m^2)	0,0	5,00	10,0	15,0	20,0	25,0	30,0	35,0
ε	0,0	0,00031	0,00063	0,00094	0,0013	0,0016	0,0019	0,0022

a) Piirrä jännitys suhteellisen venymän funktiona.
b) Määritä kuvaajan avulla reisiluun kimmokerroin.

3. a) Monen ravintoaineen ominaislämpökapasiteetti voidaan arvioida olettamalla, että se koostuu pääosin vedestä. Arvioi 1,8 kg:n hauen lämpökapasiteetti.
b) Mikroaaltouunissa kuumennetaan 2,0 dl kylmää vettä 750 W:n teholla 30 s:n ajan. Kuinka paljon veden lämpötila nousee?
c) Pakastimessa 1,8 dl huoneenlämpöistä (+20 °C) vettä pakastetaan jääkuutioiksi, joiden lämpötila on –18 °C. Kuinka paljon lämpöenergiaa on poistettava vedestä?

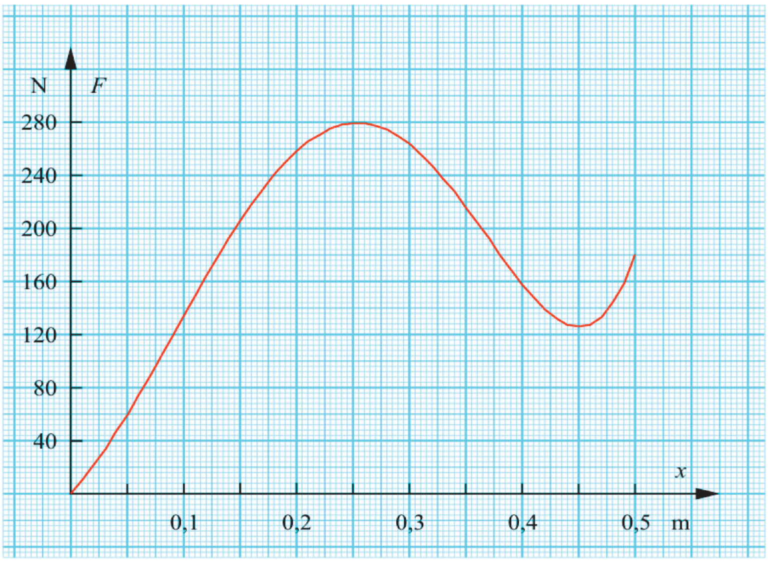
4. Yhdensuuntaiset punainen ja keltainen lasersäde osuvat kohtisuorasti tasohilaan. Kuva esittää hilan tason suuntaiselle varjostimelle muodostuvia diffraktiokuvioita. Nollannen kertaluvun maksimit (keskusmaksimit) ovat äärimmäisinä vasemmalla. Kuvassa näkyy senttimetriasteikko. Punaisen laservalon aallonpituus on 632,8 nm ja hilan etäisyys varjostimesta 139 cm.



Kuva: Ari Hämäläinen

a) Määritä hilavakio kuvan avulla.
b) Laske keltaisen laservalon aallonpituus.

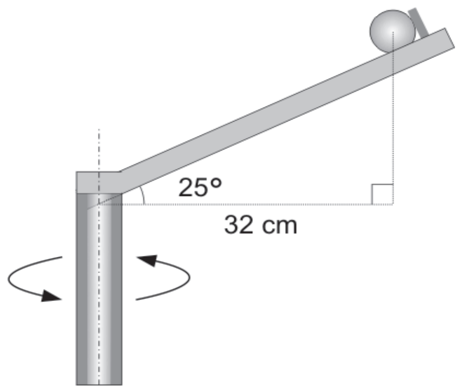
5. Taljajousessa on väkipyöräjärjestelmä, joka pienentää jousen jännittämiseen tarvittavaa voimaa vedon loppuvaiheessa. Kuvaaja esittää voiman riippuvuutta vetopituudesta eräälle taljajouselle.



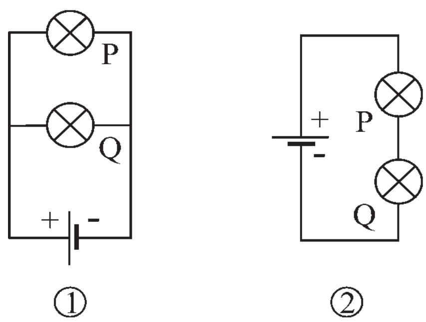
<http://nageen.com/shop/images/arch_mansonik.gif>. Luettu 22.9.2010.

a) Kuinka suuren työn ampuja tekee, kun hän jännittää jousen 45 cm:n vetopituuteen?
b) Jousella ammuttiin 31,5 g:n massainen nuoli, jonka lähtönopeudeksi mitattiin 63 m/s. Kuinka suuri osuus jousen jännittämiseen tehdystä työstä muuttui nuolen liike-energiaksi?

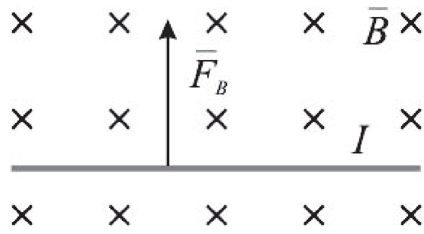
6. Teräskuula on kuvan esittämällä tavalla kaltevassa kourussa, joka pyörii pystysuoran akselin ympäri. Laite pyörii aluksi niin nopeasti, että kuula nojaa kourun yläpäässä olevaan tappiin. Kulmanopeus alkaa hitaasti laskea. Tietyllä kulmanopeudella kuula irtoaa tapista. Kuulan ja kourun välinen kitka ja vierimisvastus voidaan jättää huomiotta.
a) Piirrä kuvio, josta ilmenevät kuulaan vaikuttavat voimat hetkellä, jolloin kuula on juuri irronnut tapista.
b) Laske laitteen kulmanopeus kuulan irtoamishetkellä.



7. Piireissä 1 ja 2 on kaksi polttimoa Q ja P kytketty paristoon oheisten kytkentäkaavioiden osoittamalla tavalla. Polttimon P hehkulanka palaa poikki. Mitä tällöin tapahtuu seuraaville suureille piireissä 1 ja 2:
a) piirissä kulkeva sähkövirta,
b) polttimon Q napajännite,
c) paristosta otettu teho?
Perustele vastauksesi.



8. Pitkä suora johdin on paikallaan homogeenisessa magneettikentässä kohtisuorassa kentän suuntaan nähden. Johtimessa kulkevan sähkövirran voimakkuus on 25 A. Johtimen 51 cm:n pituiseen osaan vaikuttaa 17 mN:n suuruinen magneettinen voima kuvan mukaisesti.
   a) Mihin suuntaan sähkövirta kulkee johtimessa? (1 p.)
   b) Kuinka suuri on kentän magneettivuon tiheys? (2 p.)
   c) Asetetaan johtimen kanssa yhdensuuntaiseksi toinen johdin, jossa kulkee yhtä suuri sähkövirta samaan suuntaan. Johtimien välinen etäisyys on 5,0 cm. Piirrä kuva, josta ilmenevät johtimien toisiinsa kohdistamien voimien suunnat. Laske näiden voimien suuruudet pituusyksikköä kohden. (3 p.)

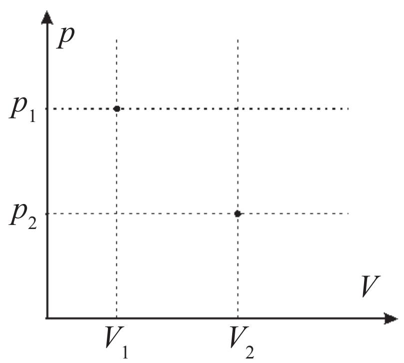


9. Palovaroittimessa on α-aktiivista ^{241}Am-isotooppia, jonka hajoamisreaktio on

$$^{241}_{95}\mathrm{Am} \rightarrow {}^{237}_{93}\mathrm{Np} + {}^{4}_{2}\mathrm{He}$$

   a) Palovaroittimen ^{241}Am-aktiivisuus on 38 kBq. Kuinka monta grammaa ^{241}Am-isotooppia varoittimessa on?
   b) Varoitin lakkaa toimimasta, jos sen aktiivisuus laskee alle 25 kBq:n. Kuinka pitkä aika tähän kuluu?
   c) Laske alfahiukkasen kineettinen energia ^{241}Am-isotoopin alfahajoamisessa.
   ^{241}Am-isotoopin puoliintumisaika on 432 a ja sen atomimassa 241,05682 u.

10. a) Piirrä kaasun (i) isokoorisen, (ii) isobaarisen ja (iii) isotermisen termodynaamisen prosessin *Vp*-kuvaajat. Merkitse kuvaajiin nuolilla se prosessin suunta, jossa kaasu ottaa vastaan lämpöä. Perustele.
   b) Miten isokoorinen, isobaarinen ja isoterminen prosessi on yhdistettävä (järjestys ja suunta), jotta tilojen (V_1, p_1) ja (V_2, p_2) välillä toimivassa kiertoprosessissa työ on mahdollisimman suuri? Piirrä kiertoprosessi *Vp*-kuvaajaan.

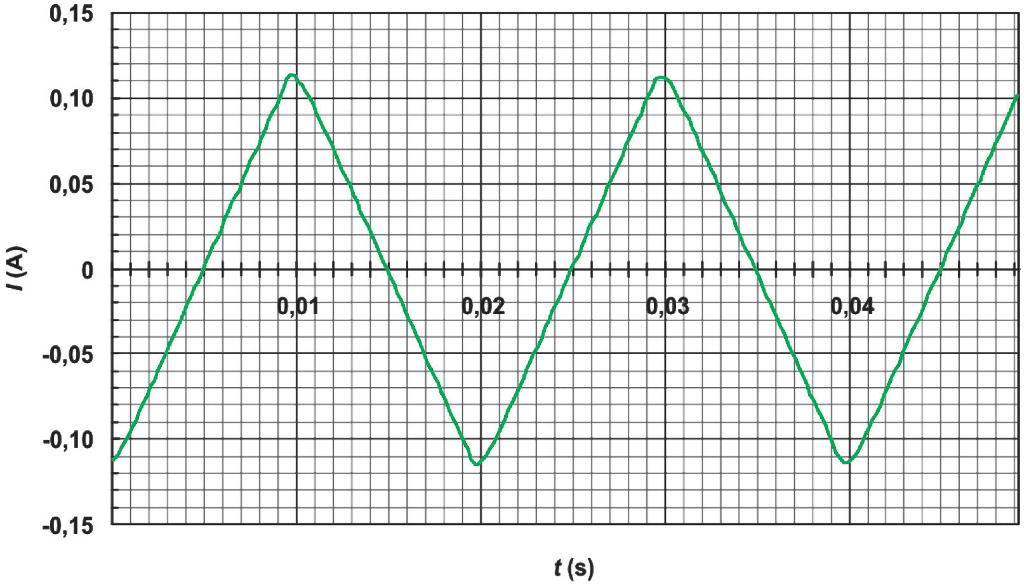


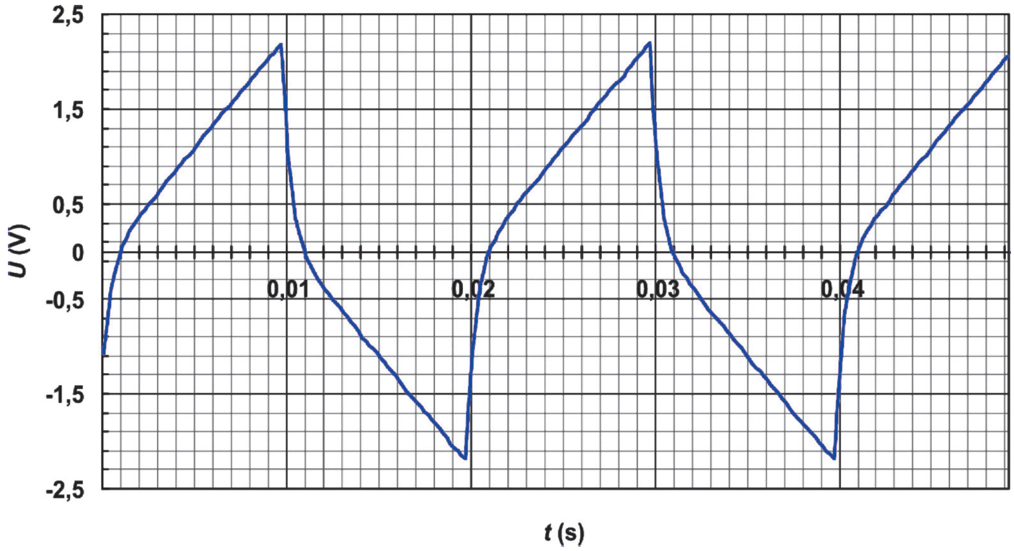
11. Erään teorian mukaan dinosaurusten häviäminen johtui maapalloon noin 65 miljoonaa vuotta sitten törmänneestä asteroidista. Oletetaan, että asteroidin massa oli $1{,}0 \cdot 10^{15}$ kg, törmäysnopeus Maahan nähden oli 29 km/s, ja törmäyksen jälkeen asteroidi jäi Maan kuoren sisään.
   a) Kuinka suuren muutoksen maapallon ratanopeuteen törmäys aiheutti, jos oletetaan, että törmäys tapahtui Maan säteen suunnassa? Voit tarkastella törmäystä koordinaatistossa, jossa Maa on levossa. Oliko muutos ratanopeuteen merkittävä?
   b) Oletetaan, että samanlainen asteroidi samalla törmäysnopeudella osuu Kuuhun lähes pinnan suuntaisesti ja jää Kuun pintaan. Asteroidin rataliikkeen pyörimismäärä Kuun keskipisteen suhteen ennen törmäystä saadaan lausekkeesta $L_a = Rm_a v_a$, jossa R on Kuun säde, m_a on asteroidin massa ja v_a on asteroidin nopeus. Oletetaan Kuu homogeeniseksi palloksi. Kuinka paljon Kuun pyörimisen kulmanopeus muuttuisi törmäyksen johdosta?

+12. a) Itseinduktio (2 p.)

b) Käämien tekniset sovellukset (2 p.)

c) Käämin läpi kulkee ylemmän kuvaajan mukainen lineaarisesti muuttuva sähkövirta. Alempi kuvaaja esittää käämin napajännitettä samalla aikavälillä. Määritä kuvaajien perusteella käämin induktanssi ja resistanssi. (5 p.)





+13. Kesäisiin sääilmiöihin kuuluvat mm. matala- ja korkeapaineiden vaihtelut, merituulet rannikoilla ja ukonilmat.

a) Miten syntyvät matalapaineen alueet ja korkeapaineen alueet? (2 p.)

b) Kesäaamuina on usein tyyntä, mutta auringon noustessa korkeammalle alkaa rannikon läheisyydessä puhaltaa ns. merituuli. Selitä, miten merituuli syntyy. (2 p.)

c) Ukonilmalla saattaa Suomessakin sataa suuria rakeita, jotka vaurioittavat esimerkiksi autoja. Kuinka suuren keskimääräisen voiman korkealta putoava rae, jonka halkaisija on 4,5 cm, aiheuttaa auton peltipintaan? Oletetaan, että törmäys kestää 3,2 ms ja että rae pomppaa takaisin nopeudella 0,5 v, missä v on törmäysnopeus. Putoavaan rakeeseen vaikuttava ilmanvastus saadaan lausekkeesta $F = \frac{1}{2} c_\mathrm{w} A \rho v^2$, jossa c_w on kappaleen muodosta riippuva vastuskerroin, A on poikkipinta-ala liikesuuntaa vastaan, ρ on ilman tiheys ja v rakeen nopeus. Pallonmuotoisen rakeen vastuskerroin on 0,5. (5 p.)

Arviomme tehtävien pisteytyksestä
on merkitty sinisellä tekstillä

Fysiikka, syksy 2011

Mallivastaukset, 19.9.2011

Mallivastausten laatimisesta ovat vastanneet filosofian maisteri Teemu Kekkonen ja diplomi-insinööri Antti Suominen. Teemu Kekkonen on opettanut lukiossa viiden vuoden ajan fysiikkaa sekä pitkää ja lyhyttä matematiikkaa. Hän on tarkastanut fysiikan ja matematiikan yo-kokeita koko tämän ajan. Teemu Kekkonen ja Antti Suominen toimivat opettajina MA-FY Valmennuksessa. Nämä mallivastaukset ovat MA-FY Valmennuksen omaisuutta.

MA-FY Valmennus on Helsingissä toimiva, matematiikan ja fysiikan valmennuskursseihin erikoistunut yritys. Palveluitamme ovat

- TKK-pääsykoekurssit
- Arkkitehtuuriosastojen pääsykoekurssit
- yo-kokeisiin valmentavat kurssit
- yksityisopetus

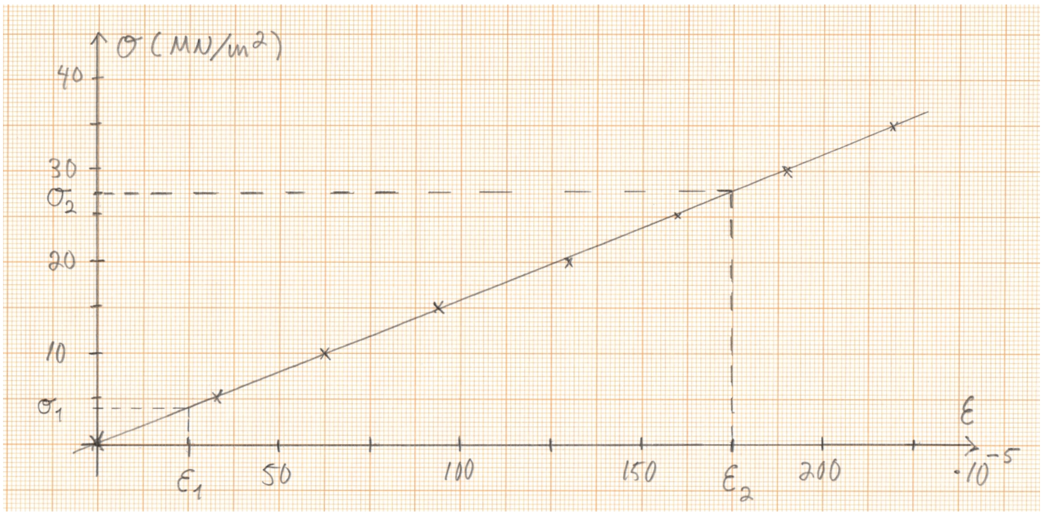
Vuoden 2010 keväästä alkaen olemme julkaisseet internet-sivuillamme kaiken palautteen, jonka asiakkaat antavat kursseistamme. Näin varmistamme, että palveluistamme kiinnostuneilla ihmisillä on mahdollisuus saada tarkka ja rehellinen kuva siitä, mitä meiltä voi odottaa.

MA-FY Valmennuksen yhteystiedot:

internet:	www.mafyvalmennus.fi
s-posti:	info@mafyvalmennus.fi
puhelin:	(09) 3540 1373

1. Ihmisen täytyy hengittää, eli saada keuhkoihinsa happipitoista kaasua pysyäkseen hengissä. Avaruudessa, kuvatulla etäisyydellä maapallosta, on korkeintaan merkityksettömän pieni määrä happea, joten hengittäminen ei ole mahdollista ja Lassi ei säilyisi elävänä kovin pitkää aikaa. 1,5 p
Keskustelu avaruudessa ei ole mahdollista, koska ääni on mekaanista aaltoliikettä, joka tarvitsee edetäkseen väliaineen, jota avaruudessa ei ole. Maapallon pinnan lähellä oleva ilmakehä toimii tarvittavana väliaineena, kun ihmiset puhuvat maapallon pinnalla. 1,5 p (3 p)
Avaruudessa ihmisen ja (pehmo)tiikerin ympärillä on niin vähän kaasumolekyylejä, että siellä vallitseva paine on lähes nolla. Näin ollen myös ihmisen kehon sisällä vallitseva paine pyrkii laskemaan nollaan, mikä aiheuttaa sen, että kehossa oleva vesi ja siihen liuenneet muut aineet alkavat höyrystymään. Ihminen ei pysty selviytymään tällaisissa oloissa kovin pitkään. 1,5 p (4,5 p)
(Tarkempi selitys, jota tuskin edellytetään täysien pisteiden saamiseksi: Ihminen voi kestää tällaisia oloja noin puoli minuuttia ilman pysyviä vaurioita, koska solujen sisälle kehittyvä höyry nostaa solun sisäisen paineen, mikä lopulta pysäyttää aineiden höyrystymisen solun sisällä ilman, että solun seinämät hajoaisivat. Ilmiö näkyy kuitenkin päällepäin ihmisen pehmeiden kudosten tilavuuden kasvaessa jo noin 10 sekunnin kuluttua altistumisesta, mitä Lassille ei kuvan perusteella ole tapahtunut. Myös solujen hapen saanti heikkenee, ja ihminen menettää tajuntansa noin 15 sekunnissa. Arvioidut ajat perustuvat NASA:n kokeissa sattuneista onnettomuuksista ja eläinkokeista saatuihin tietoihin. Ks. `http://imagine.gsfc.nasa.gov/docs/ask_astro/answers/970603.html`)
Ihmisen kehon ja kehon pintaosien lämpötila ei pysy avaruudessa kovin pitkää aikaa sellaisena, että eläminen olisi mahdollista. Suoraan ihmiseen osuva auringon lämpösäteily nostaa kehon pintalämpötilan hyvin korkeaksi, kun ilmakehä ei ole vaimentamassa säteilyn intensiteettiä. Toisaalta, mikäli Lassi on maapallon varjoisalla puolella, jossa Lassiin osuu ainoastaan esimerkiksi kuusta heijastuvaa auringon säteilyä, niin silloin Lassin kehon lämpötila laskee liian alhaiseksi. Tällöin lämpö poistuu kehosta lämpösäteilynä, eikä keho vastaanota merkittävää määrää lämpösäteilyä muualta avaruudesta. Suoraan ihoon osuva auringon ultraviolettisäteily aiheuttaa ihon palamisen. Lämpötilan nousu tai lasku vaaralliselle tasolle tai ihon vakava palaminen eivät tosin ehdi tapahtua kuvasarjassa esitetyn keskustelun aikana, mutta pian sen jälkeen. 1,5 p (6 p)

2. a) Piirretään mittaustulokset (ε, σ)-koordinaatistoon.



Koordinaatisto ja pisteet 1 p
Käyrän sovitus 2 p (3 p)

b) Hooken lain mukaisesti

$$\sigma = E\varepsilon,$$

joten kimmokerroin E saadaan suoran $\sigma = E\varepsilon$ kulmakertoimena.

$$E = \frac{\sigma_2 - \sigma_1}{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}.$$ 1 p (4 p)

Luetaan kuvaajasta arvot.

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= 25 \cdot 10^{-5}, & \sigma_1 &= 4\,\mathrm{MN/m^2} \\ \varepsilon_2 &= 175 \cdot 10^{-5}, & \sigma_2 &= 28\,\mathrm{MN/m^2} \end{aligned}$$ 1 p (5 p)

Lasketaan kulmakertoimen arvo.

$$E = \frac{28\,\mathrm{MN/m^2} - 4\,\mathrm{MN/m^2}}{175 \cdot 10^{-5} - 25 \cdot 10^{-5}} = 16\,000\,\mathrm{MN/m^2}$$

Vastaus: Reisiluun kimmokerroin on $16\,000\,\mathrm{MN/m^2}$. 1 p (6 p)

3. a) Vastaavan vesimäärän lämpökapasiteetti on

$$\begin{aligned} C &= cm \\ &= 4{,}18\,\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg}\cdot\mathrm{K}}\cdot 1{,}8\,\mathrm{kg} \qquad \textcolor{blue}{\text{1 p}} \\ &= 7{,}524\,\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{K}} \\ &\approx 7{,}5\,\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{K}} \end{aligned}$$

Vastaus: Hauen lämpökapasiteetti on 7,5 kJ/K. 1 p (2 p)

b) Mikroaaltouunin tekemä lämmitystyö on yhtä suuri kuin veden vastaanottama lämpö.

$$\begin{aligned} W &= Q \\ P\theta &= cm\Delta t \quad \| : (cm) \\ \Delta t &= \frac{P\theta}{cm} \qquad \text{1 p (3 p)} \\ \Delta t &= \frac{750\,\mathrm{W}\cdot 30\,\mathrm{s}}{4180\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg}\cdot{}^\circ\mathrm{C}}\cdot 0{,}20\,\mathrm{kg}} \\ \Delta t &= 26{,}913\ldots\,{}^\circ\mathrm{C} \\ \Delta t &\approx 27\,{}^\circ\mathrm{C} \end{aligned}$$

Vastaus: Veden lämpötila nousee 27 °C. 1 p (4 p)

c) Q_1 on lämpö, joka poistetaan vedestä, kun se jäähtyy 0 °C:ksen lämpötilaan.
Q_2 on lämpö, joka poistetaan veden jäädyttämiseksi.
Q_3 on lämpö, joka poistetaan, kun jäätynyt vesi jäähtyy −18 °C:ksen lämpötilaan.

Poistettava lämpö on yhteensä

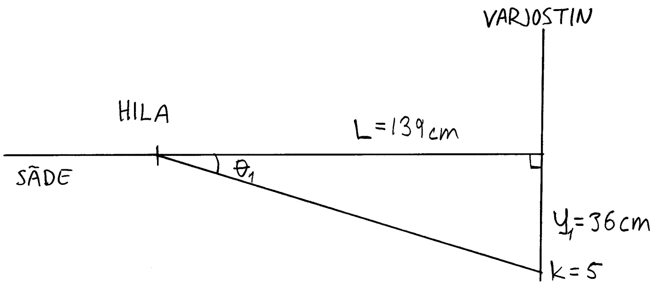
$$\begin{aligned} Q &= Q_1 + Q_2 + Q_3 \\ &= c_v m\Delta t_1 + sm + c_j m\Delta t_2 \qquad \text{1 p (5 p)} \\ &= 4{,}18\,\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg}\cdot{}^\circ\mathrm{C}}\cdot 0{,}18\,\mathrm{kg}\cdot 20\,{}^\circ\mathrm{C} + 333\,\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg}}\cdot 0{,}18\,\mathrm{kg} \\ &\quad + 2{,}09\,\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg}\cdot{}^\circ\mathrm{C}}\cdot 0{,}18\,\mathrm{kg}\cdot 18\,{}^\circ\mathrm{C} \\ &= 81{,}7596\,\mathrm{kJ} \\ &\approx 82\,\mathrm{kJ} \end{aligned}$$

Vastaus: Lämpöenergiaa on poistettava 82 kJ. 1 p (6 p)

4. a) Punaisen valon aallonpituus on $\lambda_p = 632{,}8 \cdot 10^{-9}\,\mathrm{m}$. Hilan etäisyys varjostimesta on $L = 139\,\mathrm{cm}$. Luetaan tehtävänannon kuvasta viidennen punaisen sivumaksimin etäisyys päämaksimista.

$$y_1 = 41\,\mathrm{cm} - 5\,\mathrm{cm} = 36\,\mathrm{cm}$$

Piirretään kuva tilanteesta.



Määritetään kulma θ.

$$\begin{aligned}
\tan\theta_1 &= \frac{y_1}{L} \\
\tan\theta_1 &= \frac{36\,\mathrm{cm}}{139\,\mathrm{cm}} \\
\theta_1 &= 14{,}520\ldots^\circ
\end{aligned}$$

1 p

Ratkaistaan hilavakio hilayhtälöstä.

$$\begin{aligned}
d\sin\theta_1 &= k\lambda \quad \| : \sin\theta_1 \\
d &= \frac{k\lambda}{\sin\theta_1} \\
d &= \frac{5 \cdot 632{,}8 \cdot 10^{-9}}{\sin 14{,}520\ldots^\circ} \\
d &= 1{,}261\ldots \cdot 10^{-5}\,\mathrm{m} \\
d &= 0{,}0126\ldots\,\mathrm{mm}
\end{aligned}$$

1 p (2 p)

Hilavakio on tällöin

$$D = \frac{1}{d} = \frac{1}{0{,}0126\ldots\,\mathrm{mm}} = 79{,}241\ldots\,\frac{1}{\mathrm{mm}} \approx 79\,\frac{1}{\mathrm{mm}}.$$

Vastaus: Hilan hilavakio on $79\,\frac{1}{\mathrm{mm}}$.

1 p (3 p)

Huomautus! Yleensä hilavakio ilmoitetaan yksikössä $\frac{1}{\mathrm{mm}}$. Vastaukseksi kelpaa myös ”Hilavakio on $d = 1{,}3 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{m}$.”

b) Luetaan tehtävänannon kuvasta viidennen keltaisen sivumaksimin etäisyys päämaksimista.

$$y_2 = 39\,\text{cm} - 5\,\text{cm} = 34\,\text{cm}$$

Määritetään kulma θ kuten a-kohdassa.

$$\begin{aligned}
\tan\theta_2 &= \frac{y_2}{L} \\
\tan\theta_2 &= \frac{34\,\text{cm}}{139\,\text{cm}} \\
\theta_2 &= 13{,}744\ldots^\circ
\end{aligned}$$

1 p (4 p)

Nyt voidaan ratkaista keltaisen valon aallonpituus hilayhtälöstä.

$$\begin{aligned}
d\sin\theta_2 &= k\lambda \quad \| : k \\
\lambda &= \frac{d\sin\theta_2}{k} \\
\lambda &= \frac{1{,}261\ldots\cdot 10^{-5}\,\text{m}\cdot\sin 13{,}744\ldots^\circ}{5} \\
\lambda &= 5{,}996\ldots\cdot 10^{-7}\,\text{m} \\
&= 599{,}6\cdot 10^{-9}\,\text{m} \\
&\approx 600\,\text{nm}
\end{aligned}$$

1 p (5 p)

Vastaus: Keltaisen valon aallonpituus on 600 nm. 1 p (6 p)

5. a) Arvio ampujan tekemälle työlle saadaan (x, F)-kuvaajasta käyrän ja x-akselin väliin jäävänä pinta-alana graafisella integroinnilla välillä $[0\,\mathrm{m}; 0{,}45\,\mathrm{m}]$. Lasketaan käyrän alle jäävät kokonaiset ruudut.

$$N_{\mathrm{kok}} = 32$$

Lasketaan niiden ruutujen määrä, jotka osuvat käyrään.

$$N_{\mathrm{puol}} = 18$$

Nyt saadaan arvio käyrän alle jäävien ruutujen määrästä.

$$N = N_{\mathrm{kok}} + \frac{N_{\mathrm{puol}}}{2} = 32 + \frac{18}{2} = 41$$ 1 p

Yksi ruutu vastaa työtä, jonka suuruus on

$$W_{\mathrm{r}} = 40\,\mathrm{N} \cdot 0{,}05\,\mathrm{m} = 2\,\mathrm{J}.$$ 1 p (2 p)

Jännityksessä tehty työ on

$$W = N \cdot W_{\mathrm{r}} = 41 \cdot 2\,\mathrm{J} = 82\,\mathrm{J}$$

Vastaus: Ampujan tekemä työ on 82 J. 1 p (3 p)

Huomautus lukijalle: Käyrän alle jäävää pinta-alaa arvioitaessa käytettävän ruudun koon voi itse valita. Tässä mallivastauksessa laskettiin kokonaisia $1\,\mathrm{cm} \times 1\,\mathrm{cm}$ ruutuja, mutta toinen järkevä valinta on neljäsosaruutu. Tämän pienempää ruutua ei kannata valita, koska laskusta tulee tarpeettoman työläs. $1\,\mathrm{cm} \times 1\,\mathrm{cm}$ ruutua suurempi ruutu taas voisi tuottaa liian epätarkan tuloksen.

b) Nuolen lähtönopeus on $v_0 = 63\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$.
Nuolen massa on $m = 31{,}5\,\mathrm{g} = 31{,}5 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{kg}$.
Nuolen liike-energia on

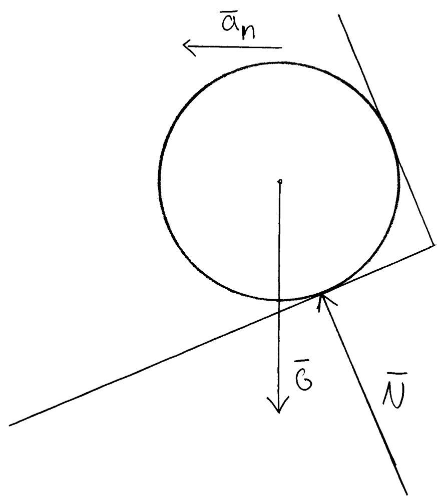
$$E_k = \frac{1}{2} m v_0^2.$$ 1 p (4 p)

Lasketaan liike-energian ja jännitykseen tehdyn työn suhde.

$$\begin{aligned}\frac{E_k}{W} &= \frac{\frac{1}{2} m v_0^2}{82\,\mathrm{J}} \\ &= \frac{\frac{1}{2} \cdot 31{,}5 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{kg} \cdot \left(63\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2}{82\,\mathrm{J}} \\ &= 0{,}762\ldots \\ &\approx 76\,\%\end{aligned}$$ 1 p (5 p)

Vastaus: Jännittämiseen tehdystä työstä 76 % muuttuu nuolen liike-energiaksi. 1 p (6 p)

6. a) Juuri pallon irrottua siihen vaikuttavat voimat ovat kourun tukivoima $\overline{N}$ ja kuulan painovoima $\overline{G}$. Tehtävänannossa sanotaan, että kulmanopeus alkaa hitaasti laskea. Tällöin kulmanopeuden muutoksen aiheuttama kuulan tangenttikiihtyvyys on pieni ja se voidaan jättää huomioimatta. Kuulalla on irtoamisen jälkeen keskeiskiihtyvyys, jonka suunta on vaakasuora ja kohti pyörimisakselia. 1 p

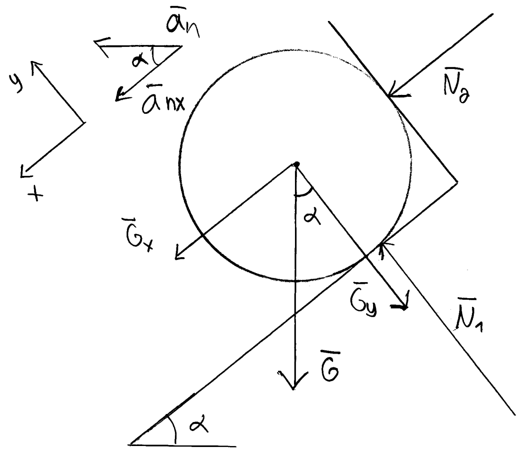


2 p (3 p)

b)

Ratkaisuvaihtoehto 1

Piirretään kuulaan vaikuttavat voimat ennen sen irtoamista.



Hetkellä, jolla kuula irtoaa tapista, voima $\overline{N}_2$ häviää. Liikeyhtälö on silloin

$$\overline{G}_x = m\bar{a}_{nx},$$

skalaareina

$$G_x = ma_{nx}. \tag{1}$$

Toisaalta

$$G_x = \sin\alpha mg \tag{2}$$

ja

$$a_n = \frac{v^2}{r} = \frac{(\omega r)^2}{r} = \omega^2 r,$$ 1 p (4 p)

missä ω on kulmanopeus. Tällöin keskeiskiihtyvyyden x-komponentti on

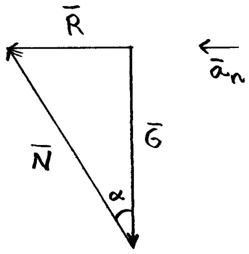
$$\begin{aligned} a_{nx} &= \cos\alpha a_n \\ a_{nx} &= \cos\alpha\omega^2 r \end{aligned} \tag{3}$$

Sijoitetaan (2) ja (3) yhtälöön (1).

$$\begin{aligned} \sin\alpha mg &= m\cos\alpha\omega^2 r \quad \| : m\cos\alpha\cdot r \\ \omega^2 &= \frac{\sin\alpha g}{\cos\alpha r} \\ \omega &= \pm\sqrt{\frac{\tan\alpha g}{r}} \\ \omega &= \sqrt{\frac{\tan 25^\circ\cdot 9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}{0{,}32\,\mathrm{m}}} \\ \omega &= 3{,}7809\ldots\,\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}} \\ &\approx 3{,}8\,\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}} \end{aligned}$$ 1 p (5 p)

Vastaus: Laitteen kulmanopeus irtoamishetkellä on $3{,}8\,\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}$. 1 p (6 p)

RATKAISUVAIHTOEHTO 2



a-kohdan vapaakappalekuvan voimista saadaan yllä oleva vektorikuvio, jossa $\overline{R}$ on kuulaan vaikuttava voimaresultantti.

$$R = G\tan\alpha$$
$$R = mg\tan\alpha \qquad \text{1 p (4 p)}$$

Liikeyhtälö

$$\overline{R} = m\bar{a}_n$$
$$R = ma_n$$
$$\cancel{m}g\tan\alpha = \cancel{m}\frac{v^2}{r} \qquad \text{1 p (5 p)}$$
$$g\tan\alpha = \omega^2 r$$
$$\omega = \sqrt{\frac{g\tan\alpha}{r}}$$
$$= \sqrt{\frac{9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\cdot\tan 25^\circ}{0{,}32\,\mathrm{m}}}$$
$$= 3{,}7809\ldots\ \mathrm{rad/s}$$
$$\approx 3{,}8\,\mathrm{rad/s}$$

Vastaus: $\underline{\underline{3{,}8\,\mathrm{rad/s}}}$ 1 p (6 p)

7. a) Virta lakkaa kulkemasta piirissä 2 polttimon P hajottua, koska piiristä 2 tulee silloin avoin. 1 p

Tarkastellaan seuraavaksi piiriä 1. Ennen polttimon P hajoamista polttimot P ja Q on kytketty paristoon rinnan. Polttimon P hajottua virta kulkee ainoastaan polttimon Q kautta, joten hajoamisen jälkeen paristoon on kytkettynä ainoastaan polttimo Q. Yksittäisen lampun resistanssi on suurempi kuin rinnan kytkettyjen lamppujen. Koska piirin resistanssi kasvaa ja lähdejännite pysyy muuttumattomana, niin jännitelähteen kautta kulkeva virta piirissä 1 pienenee. 1 p (2 p)

b) Piirissä 2 polttimon Q jännite laskee nollaan polttimon P hajottua, koska polttimon Q läpi ei enää kulje sähkövirtaa. Alkutilanteessa polttimon Q napajännite piirissä 2 saadaan Ohmin laista: $U_Q = R_Q I$. 1 p (3 p)

Tarkastellaan seuraavaksi piiriä 1. a-kohdassa todettiin, että jännitelähteen kautta kulkeva virta pienenee. Paristolla on sisäinen vastus, joten pariston napajännite riippuu virrasta kaavan $U = E - R_s I$ mukaisesti. Koska virta pienenee, ja lähdejännite sekä sisäinen vastus pysyvät muuttumattomina, niin edellisen kaavan perusteella pariston napajännite kasvaa. Koska polttimo Q on kytketty rinnan pariston kanssa, niin polttimon napajännite on aina yhtä suuri kuin pariston napajännite. Sen vuoksi myös polttimon Q napajännite kasvaa piirissä 1. 1 p (4 p)

c) Polttimon P hajottua piirissä 2 ei kulje enää virtaa, joten polttimoiden kuluttama teho ja näin ollen myös paristosta otettu teho putoaa nollaan. 1 p (5 p)

Kuten a-kohdassa todettiin, piirin 1 resistanssi kasvaa. Paristosta otettu teho on $P = E^2/R$. Koska lähdejännite säilyy muuttumattomana ja resistanssi kasvaa, niin paristosta otettu teho vähenee piirissä 1. 1 p (6 p)

Huom! Luultavasti b-kohdasta saa täydet pisteet myös lähtemällä siitä, että sisäinen resistanssi on pieni ja se jätetään huomiotta. Tällä oletuksella päädytään siihen, että jännite pysyy muuttumattomana piirissä 1, eli vastauksesta tulee erilainen.

8. a) Oikean käden säännön mukaisesti virta kulkee kuvan tilanteessa vasemmalta oikealle. 1 p

b) Alkuarvot ovat

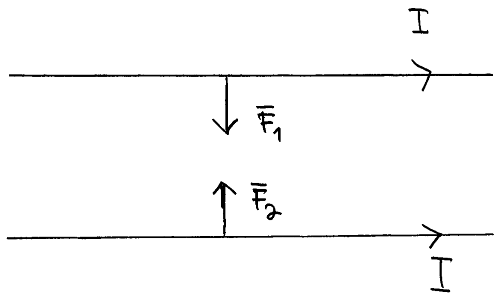
$$I = 25\,\text{A}$$
$$F_m = 17 \cdot 10^{-3}\,\text{N}$$
$$l = 0{,}51\,\text{m}$$

Virtajohtimeen kohdistuvan magneettisen voiman suuruus magneettikentässä on

$$F_m = IlB \quad \| : Il$$
$$B = \frac{F_m}{Il} \qquad \text{1 p (2 p)}$$
$$B = \frac{17 \cdot 10^{-3}\,\text{N}}{25\,\text{A} \cdot 0{,}51\,\text{m}} = 0{,}001333\ldots\,\text{T} \approx 1{,}3\,\text{mT}$$

Vastaus: Magneettivuon tiheys on 1,3 mT. 1 p (3 p)

c) Samaan suuntaan kulkevat virrat aiheuttavat johtimien ympärille magneettikentät. Näiden magneettikenttien vaikutuksesta johtimiin kohdistuvat voimat, jotka vetävät johtimia toisiaan kohti.



1 p (4 p)

Voimat $\overline{F}_1$ ja $\overline{F}_2$ ovat Newtonin III lain mukaisesti yhtä suuret.
Voiman suuruus saadaan Ampèren laista

$$F = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I_1 \cdot I_2}{r} \cdot l,$$

missä r on johdinten etäisyys
l on johtimien pituus,
$I_1 = I_2 = I$ on johtimissa kulkeva virta ja
μ_0 on tyhjiön permeabiliteetti.

Tällöin

$$\begin{aligned} F &= \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I^2}{r} \cdot l \quad \| : l \\ \frac{F}{l} &= \frac{\mu_0 I^2}{2\pi r} \\ \frac{F}{l} &= \frac{1{,}25664 \cdot 10^{-6}\,\frac{\mathrm{H}}{\mathrm{m}} \cdot (25\,\mathrm{A})^2}{2\pi \cdot 0{,}05\,\mathrm{m}} \\ &= 0{,}002500\ldots\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}} \\ &\approx 2{,}5\,\frac{\mathrm{mN}}{\mathrm{m}}. \end{aligned}$$

1 p (5 p)

Vastaus: Voimien suuruudet ovat $2{,}5\,\frac{\mathrm{mN}}{\mathrm{m}}$. 1 p (6 p)

9. a) Atomimassa on $m = 241{,}05682\,\mathrm{u}$.
Puoliintumisaika on $T_{½} = 432\,\mathrm{a} = 432 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600\,\mathrm{s}$.
Aktiivisuus on $A_0 = 38 \cdot 10^3\,\mathrm{Bq}$.
Määritetään ^{241}Am-atomien lukumäärä aktiivisuuden avulla.

$$\begin{aligned} A_0 &= \lambda N && \Big\| \text{sij. } \lambda = \tfrac{\ln 2}{T_{½}} \\ A_0 &= \frac{\ln 2}{T_{½}} \cdot N && \Big\| \cdot \tfrac{T_{½}}{\ln 2} \\ N &= \frac{A_0 \cdot T_{½}}{\ln 2} \end{aligned}$$

1 p

Nyt voidaan laskea massa.

$$\begin{aligned} M &= Nm \\ &= \frac{A_0 \cdot T_{½} m}{\ln 2} \\ &= \frac{38 \cdot 10^3\,\frac{1}{\mathrm{s}} \cdot 432 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600\,\mathrm{s} \cdot 241{,}05682\,\mathrm{u}}{\ln 2} \\ &= 1{,}8003\ldots \cdot 10^{17}\,\mathrm{u} \\ &= 1{,}8003\ldots \cdot 10^{17} \cdot 1{,}6605402 \cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg} \\ &= 2{,}989\ldots \cdot 10^{-10}\,\mathrm{kg} \\ &= 2{,}989\ldots \cdot 10^{-7}\,\mathrm{g} \\ &= 0{,}298\ldots \cdot 10^{-6}\,\mathrm{g} \\ &\approx 0{,}30\,\mathrm{\mu g} \end{aligned}$$

Vastaus: Palovaroittimessa on 0,30 µg ^{241}Am-isotooppia. 1 p (2 p)

b) Minimiaktiivisuus on $A = 25 \cdot 10^3\,\mathrm{Bq}$.

Käytetään hajoamislakia.

$$\begin{aligned}
A &= A_0 e^{-\lambda t} \quad \| : A_0 \\
e^{-\lambda t} &= \frac{A}{A_0} \\
-\lambda t &= \ln \frac{A}{A_0} \quad \| : (-\lambda) \\
t &= \frac{\ln \frac{A}{A_0}}{-\lambda} \quad \Big\| \text{sij. } \lambda = \tfrac{\ln 2}{T_{1/2}} \\
t &= \frac{\ln \frac{A}{A_0}}{-\frac{\ln 2}{T_{1/2}}} \\
t &= \frac{\ln \frac{A}{A_0} \cdot T_{1/2}}{-\ln 2} \qquad \text{1 p (3 p)} \\
t &= \frac{\ln \frac{25\,\cancel{kBq}}{38\,\cancel{kBq}} \cdot 432 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600\,\text{s}}{-\ln 2} \\
t &= 8{,}2295\ldots \cdot 10^9\,\text{s} \\
t &= \frac{8{,}2295\ldots \cdot 10^9}{365 \cdot 24 \cdot 3600}\,\text{a} \\
t &= 260{,}95\ldots\,\text{a} \\
&\approx 260\,\text{a}
\end{aligned}$$

Vastaus: Aktiivisuus laskee 25 kBq:iin 260 vuodessa. 1 p (4 p)

c) Hajoamisyhtälö on

$$^{241}_{95}\text{Am} \rightarrow {}^{237}_{93}\text{Np} + {}^{4}_{2}\text{He}.$$

Lasketaan reaktiossa vapautuva energia.

$$\begin{aligned}
Q &= (m_{\text{Am}} - m_{\text{Np}} - m_{\text{He}}) \cdot c^2 \\
&= (241{,}05682\,\text{u} - 237{,}048167\,\text{u} - 4{,}0026033\,\text{u}) \cdot c^2 \\
&= 0{,}0060497\,\text{u} \cdot c^2 \\
&= 0{,}0060497 \cdot \frac{931{,}5\,\text{MeV}}{c^2} \cdot c^2 \\
&= 5{,}635\ldots\,\text{MeV} \\
&\approx 5{,}6\,\text{MeV} \qquad \text{1 p (5 p)}
\end{aligned}$$

Oletetaan, että likimain kaikki reaktiossa vapautuva energia muuttuu hiukkasten liike-energiaksi. Koska m_{He} on huomattavasti pienempi kuin m_{Np}, voidaan α-hiukkasen olettaa saavan kaiken liike-energian. Näin ollen

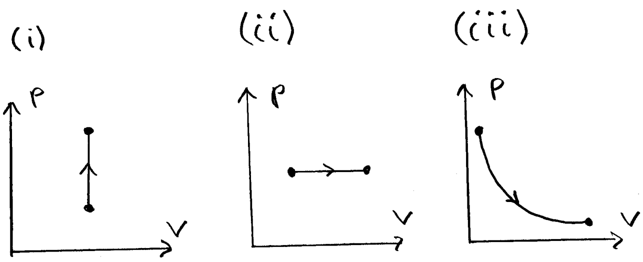
$$E_{k\alpha} = Q = 5{,}6\,\mathrm{MeV}.$$

Vastaus: $\underline{\underline{\text{Alfahiukkasen liike-energia on } 5{,}6\,\mathrm{MeV}.}}$ 1 p (6 p)

Huomautus! Energia voidaan antaa myös jouleina, jolloin

$$\begin{aligned} E_{k\alpha} &= 5{,}635 \cdot 10^{6} \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{J} \\ &= 9{,}0277\ldots \cdot 10^{-13}\,\mathrm{J} \\ &= 0{,}90277\ldots \cdot 10^{-12}\,\mathrm{J} \\ &\approx \underline{\underline{0{,}90\,\mathrm{pJ.}}} \end{aligned}$$

10. a)



(i) Isokoorisessa prosessissa $\frac{p}{T}$ = vakio. Nuolen suuntaan siirryttäessä paine kasvaa, joten myös lämpötilan täytyy kasvaa, jotta niiden suhde pysyy vakiona. Tilavuuden pysyessä vakiona kaasu ei tee työtä, joten työ ei vaikuta kaasun lämpötilaan. Näin ollen kaasun täytyy ottaa vastaan lämpöä nuolen suuntaan siirryttäessä, jotta kaasun lämpötila nousisi. 1 p

(ii) Isobaarisessa prosessissa $\frac{V}{T}$ = vakio. Nuolen suuntaan siirryttäessä tilavuus kasvaa, joten kaasu tekee työtä, mikä pyrkii jäähdyttämään kaasua. Toisaalta, koska tilavuus kasvaa, täytyy myös lämpötilan kasvaa, jotta tilavuuden ja lämpötilan suhde pysyy kaasulain mukaisesti vakiona. Kaasuun täytyy siis tuoda lämpöä, jotta sen lämpötila nousisi samalla, kun kaasu laajenee ja tekee työtä. 1 p (2 p)

(iii) Nuolen osoittamassa suunnassa kaasu laajenee ja tekee työtä, mikä pyrkii jäähdyttämään kaasua. Isotermisessä prosessissa kaasun lämpötila pysyy kuitenkin vakiona, joten kaasuun täytyy tuoda lämpöä, jotta kaasu säilyttää lämpötilansa. 1 p (3 p)

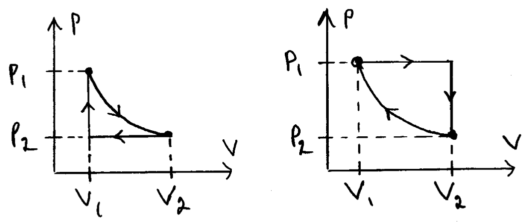
b) Etsitään sellainen kiertoprosessi, jossa kaasun tekemä työ on mahdollisimman suuri. Kaasun tekemä työ termodynaamisessa prosessissa on yhtä suuri kuin prosessin kuvaajan ja V-akselin väliin jäävä fysikaalinen pinta-ala. Tästä seuraa, että kahden prosessin yhteenlaskettu työ on sama kuin kuvaajien väliin jäävä pinta-ala, kun kuvaajassa ylempänä sijaitsevan prosessin kulkusuunta on oikealle ja alempana sijaitsevan vasemmalle ja molempien kuvaajien päätepisteet ovat samoissa kohdissa V-akselilla. Kaasun tekemä työ kiertoprosessissa on siis suurin, kun kuvaajassa ylinnä olevan prosessin suunta on oikealle ja kuvaajien rajoittama pinta-ala (V, p)-koordinaatistossa on mahdollisimman suuri.

Selitys siitä, mikä kuvaajan ominaisuus määrää työn suuruuden prosessissa.

1 p (4 p)

Oletetaan, että pisteet (V_1, p_1) ja (V_2, p_2) sijaitsevat samalla isotermisellä käyrällä. Pisteiden kautta voidaan piirtää neljä erilaista kiertoprosessia, jotka muodostuvat yhdestä isokoorisesta, isobaarisesta ja isotermisestä prosessista. Kaksi vaihtoehtoa on esitetty kuvassa 1. Toiset kaksi vaihtoehtoa saadaan kääntämällä kiertoprosessien suunnat, mutta niissä kaasun tekemä työ on negatiivinen, eli kaasuun tehdään työtä. Kuvassa 1 esitetyistä kiertoprosesseista oikeanpuoleisella on suurempi fysikaalinen pinta-ala, joten kaasun tekemä työ on suurin, kun prosessit yhdistetään siten kuin oikean puoleisessa kuvaajassa kuvassa 1.

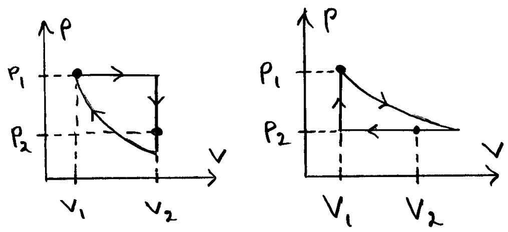
Perustelu, miksi juuri valitussa kuvaajassa työn määrä on suurin 1 p (5 p)



Kuva suurimman työn tuottavasta kiertoprosessista 1 p (6 p)

Kuva 1

Huomautus lukijalle: Mallivastauksessa tehtiin oletus, että pisteet (V_1, p_1) ja (V_2, p_2) sijaitsevat samalla isotermisellä käyrällä. Uskomme, että tehtävästä voi saada täydet pisteet tekemällä tämän oletuksen. Oletus ei tosin ole välttämätön, jos tarkastelee lisäksi ne kaksi vaihtoehtoa, joissa pisteestä (V_1, p_1) lähtevä isoterminen käyrä ohittaa pisteen (V_2, p_2) sen alapuolelta tai yläpuolelta. Näissä tapauksissa suurimpaan työhön johtavat kiertoprosessit on esitetty kuvassa 2.



Kuva 2

11. a) Asteroidin ja Maan massa sekä törmäysnopeus:

$$
\begin{aligned}
m_{\mathrm{a}} &= 1{,}0 \cdot 10^{15}\,\mathrm{kg} \\
M &= 5{,}974 \cdot 10^{24}\,\mathrm{kg} \\
v_{\mathrm{a}} &= 29\,000\,\mathrm{m/s}
\end{aligned}
$$

Tarkasteltavassa koordinaatistossa Maa on aluksi levossa, joten $v_{\mathrm{M}} = 0\,\mathrm{m/s}$. Asteroidi tarttuu Maahan, joten loppunopeus $u_{\mathrm{a}} = u_{\mathrm{M}} = u$. Törmäyksessä liikemäärä säilyy, joten

$$
\begin{aligned}
(M+m_{\mathrm{a}})u &= \underbrace{Mv_{\mathrm{M}}}_{0} + m_{\mathrm{a}}v_{\mathrm{a}} \quad \| : (M+m_{\mathrm{a}}) && \text{1 p} \\
u &= \frac{m_{\mathrm{a}}v_{\mathrm{a}}}{M+m_{\mathrm{a}}} \\
u &= \frac{1{,}0 \cdot 10^{15}\,\mathrm{kg} \cdot 29\,000\,\mathrm{m/s}}{5{,}974 \cdot 10^{24}\,\mathrm{kg} + 1{,}0 \cdot 10^{15}\,\mathrm{kg}} \\
u &= 4{,}854\ldots \cdot 10^{-6}\,\mathrm{m/s} \\
u &\approx 4{,}9 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{m/s} && \text{1 p (2 p)}
\end{aligned}
$$

Vastaus: Maan ratanopeus muuttui $4{,}9 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{m/s}$, mikä on merkityksettömän pieni verrattuna Maan ratanopeuteen, joka on suuruusluokkaa $30\,000\,\mathrm{m/s}$. 1 p (3 p)

b) Kuun säde ja massa ovat

$$
\begin{aligned}
R &= 1\,738\,200\,\mathrm{m} \\
m_{\mathrm{K}} &= 7{,}348 \cdot 10^{22}\,\mathrm{kg}
\end{aligned}
$$

Kuun pyörimismäärä alussa on

$$L_{\mathrm{K}} = J_{\mathrm{K}}\omega_{\mathrm{K0}},$$

jossa

$$J_{\mathrm{K}} = \frac{2}{5}m_{\mathrm{K}}R^2.$$

Asteroidin pyörimismäärä alussa on

$$L_{\mathrm{a}} = Rm_{\mathrm{a}}v_{\mathrm{a}}.$$

Asteroidin massa on merkityksettömän pieni verrattuna Kuun massaan, joten käytetään lopputilanteessa systeemin kokonaismassana Kuun massaa.

Pyörimismäärä säilyy törmäyksessä, joten

$$
\begin{aligned}
L_{\text{loppu}} &= L_{\text{a}} + L_{\text{K}} \\
J_{\text{K}}\omega_{\text{K1}} &= Rm_{\text{a}}v_{\text{a}} + J_{\text{K}}\omega_{\text{K0}} \qquad \text{1 p (4 p)} \\
J_{\text{K}}(\omega_{\text{K1}} - \omega_{\text{K0}}) &= Rm_{\text{a}}v_{\text{a}} \quad \| : J_{\text{K}} \\
\omega_{\text{K1}} - \omega_{\text{K0}} &= \frac{Rm_{\text{a}}v_{\text{a}}}{J_{\text{K}}} \\
\omega_{\text{K1}} - \omega_{\text{K0}} &= \frac{\overset{1}{\cancel{R}}m_{\text{a}}v_{\text{a}}}{\frac{2}{5}m_{\text{K}}R^{\overset{1}{\cancel{2}}}} \\
\omega_{\text{K1}} - \omega_{\text{K0}} &= \frac{5m_{\text{a}}v_{\text{a}}}{2m_{\text{K}}R} \qquad \text{1 p (5 p)} \\
\omega_{\text{K1}} - \omega_{\text{K0}} &= \frac{5 \cdot 1{,}0 \cdot 10^{15}\,\text{kg} \cdot 29\,000\,\text{m/s}}{2 \cdot 7{,}348 \cdot 10^{22}\,\text{kg} \cdot 1\,738\,200\,\text{m}} \\
\omega_{\text{K1}} - \omega_{\text{K0}} &= 5{,}676\ldots \cdot 10^{-10}\,\text{rad/s} \\
\omega_{\text{K1}} - \omega_{\text{K0}} &\approx 5{,}7 \cdot 10^{-10}\,\text{rad/s}
\end{aligned}
$$

Vastaus: Kuun pyörimisen kulmanopeus muuttuu $5{,}7 \cdot 10^{-10}$ rad/s. 1 p (6 p)

12. a) Johtimessa kulkeva sähkövirta synnyttää sen ympärille magneettikentän. Muuttuva sähkövirta synnyttää johtimen ympärille muuttuvan magneettikentän. Muuttuva magneettikenttä indusoi johtimeen jännitteen. Indusoituneen jännitteen suunta on Lenzin lain mukaan sellainen, että se pyrkii vastustamaan johtimen sähkövirran muutosta. Tätä ilmiötä, jossa johtimen muuttuva sähkövirta indusoi samaan johtimeen jännitteen, joka vastustaa sähkövirran muutosta, sanotaan itseinduktioksi. 1 p (2 p)

1 p

Itseinduktion voimakkuus riippuu johtimen geometriasta ja ympäristöstä, jossa se on, erityisesti ympäröivän aineen permeabiliteetista. Johtimen (yleensä käämin) itseinduktion voimakkuutta kuvaava suure on induktanssi (L).

b)

- sähkömagneetti

0,5 p / esimerkki, yht. enintään 2 p (4 p)

Sähkömagneetti on laite, joka muodostaa magneettikentän sähkövirran avulla. Yleensä sähkömagneetti koostuu käämistä, joka on kierretty rautasydämen ympärille. Kun käämiin johdetaan virtaa, sen sisään muodostuu magneettikenttä. Rautasydän vahvistaa magneettikenttää.

- generaattori

Yksinkertainen generaattori on johtimesta muodostettu silmukka, joka pyörii ulkoisen voiman avulla magneettikentässä. Vaihtoehtoisesti generaattori voidaan toteuttaa siten, että magneetti pyörii paikallaan olevan silmukkasysteemin ympärillä. Edellä mainituilla tavoilla johdinsilmukkaan indusoituu jännite. Generaattori on siis laite, jolla mekaaninen liiike-energia muutetaan sähköenergiaksi. Sähkön tuotantoon käytetyissä generaattoreissa on johdinsilmukan tilalla käämi tai useita käämeja. Generaattoreita käytetään esimerkiksi voimalaitoksissa ja aggregaateissa.

- sähkömoottori

Sähkömoottori on laite, jolla sähköenergia muutetaan mekaaniseksi energiaksi. Sähkömoottorissa sähkömagneeteista koostuva roottori saadaan pyörimään synnyttämällä sähkövirran avulla magneettikenttä sen eri osiin.

- muuntaja

Muuntaja on laite, jolla voidaan muuttaa vaihtovirran jännitettä (tai virtaa). Muutetun jännitteen (tai virran) taajuus pysyy samana. Yksinkertaisessa muuntajassa on kaksi käämiä saman rautasydämen ympärillä. Käämejä sanotaan ensiokäämiksi ja toisiokäämiksi. Ensiokäämin vaihtovirta indusoi rautasydämeen muuttuvan magneettivuon. Tämä muuttuva magneettivuo puolestaan indusoi muuttuvan jännitteen toisiokäämiin. Toisiokäämiin indusoituvan jännitteen suuruus riippuu ensio - ja toisiokäämien silmukoiden kierrosmäärästä.

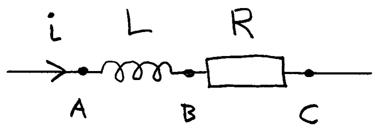
- puola (polttomoottorissa)

Puola on polttomoottorin osa, jonka avulla tuotetaan sytyskipinä. Puolassa on pienjännitekäämi ja suurjännitekäämi. Käämit on kytketty kuten muuntajassa ja suurjännitekäämissä on enemmän johdinkierroksia. Kun virta äkillisesti katkaistaan pienjännitekäämissä, niin suurjännitekäämiin syntyy jännitepiikki, joka ohjataan oikeaan sytytystulppaan.

- kuristin

Kuristin on käämi, joka on osa loistelampun virtapiiriä. Kuristimella on suuri induktanssi. Piirin virta katkaistaan äkillisesti sytyttimellä, jolloin kuristimen vaikutuksesta loisteputken päiden välille syntyy jännitepiikki, joka synnyttää sähköpurkauksen.

c)



Todellinen käämi voidaan korvata kuvan mukaisella mallilla, jossa on kytketty sarjaan ideaalinen käämi ja vastus. 1 p (5 p) Vastuksessa tapahtuu Ohmin lain mukainen potentiaalin alenema virran kulkusuuntaan. Lenzin lain mukaan käämi pyrkii vastustamaan virran muutosta, joten myös käämissä tapahtuu potentiaalin alenema virran kulkusuuntaan, kun virran muutosnopeus on positiivinen. 1 p (6 p) (Huomautus lukijalle! Potentiaalimuutoksen merkki käämissä voidaan päätellä mukavasti näin: Piirrä apukuva, jossa korvaat käämin jännitelähteellä. Aseta jännitelähde niin päin, että se vastustaa virran muutosta. Potentiaalimuutos käämissä on sama kuin potentiaalimuutos tässä kuvitellussa jännitelähteessä.)

Pisteiden C ja A välinen jännite on siten

$$U_{CA} = \sum \Delta V$$

$$U_{CA} = -L\frac{\Delta i}{\Delta t} - Ri, \quad \text{tai toisinpäin}$$

$$U_{AC} = L\frac{\Delta i}{\Delta t} + Ri \qquad \text{1 p (7 p)} \tag{1}$$

Hetkellä 0,08 s sekä virta että virran muutosnopeus ovat positiiviset. Samaan aikaan myös jännite on positiivinen, joten jännitemittari on kytketty siten, että se mittaa jännitettä U_{AC}.

Välillä 0 s . . . 0,009 s virran muutosnopeus on

$$\frac{\Delta i}{\Delta t} = \frac{0{,}21\,\mathrm{A}}{0{,}009\,\mathrm{s}} \approx 23{,}33\ldots\ \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{s}}.$$

Välillä 0,01 s . . . 0,019 s virran muutosnopeus on yhtä suuri mutta vastakkaismerkkinen.

Hetkellä 0,015 s sähkövirta on nolla, joten kaava (1) yksinkertaistuu muotoon

$$\begin{aligned} U_{AC1} &= L\frac{\Delta i}{\Delta t} \quad \| : \tfrac{\Delta i}{\Delta t} \\ L &= U_{AC1} : \frac{\Delta i}{\Delta t} \\ L &= -1{,}1\,\mathrm{V} : \left(-23{,}33\ldots\,\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{s}}\right) \\ L &= 0{,}04714\ldots\,\mathrm{H} \\ L &\approx 47\,\mathrm{mH} \end{aligned}$$

1 p (8 p)

Tutkitaan resistanssin selvittämiseksi tilannetta hetkellä 0,009 s, jolloin virta on suuri ja lukematarkkuus kuvasta on hyvä. Tällöin yhtälöstä (1) tulee

$$\begin{aligned} U_{AC2} &= Ri + L\frac{\Delta i}{\Delta t} \quad \| : i \\ R &= \frac{U_{AC2} - L\frac{\Delta i}{\Delta t}}{i} \\ R &= \frac{2{,}0\,\mathrm{V} - 0{,}04714\ldots\,\mathrm{H}\cdot 23{,}33\ldots\,\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{s}}}{0{,}10\,\mathrm{A}} \\ R &\approx 9{,}0\,\Omega \end{aligned}$$

Vastaus: Induktanssi on 47 mH ja resistanssi 9,0 Ω. 1 p (9 p)

13. a) Ilma on kaasua, joka laajenee lämmetessään. Tällöin sen tiheys pienenee ja se muuttuu ympärillä olevaa ilmaa harvemmaksi ja pyrkii nousemaan ylöspäin. Matalapaine aiheutuu lämpimän ja laajenevan ilmamassan noustessa ylöspäin. Kun tietyn alueen ilma maan pinnan lähellä lämpenee, syntyy alueelle matalapaine edellä kerrotun mukaisesti. Matalapaineen alue voi syntyä myös muilla tavoilla. 1 p

Korkeapaine puolestaan syntyy kylmien alustojen, kuten kylmän veden tai jään yläpuolelle. Kylmä alusta jäähdyttää alustan yläpuolella olevan ilman, joka muuttuu jäähtyessään tilavuudeltaan pienemmäksi ja ympärillä olevaa ilmaa tiheämmäksi. Tämä aiheuttaa ilmamassan laskeutumisen alueen yläpuolella, mikä aiheuttaa alipaineen ylemmäs ilmakehään. Ylempänä oleva paine-ero ympäristön kanssa aiheuttaa sen, että ilma virtaa ympäristöstä matalan paineen suuntaan. Näin ilmamassa kylmän alustan yläpuolella kasvaa ja ilmakehän alaosaan syntyy korkeapaine. Korkeapaineen alue voi syntyä myös muilla tavoilla. 1 p (2 p)

b) Kun aamulla on tyyni sää, ovat merivesi ja maa meren rannikolla ennen auringon nousua suunnilleen samassa lämpötilassa. Kun aurinko nousee ja alkaa lämmittää sekä merta, että maata, lämpenee maa huomattavasti nopeammin. Maan pinnalla oleva ilma lämpenee ja alueelle syntyy matalapaine. 1 p (3 p) Maan ja meren yllä olevien alueiden välillä syntyy paine-ero, joka pyrkii tasoittumaan siten, että ilmaa virtaa korkeammasta paineesta mereltä matalampaan paineeseen maalle. Tämä ilmiö on merituuli. 1 p (4 p)

c) Rakeen halkaisija on $d = 4{,}5\,\mathrm{cm}$.

Rakeen säde on $r = \dfrac{d}{2} = 0{,}0225\,\mathrm{m}$.

Vastuskerroin on $c_\mathrm{w} = 0{,}5$.

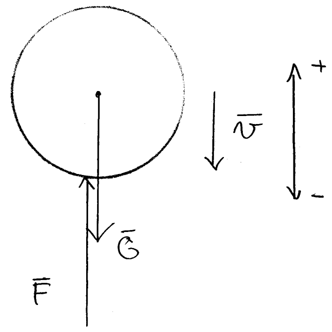
Ilman tiheys on $\rho = 1{,}22\,\dfrac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$.

Jään tiheys on $\rho_\mathrm{j} = 917\,\dfrac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$

Putoava rae on likimain pallon muotoinen. Sen poikkipinta-ala putoamissuuntaa vastaan on isoympyrän pinta-ala, eli

$$A = \pi r^2.$$

Määritetään putoavan rakeen putoamisnopeus. Rakeen nopeus kasvaa, kunnes ilmanvastus ja rakeen painovoima ovat yhtä suuret.



$\overline{G}$ on painovoima ja $\overline{F}$ on ilmanvastus.

Kappale on tasaisessa liikkeessä, kun

$$\text{NI:}\quad \overline{F}+\overline{G}=\overline{0} \qquad \text{1 p (5 p)}$$

$$F-G=0 \quad \Big\| \text{ sij. } F=\tfrac{1}{2}c_{\mathrm{w}}A\rho v^2$$

$$\frac{1}{2}c_{\mathrm{w}}A\rho v^2=mg \quad \Big\| \text{ sij. } m=\rho_{\mathrm{j}}V$$

$$\frac{1}{2}c_{\mathrm{w}}\pi r^2\rho v^2=\rho_{\mathrm{j}}Vg$$

$$\frac{1}{2}c_{\mathrm{w}}\pi r^2\rho v^2=\rho_{\mathrm{j}}\frac{4}{3}\pi r^3 g \quad \Big\| \cdot \frac{2}{c_{\mathrm{w}}\pi r^2\rho} \qquad \text{1 p (6 p)}$$

$$v^2=\frac{\rho_{\mathrm{j}}\frac{4}{3}\cancel{\pi}r^{\cancel{3}}g\cdot 2}{c_{\mathrm{w}}\cancel{\pi}\cancel{r^2}\rho}$$

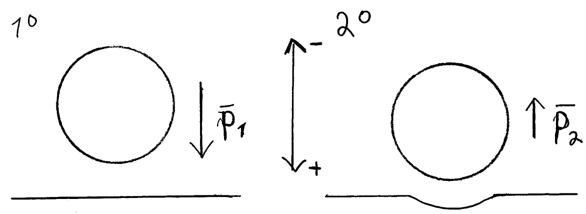
$$v^2=\frac{8\rho_{\mathrm{j}}rg}{3c_{\mathrm{w}}\rho}$$

$$v=\underset{(-)}{+}\sqrt{\frac{8\rho_{\mathrm{j}}rg}{3c_{\mathrm{w}}\rho}}$$

$$v=\underset{(-)}{+}\sqrt{\frac{8\cdot 917\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}\cdot 0{,}0225\,\mathrm{m}\cdot 9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}{3\cdot 0{,}5\cdot 1{,}22\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}}}$$

$$v=29{,}746\ldots\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \qquad \text{1 p (7 p)}$$

Törmäyksessä rakeen liikemäärän suunta muuttuu.



Rakeen ja auton pellin törmäyksessä vaikuttavan voiman impulssi on

$$\begin{aligned}
I &= \Delta p \\
F\Delta t &= p_1 - (-p_2) \\
F\Delta t &= mv + m\frac{1}{2}v \\
F\Delta t &= \frac{3mv}{2} \quad \| : \Delta t \\
F &= \frac{3mv}{2\Delta t} \qquad \text{1 p (8 p)} \\
F &= \frac{3 \cdot \rho_\mathrm{j}\frac{4}{3}\pi r^3 v}{2\Delta t} \\
F &= \frac{2 \cdot \rho_\mathrm{j}\pi r^3 v}{\Delta t} \\
F &= \frac{2 \cdot 917\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} \cdot \pi(0{,}0225\,\mathrm{m})^3 \cdot 29{,}746\ldots\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{3{,}2 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{s}} \\
&= 610{,}065\ldots\ \mathrm{N} \\
&\approx 610\,\mathrm{N}
\end{aligned}$$

Vastaus: Keskimääräinen voiman suuruus on 610 N. 1 p (9 p)