Lääkiskurssi

- 5-8 täysimittaista harjoituspääsykoetta oikeassa koesalissa. Kotona voit tehdä lisää kokeita, yhteensä 18 kpl!
- Yksilöllinen opetus mahdollistaa etenemisen omassa tahdissa. Kaikissa ryhmissä on korkeintaan 15 oppilasta yhtä opettajaa kohden.
- Voit aloittaa **1.10., 3.11., 7.1., 16.2.** tai **30.3.** Opetusajaksi voi yleensä valita joko 9.30-12.30 tai 13-16 tai 17-20.

DI-pääsykoekurssi

- Voit harjoitella matematiikkaa, fysiikkaa ja kemiaa pääsykoetta varten.
- 10 täysimittaista harjoituspääsykoetta ja pitkällä kurssilla lisäksi 6 yo-koetta
- Pitkä kurssi **16.2.-22.5.** ja kevätkurssi **30.3.-22.5.**

Fysiikka, syksy 2014

Mallivastaukset, 26.9.2014

Mallivastausten laatimisesta ovat vastanneet filosofian maisteri Teemu Kekkonen ja diplomiinsinööri Antti Suominen. Antti ja Teemu ovat perustaneet MAFY-valmennuksen, jota ennen Teemu opetti 5 vuotta lukiossa ja Antti toimi tuntiopettajana TKK:lla. Nykyään he opettavat MAFY:n kursseilla ympäri vuoden ja Antti vastaa Mafynetti-ohjelman kehityksestä. Muut mallivastaustiimin jäsenet ovat Sakke Suomalainen, Matti Virolainen ja Viljami Suominen. Nämä mallivastaukset ovat Antti Suominen Oy:n omaisuutta.

MAFY-valmennus on Helsingissä toimiva, valmennuskursseihin sekä matematiikan ja luonnontieteiden opetukseen erikoistunut yritys. Palveluitamme ovat

- lääketieteellisen valmennuskurssit
- DI-valmennuskurssit
- yo-kokeisiin valmentavat kurssit
- Mafynetti - sähköinen oppimateriaali.

Julkaisemme internet-sivuillamme kaiken palautteen, jonka asiakkaat antavat kursseistamme. Näin varmistamme, että palveluistamme kiinnostuneilla ihmisillä on mahdollisuus saada tarkka ja rehellinen kuva siitä, mitä meiltä voi odottaa.

Tämä asiakirja on tarkoitettu yksityishenkilöille opiskelukäyttöön. Kopion tästä asiakirjasta voi ladata MAFY-valmennuksen internet-sivuilta `www.mafyvalmennus.fi`. Käyttö kaikissa kaupallisissa tarkoituksissa on kielletty. Lukion fysiikan opettajana voit käyttää tätä tehtäväpakettia oppimateriaalina lukiokursseilla.

MAFY-valmennuksen yhteystiedot:

internet:	`www.mafyvalmennus.fi`
s-posti:	`info@mafyvalmennus.fi`
puhelin:	(09) 3540 1373

1. Valitse annettuihin kohtiin 1–6 sopiva tapahtuman keston tai ajanjakson **suuruusluokka**. Anna vastauksesi kuutena numero-kirjain-parina. Vastausta ei tarvitse perustella.

1) Auringon kaltaisen tähden elinikä	a) 10^{-3} s
2) Ihmisen silmänräpäys	b) 10^{-1} s
3) ^{14}C-ydinten määrän puoliintuminen näytteessä	c) 10 min
4) Pesäpallon ja mailan kosketusaika lyönnissä	d) 10 h
5) Valon kulku Auringosta Maahan	e) 10 a
6) Vuorovesi-ilmiössä vedenkorkeuden jaksollinen vaihtelu	f) 10^4 a
	g) 10^{10} a

Ratkaisu.

1—g

2—b

3—f

4—a

5—c

6—d

Pisteytys: 1p / oikea kohta

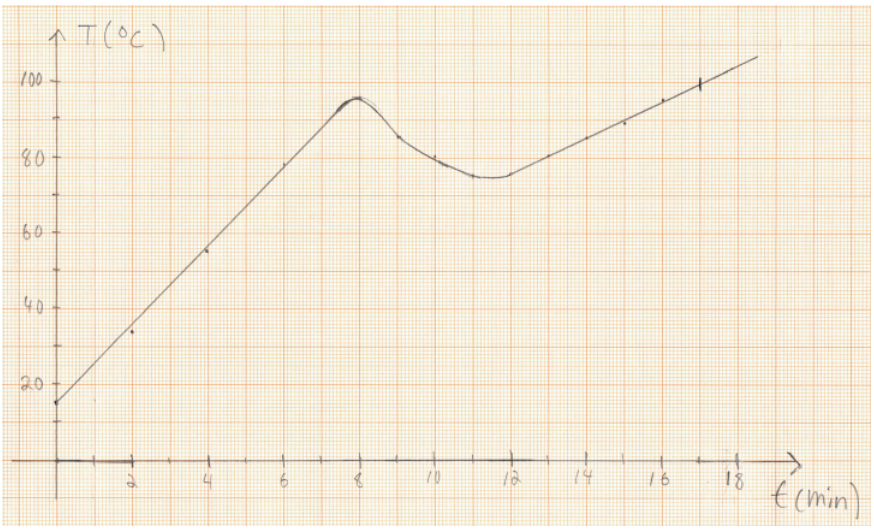
2. Perheenisä kuumentaa kattilassa vettä vakioteholla valmistaakseen mansikkakiisseliä. Hän lisää kiehuvaan veteen jäisiä marjoja ja jatkaa keitoksen kuumentamista, kunnes se taas kiehuu. Taulukossa on esitetty keitoksen lämpötila ajan funktiona.

   a) Esitä graafisesti keitoksen lämpötila ajan funktiona. (3 p.)
   b) Mitä keitoksessa tapahtuu aikaväleillä 8,5–10,5 min ja 13,5–15,5 min? (2 p.)
   c) Millä ajanhetkellä keitos saavuttaa 100 °C:n lämpötilan marjojen lisäämisen jälkeen? (1 p.)

t (min)	0,0	2,0	4,0	6,0	8,0	9,0	10,0	11,0	12,0	13,0	14,0	15,0	16,0
T (°C)	15,8	34,0	55,2	77,4	95,8	85,7	80,2	75,2	75,6	80,4	85,5	89,2	95,4

Ratkaisu.

a)



3p

b) Aikavälillä 8,5–10,5 min marjat ensin sulavat ja lämpenevät sitten samanlämpöisiksi veden kanssa. Koko tämän ajan veden lämpötila laskee. 1p (4p)
Aikavälillä 13,5–15,5 min marjat ja vesi lämpenevät. Lämpötilan kasvu voidaan kuvata yhtälöllä

$$\begin{aligned} Q &= C\Delta T \quad \| \text{ sij. } Q = Pt \\ Pt &= C\Delta T \quad \| : C \\ \Delta T &= \frac{P}{C}t, \end{aligned}$$

missä P on kattilaa kuumentava teho ja C on veden ja marjojen yhteinen lämpökapasiteetti. Jos teho P on vakio, lämpötilanmuutos tulee muotoon

$$\Delta T = kt, \quad \text{missä } k \text{ on vakio.}$$

Tällöin lämpötila kasvaa lineaarisesti. 1+ (5p)

c) Kuvaajaa jatkamalla löydetään hetki, jolloin $T = 100°$. Luetaan kuvaajasta $t \approx 17$ min.

Vastaus: Keitos saavuttaa 100° lämpötilan 17 minuutin kohdalla. 1p (6p)

3. Suomessa käytettiin aikaisemmin junaraiteita, joissa peräkkäisten kiskojen väliin jätettiin lämpölaajenemisvara. Kiskojen lämpötilan oletetaan vaihtelevan vuodenaikojen mukaan −35,0 °C:n ja 55,0 °C:n välillä. Teräskiskon pituus on 15,00 m lämpötilassa 22,0 °C.

   a) Kiskoja asennettaessa lämpötila on 15,0 °C. Kuinka pitkä rako peräkkäisten kiskojen väliin on asennuksessa jätettävä, kun äärimmillään kiskojen päät juuri ja juuri koskettavat toisiaan oletetulla lämpötilan vaihteluvälillä, mutta ne eivät saa puristua toisiaan vasten? (4 p.)
   b) Oletetaan, että kiskon lämpötila vaihtelee eri vuodenaikoina määritettyjen äärilämpötilojen välillä. Kuinka paljon kiskon pituus vaihtelee enimmillään vuoden aikana? (2 p.)

Ratkaisu.

$$\begin{aligned} T_1 &= 55{,}0\,°\mathrm{C} \\ T_2 &= -35{,}0\,°\mathrm{C} \\ T_0 &= 22{,}0\,°\mathrm{C} \\ l_0 &= 15{,}00\,\mathrm{m} \\ \alpha &= 12 \cdot 10^{-6}\,\frac{1}{°\mathrm{C}} \end{aligned}$$

a) Lasketaan kiskojen pituus asennuksen aikana.

$$\begin{aligned} T_A &= 15{,}0\,°\mathrm{C} \\ \Delta T_A &= T_A - T_0 = 15{,}0\,°\mathrm{C} - 22{,}0\,°\mathrm{C} = -7{,}0\,°\mathrm{C} \\ l_a &= (1 + \alpha \Delta T_A) l_0 \\ &= \left(1 + 12 \cdot 10^{-6}\,\frac{1}{°\mathrm{C}} \cdot (-7\,°\mathrm{C})\right) \cdot 15\,\mathrm{m} \\ &= 14{,}99874\,\mathrm{m}. \quad \text{1p} \end{aligned}$$

Lasketaan kiskojen suurin pituus ($T_1 = 55{,}0\,°\mathrm{C}$).

$$\begin{aligned} \Delta T_1 &= T_1 - T_A = 55{,}0\,°\mathrm{C} - 15{,}0\,°\mathrm{C} = 40{,}0\,°\mathrm{C} \\ l_1 &= (1 + \alpha \Delta T_1) l_a \\ &= \left(1 + 12 \cdot 10^{-6}\,\frac{1}{°\mathrm{C}} \cdot 40\,°\mathrm{C}\right) \cdot 14{,}99874\,\mathrm{m} \\ &= 15{,}00593\ldots\,\mathrm{m}. \quad \text{2p (3p)} \end{aligned}$$

Tarvittavan raon leveys on erotus

$$\begin{aligned} \Delta l &= l_1 - l_a \\ &= 15{,}00593\ldots\,\mathrm{m} - 14{,}99874\,\mathrm{m} \\ &= 0{,}00719\ldots\,\mathrm{m} \\ &\approx 7{,}2\,\mathrm{mm}. \end{aligned}$$

Vastaus: Asennuksessa on jätettävä 7,2 mm:n rako kiskojen väliin. 1p (4p)

b)

$$\Delta T = T_2 - T_1 = -35{,}0\,^\circ\mathrm{C} - 55{,}0\,^\circ\mathrm{C} = -90{,}0\,^\circ\mathrm{C}.$$

Pituuden muutos on enimmillään

$$\begin{aligned}\Delta l_1 &= \alpha \Delta T l_1 \\ &= 12 \cdot 10^{-6}\,\frac{1}{^\circ\mathrm{C}} \cdot (-90{,}0\,^\circ\mathrm{C}) \cdot 15{,}00593\ldots\,\mathrm{m} \\ &= -0{,}01620\ldots\,\mathrm{m} \\ &\approx -16\,\mathrm{mm}.\end{aligned}$$

Vastaus: Kiskon pituus vaihtelee enimmillään 16 mm. 2p (6p)

4. Kaikuluotain on vakiovarusteena laivoissa ja suurissa veneissä.
   a) Selitä kaikuluotauksen periaate.
   b) Miten kaikuluotauksella voidaan saada tietoa kohteen nopeudesta? Selitä kaksi menetelmää.

Ratkaisu.

a) Kaikuluotauksessa synnytetään äänisignaali (esim. ultraäänipulssi pietsosähköisellä kiteellä), joka lähetetään väliaineeseen (yleensä neste). Äänipulssi heijastuu takaisin esim. veden alla olevista kohteista kuten kalaparvesta tai pohjasta. Kun mitataan aika, joka äänellä kuluu signaalin lähetyksestä heijastuneen pulssin paluuseen ja tiedetään lisäksi äänen nopeus ko. väliaineessa, voidaan laskea äänisignaalin heijastaneen kohteen etäisyys kaikuluotaimesta. Etäisyys on puolet heijastuneen äänen kulkemasta kokonaismatkasta. 1p (3p) 2p

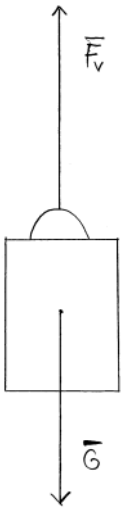
b) Yksi tapa mitata kaikuluotaimella kohteen nopeutta on lähettää peräkkäin kaksi äänipulssia ja mitata heijastuneiden pulssien kulkuajat. Kulkuaikojen erotusta ja lähetysaikojen erotusta vertailemalla saadaan laskettua kohteen kulkema matka ensimmäisen pulssin osumisesta toisen pulssin osumiseen kuluvana aikana. Koska aikavälin pituus tunnetaan, tästä saadaan laskettua edelleen kohteen loittonemis- tai lähenemisnopeus. 1p (4p)
Toinen tapa on lähettää esim. tietyn taajuista ultraääntä ja mitata heijastuneen äänen taajuutta. Heijastuessa tapahtuva taajuuden muutos johtuu kohteen liikkeestä suhteessa kaikuluotaimen äänilähteeseen Doppler-ilmiön mukaisesti. Tällä tavalla toimivaa laitetta kutsutaan Doppler-tutkaksi. 2p (6p)

5. Näsinneulan näköalatornin hississä on kuvan esittämä nopeusmittari. Hissin lähtiessä ylöspäin nopeus kasvaa mittarin mukaan tasaisesti 11 sekunnissa nollasta huippunopeuteen 6,0 m/s. Fysiikan opiskelija haluaa tarkistaa näyttääkö hissin nopeusmittari oikein. Hissin ollessa paikoillaan opiskelija ripustaa reppunsa tarkan vaa'an koukkuun, jolloin vaaka näyttää lukemaa 5,03 kg. Kun hissi lähtee ylöspäin, vaa'an lukema on 5,31 kg.

   a) Piirrä voimakuvio, josta ilmenevät reppuun vaikuttavat voimat heti hissin liikkeelle lähdön jälkeen. Kiinnitä huomiota voimien keskinäisiin suhteisiin. (1 p.)
   b) Kuinka suuri on hissin huippunopeus opiskelijan mittauksen perusteella? (3 p.)
   c) Mitä vaaka näyttää hissin liikkuessa tasaisella nopeudella ylöspäin? Perustele. (2 p.)

Ratkaisu.

a)



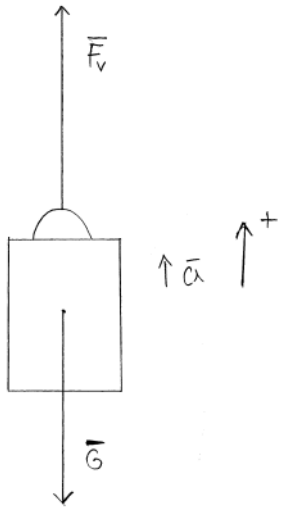
1p

$\overline{F}_v$ on koukusta reppuun kohdistuva voima. $\overline{G}$ on painovoima.

b)

$$m_0 = 5{,}03\,\text{kg}$$
$$m_v = 5{,}31\,\text{kg}.$$

Tehtävänannon perusteella oletetaan, että kiihtyvyys on tasainen.



Newtonin II lain mukaan

$$\begin{aligned} \overline{F}_v + \overline{G} &= m_0\overline{a} \\ F_v - m_0 g &= m_0 a \quad \| : m_0 \\ a &= \frac{F_v}{m_0} - g. \quad \text{1p (2p)} \end{aligned} \tag{1}$$

Voiman $\overline{F}_v$ suuruus on mittauksen mukaan

$$F_v = m_v g. \tag{2}$$

Sijoitetaan (2) yhtälöön (1).

$$\begin{aligned} a &= \frac{m_v g}{m_0} - g \\ a &= \left(\frac{m_v}{m_0} - 1\right) g \\ a &= \left(\frac{5{,}31\,\mathrm{kg}}{5{,}03\,\mathrm{kg}} - 1\right) \cdot 9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \\ a &= 0{,}5460\ldots\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}. \quad \text{1p (3p)} \end{aligned}$$

Lasketaan nopeus kiihdytyksen jälkeen.

$$\begin{aligned} t &= 11\,\mathrm{s} \\ v_0 &= 0\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \\ v &= v_0 + at \\ &= 0\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} + 0{,}5460\ldots\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 11\,\mathrm{s} \\ &= 6{,}0069\ldots\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \\ &\approx 6{,}0\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}. \end{aligned}$$

Vastaus: Hissin loppunopeus on $6{,}0\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$. 1p (4p)

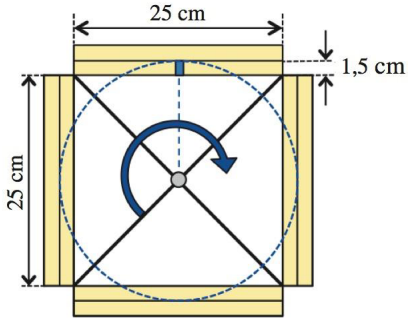
c) Kun hissi liikkuu tasaisella nopeudella, on Newtonin I lain mukaisesti

$$\begin{aligned} \overline{F}_v + \overline{G} &= 0 \quad \text{1p (5p)} \\ F_v - m_0 g &= 0 \\ F_v &= m_0 g, \end{aligned}$$

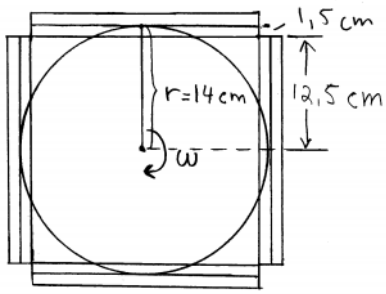
eli vaakaan kohdistuva tukivoima on sama kuin repun painovoima.

Vastaus: Vaaka näyttää lukemaa $m_0 = 5{,}03\,\text{kg}$. 1p (6p)

6. Mehiläishoitajat laittavat mehiläispesiin mehiläisvahalevyjä, joiden molemmille pinnoille rakentamiinsa kennoihin mehiläiset varastoivat hunajaa. Hunaja irrotetaan vahalevyistä valokuvan mukaisella hunajalingolla. Neljä vahalevyä asetetaan linkoon yhtä aikaa neliön muotoon kuvan mukaisesti. Kun vahalevyjä pyöritetään levyn ulkopinnalla oleva hunaja irtoaa. Jos linkoa pyöritetään liian nopeasti, levy vaurioituu, koska vahalevy ja sisäpinnalla oleva hunaja painautuvat liian voimakkaasti toisiaan vasten. Hunajalingossa pyöritetään suorakulmion muotoisia vahalevyjä, joiden sivujen pituudet ovat 25 cm ja 45 cm. Levyn sisäpinnala olevan hunajakerroksen paksuus on 1,5 cm. Jos vahalevyn keskikohtaan kohdistuva paine ylittää 3,5 kPa, levy vaurioituu. Kuinka monta kierrosta minuutissa linkoa voidaan enintään pyörittää, jottei vahalevy vaurioidu? Hunajan tiheys on 1 360 kg/m^3.



Ratkaisu.

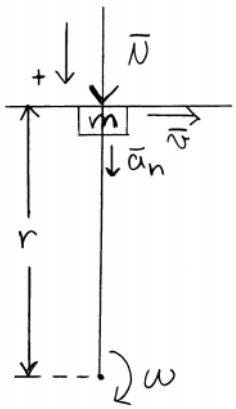


$$r = 14\,\text{cm} = 0{,}14\,\text{m}$$
$$d = 1{,}5\,\text{cm} = 0{,}015\,\text{m}$$
$$\rho = 1360\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$
$$p_r = 3{,}5 \cdot 10^3\,\text{Pa}.$$

Tarkastellaan pientä pinta-alaa A levyn keskikohdassa. Hunajakerroksen massa tämän pinta-alan kohdalla on

$$m = \rho V = \rho A d. \tag{1}$$

Ratkaistaan levyn keskipisteeseen kohdistuvan voiman suuruus.



Newtonin II lain nojalla

$$\overline{N} = m\overline{a}_n$$
$$N = ma_n$$

Sijoitetaan (1) ja $a_n = \omega^2 r$.

$$N = \rho A d \omega^2 r. \qquad \text{1p} \tag{2}$$

Keskipisteeseen kohdistuva paine on

$$p = \frac{N}{A}$$

Sijoitetaan (2).

$$\begin{aligned}
p &= \frac{\rho \overset{1}{\cancel{A}} d\omega^2 r}{\underset{1}{\cancel{A}}} \quad \| : (\rho d r) \qquad \text{2p (3p)} \\
\omega^2 &= \frac{p}{\rho d r} \\
\omega &= \underset{(-)}{+} \sqrt{\frac{p}{\rho d r}} \quad \| \text{ Sij. } \omega = 2\pi n \\
2\pi n &= \sqrt{\frac{p}{\rho d r}} \quad \| : 2\pi \\
n &= \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{p}{\rho d r}} \qquad \text{1p (4p)}
\end{aligned}$$

Kestävyyden rajalla $p = p_r$.

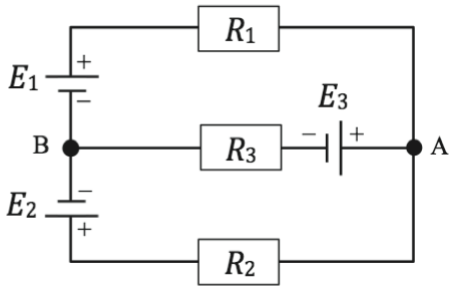
$$\begin{aligned}
n &= \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{p_r}{\rho d r}} \\
&= \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{3{,}5 \cdot 10^3\,\mathrm{Pa}}{1360\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} \cdot 0{,}015\,\mathrm{m} \cdot 0{,}14\,\mathrm{m}}} \\
&= 5{,}57153\ldots\,\frac{1}{\mathrm{s}} \qquad \text{1p (5p)} \\
&= 5{,}57153\ldots \cdot 60\,\frac{1}{\mathrm{min}} \\
&= 334{,}29\,\frac{1}{\mathrm{min}} \\
&\approx 330\,\frac{1}{\mathrm{min}}.
\end{aligned}$$

(Huomautus lukijalle: Pyöristys tehdään alaspäin, sillä kyseessä on alaraja.)

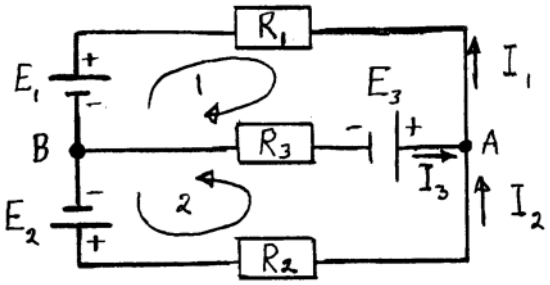
Vastaus: Linkoa voidaan pyörittää korkeintaan kierrosnopeudella $330\,\frac{1}{\mathrm{min}}$. 1p (6p)

7. Oheisessa kytkentäkaaviossa paristojen lähdejännitteet ovat $E_1 = 6{,}0\,\mathrm{V}$, $E_2 = 12\,\mathrm{V}$ ja $E_3 = 8{,}0\,\mathrm{V}$. Paristojen sisäiset resistanssit ovat hyvin pieniä. Vastusten resistanssit ovat $R_1 = 2{,}0\,\Omega$, $R_2 = 4{,}0\,\Omega$ ja $R_3 = 3{,}0\,\Omega$.

   a) Laske vastusten läpi kulkevat virrat (4 p.)
   b) Kuinka suuri on jännite U_{AB}? Muuttuuko jännite, kun piste B maadoitetaan? (2 p.)



Ratkaisu.



$$E_1 = 6{,}0\,\mathrm{V} \qquad R_1 = 2{,}0\,\Omega$$
$$E_2 = 12\,\mathrm{V} \qquad R_2 = 4{,}0\,\Omega$$
$$E_3 = 8{,}0\,\mathrm{V} \qquad R_3 = 3{,}0\,\Omega$$

a) K1 pisteessä A:

$$\begin{aligned} I_3 + I_2 &= I_1 \\ I_3 &= I_1 - I_2 \end{aligned} \tag{1}$$

K2 silmukassa 1:

$$\begin{aligned} E_1 + R_1 I_1 - E_3 + R_3 I_3 &= 0 \quad \| \text{ Sijoitetaan (1).} \\ E_1 + R_1 I_1 - E_3 + R_3(I_1 - I_2) &= 0 \\ (R_1 + R_3) I_1 - R_3 I_2 &= E_3 - E_1 \\ I_2 &= \frac{R_1 + R_3}{R_3} I_1 + \frac{E_1 - E_3}{R_3}. \end{aligned} \tag{2}$$

K2 silmukassa 2:

$$\begin{aligned} E_2 - R_2 I_2 - E_3 + R_3 I_3 &= 0 \quad \| \text{ Sijoitetaan (1).} \qquad \text{2p} \\ E_2 - R_2 I_2 - E_3 + R_3(I_1 - I_2) &= 0 \\ R_3 I_1 - (R_2 + R_3) I_2 &= E_3 - E_2. \end{aligned}$$

Sijoitetaan (2), saadaan

$$
\begin{aligned}
R_3 I_1 - (R_2 + R_3)\left(\frac{R_1 + R_3}{R_3} I_1 + \frac{E_1 - E_3}{R_3}\right) &= E_3 - E_2 \\
\left(R_3 - \frac{(R_2 + R_3)(R_1 + R_3)}{R_3}\right) I_1 &= E_3 - E_2 + \frac{(R_2 + R_3)(E_1 - E_3)}{R_3} \\
I_1 &= \frac{E_3 - E_2 + \dfrac{(R_2 + R_3)(E_1 - E_3)}{R_3}}{R_3 - \dfrac{(R_2 + R_3)(R_1 + R_3)}{R_3}} \\
&= \frac{(8{,}0 - 12)\,\mathrm{V} + \dfrac{(4{,}0 + 3{,}0)\,\Omega \cdot (6{,}0 - 8{,}0)\,\mathrm{V}}{3{,}0\,\Omega}}{3{,}0\,\Omega - \dfrac{(4{,}0 + 3{,}0)\,\Omega \cdot (2{,}0 + 3{,}0)\,\Omega}{3{,}0\,\Omega}} \\
&= \underline{1{,}0\,\mathrm{A}}.
\end{aligned}
$$

Yhtälöstä (2):

$$
\begin{aligned}
I_2 &= \frac{(2{,}0 + 3{,}0)\,\Omega}{3{,}0\,\Omega} \cdot 1\,\mathrm{A} + \frac{(6{,}0 - 8{,}0)\,\mathrm{V}}{3{,}0\,\Omega} \\
I_2 &= \underline{1{,}0\,\mathrm{A}} \qquad \text{1p (3p)}
\end{aligned}
$$

Yhtälöstä (1):

$$I_3 = I_1 - I_2 = 1{,}0\,\mathrm{A} - 1{,}0\,\mathrm{A} = \underline{0\,\mathrm{A}}.$$

Vastaus: Vastusten R_1, R_2 ja R_3 läpi kulkevat virrat ovat vastaavasti 1,0 A, 1,0 A ja 0 A. 1p (4p)

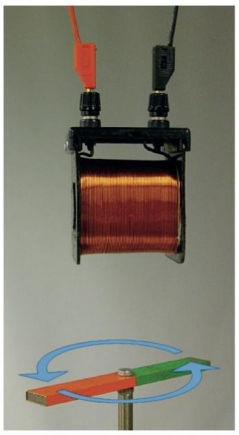
b) Virta I_3 vastuksen R_3 läpi oli a-kohdan perusteella 0 A. Siten

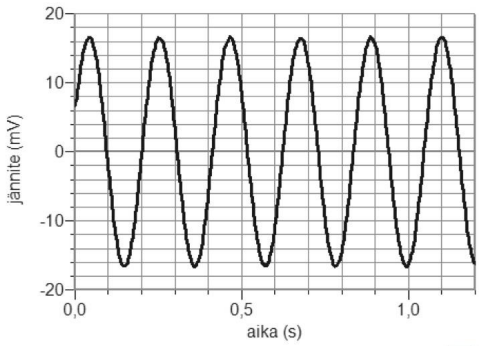
$$
\begin{aligned}
U_{AB} &= V_A - V_B \\
&= E_3 - R_3 I_3 \\
&= E_3 - 0 \\
&= 8{,}0\,\mathrm{V}. \qquad \text{1p (5p)}
\end{aligned}
$$

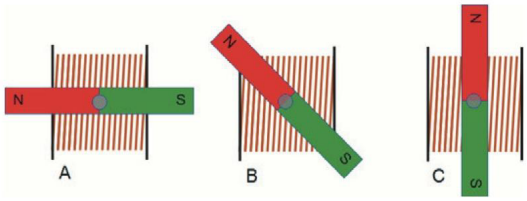
Piirin yksittäisen pisteen maadoittaminen ei muuta eri pisteiden välisiä jännitteitä, joten potentiaaliero pisteiden A ja B välillä ei muutu.

Vastaus: $U_{AB} = 8{,}0\,\mathrm{V}$. Jännite ei muutu maadoitettaessa piste B. 1p (6p)

8. Valokuva esittää paikallaan olevaa käämiä ja pyörivää sauvamagneettia. Kuvaajassa esitetään käämin navoista mitattu jännite.
   a) Miksi käämiin syntyy vaihtojännite?
   b) Valokuvan tilanteessa magneettivuon tiheyden itseisarvo on käämin kohdalla lähes vakio. Käämissä on 300 kierrosta, ja sen poikkileikkaus on neliö, jonka sivun pituus on 42 mm. Kuinka suuri on magneettivuon tiheys käämin sisällä?
   c) Kuvat A, B ja C esittävät koelaitteistoa magneetin pyörimisen eri vaiheissa kuvattuna magneetin pyörimisakselin suunnasta. Mikä kuvista A, B ja C esittää tilannetta i) jossa käämin navoista mitatun jännitteen itseisarvo on suurin, ja ii) jossa käämin navoista mitattu jännite on nolla? Perustele.







Ratkaisu.

a) Sauvamagneetti aiheuttaa ympäristöönsä magneettikentän ja lähistöllä sijaitsevan käämin silmukoiden läpi magneettivuon $\Phi = BA$.

   Kun magneettia käännetään, käämin silmukoiden poikkipinta-alojen A läpi kohtisuoraan vaikuttava magneettivuon tiheys B muuttuu ja siten magneettivuokin muuttuu. Magneettivuon muutos aiheuttaa induktiolain mukaisesti käämiin muutosta vastustavan induktiojännitteen

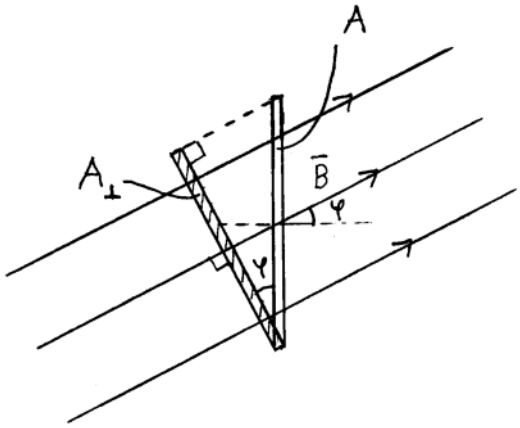
$$e = -N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}. \quad \text{1p}$$

   Jatkuvasti sauvamagneettia tasaisesti pyöritettäessä magneettivuon muutosnopeus vaihtelee jaksollisesti positiivisesta negatiiviseen arvoon ja siten induktiojännite vaihtelee vastaavalla tavalla. Näin käämiin syntyy kuvan mukainen vaihtojännite. 1p (2p)

b) Koska $|\overline{B}|$ on käämin kohdalla vakio, induktiojännitteen aiheuttaa vain $\overline{B}$:n suunnanmuutoksesta johtuva magneettivuon muutos(nopeus). Induktiojännite

$$\begin{aligned} e &= -N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \\ &= -N\frac{B\cdot\Delta A_\perp}{\Delta t}. \end{aligned}$$

   Magneettivuon tiheyden kenttäviivat kulkevat käämin kohdalla sauvamagneetin suuntaisesti. Magneetin ja käämin silmukoiden poikkipintojen A normaalien välinen kulma on φ, jolloin yksittäisen silmukan tilannetta kuvaa oheinen kuva.



Kuvasta nähdään, että

$$A_\perp = A\cos(\varphi).$$

Jos magneettia pyöritetään kulmanopeudella ω, on kulma φ hetkellä t

$$\varphi(t) = \omega t.$$

Siis induktiojännite hetkellä t on

$$\begin{aligned} e(t) &= -NBA\frac{\mathrm{d}\cos(\omega t)}{\mathrm{d}t} \\ e(t) &= NBA\omega\sin(\omega t). \end{aligned} \tag{1}$$

Tehtävänannon mukaan

$$\begin{aligned} N &= 300 \\ A &= 0{,}042\,\mathrm{m}\cdot 0{,}042\,\mathrm{m} = 1{,}764\cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}^2. \end{aligned}$$

Aika-jännite -kuvaajasta saadaan viiden jakson ajalta

$$\begin{aligned} \Delta\varphi &= 5\cdot 2\pi = 10\pi \\ \Delta t &= 1{,}16\,\mathrm{s} - 0{,}1\,\mathrm{s} = 1{,}06\,\mathrm{s}, \end{aligned}$$ 1p (3p)

joten

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{10\pi}{1{,}06}\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}.$$

Induktiojännitteen (1) maksimiarvo saadaan, kun $\sin(\omega t) = 1$. Tällöin

$$e_{\max} = NBA\omega. \tag{2}$$

Aika-jännite -kuvaajasta taas nähdään, että

$$e_{\max} = 16{,}5\cdot 10^{-3}\,\mathrm{V}.$$

Ratkaistaan B yhtälöstä (2).

$$\begin{aligned} B &= \frac{e_{\max}}{NA\omega} \\ B &= \frac{16{,}5\cdot 10^{-3}\,\mathrm{V}}{300\cdot 1{,}764\cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}^2\cdot \frac{10}{1{,}06}\pi\,\frac{1}{\mathrm{s}}} \\ B &= 1{,}05201\ldots\cdot 10^{-3}\,\mathrm{T} \\ B &\approx \underline{\underline{1{,}1\,\mathrm{mT}}}. \end{aligned}$$ 1p (4p)

c) Induktiojännite (1) voidaan kirjoittaa kulman φ avulla lausuttuna

$$e(\varphi) = NBA\omega \sin(\varphi). \tag{3}$$

Tämän itseisarvoltaan suurin arvo (tilanne i) saavutetaan, kun

$$\begin{aligned} \sin(\varphi) &= \pm 1 \\ \varphi &= 90^\circ + n \cdot 180^\circ, \end{aligned}$$

mikä vastaa kuvan C tilannetta. Vastaavasti (1) saa arvon nolla (tilanne ii), kun 1p (5p)

$$\begin{aligned} \sin(\varphi) &= 0 \\ \varphi &= n \cdot 180^\circ, \end{aligned}$$

mikä vastaa kuvan A tilannetta.

Vastaus: i) kuva C ii) kuva A 1p (6p)

9. Tulevaisuudessa ydinfuusio saattaa tarjota ratkaisun energiantuotannon haasteisiin.
   a) Mitä ydinfuusiossa tapahtuu? Miten ydinfuusio liittyy elämän edellytyksiin maapallolla?
   b) Miksi kevyiden ytimien fuusio on käyttökelpoinen energiantuotannossa, eli siinä vapautuu energiaa, mutta raskaiden ytimien fuusio ei ole käyttökelpoinen?
   c) Yksi lupaavimmista reaktioista energiantuotannossa on deuterium-tritium-fuusio. Kirjoita sen reaktioyhtälö ja laske reaktiossa vapautuva energia.

Ratkaisu.

a) Ydinfuusiossa kevyempien alkuaineiden ytimet yhtyvät raskaammiksi alkuaineiksi. Tällöin vapautuu energiaa. 1p
Maapallolla oleva energia on peräisin auringosta. Auringosta vapautuu energiaa ydinfuusioiden seurauksena.
Maailmankaikkeuden kaikki vetyä raskaammat alkuaineet ovat syntyneet tähdissä fuusioreaktioissa. Näin myös maapallolla oleva aine on syntynyt fuusioreaktioissa. 1p (2p)

b) Kevyiden ytimien sidososuus kasvaa massan kasvaessa. Rajana on rautaydin, jonka sidososuus on alkuaineiden suurin. Kevyiden ytimien fuusiossa massaero on siis positiivinen ja reaktiossa vapautuu energiaa. 1p (3p)
Raskaiden ytimien sidososuus pienenee massan kasvaessa rautaytimen jälkeen. Raskaiden alkuaineiden fuusiossa massaero emoytimien ja syntyvän ytimen välillä on negatiivinen ja reaktio vaatii tapahtuakseen energiaa. Tällainen reaktio ei ole siten käyttökelpoinen energiantuotannossa. 1p (4p)

c)

$$\begin{array}{ll} \text{Deuterium:} & {}^{2}_{1}\mathrm{H} \\ \text{Tritium:} & {}^{3}_{1}\mathrm{H} \end{array}$$

Fuusion reaktioyhtälö on

$${}^{2}_{1}\mathrm{H} + {}^{3}_{1}\mathrm{H} \longrightarrow {}^{4}_{2}\mathrm{He} + {}^{1}_{0}\mathrm{n}. \qquad \text{1p (5p)}$$

Lasketaan reaktion massaero.

$$\begin{aligned} \Delta m &= m({}^{2}_{1}\mathrm{H}) + m({}^{3}_{1}\mathrm{H}) - \left(m({}^{4}_{2}\mathrm{He}) + m_{\mathrm{n}}\right) \\ \Delta m &= 2{,}0141018\,\mathrm{u} + 3{,}0160493\,\mathrm{u} - (4{,}0026033\,\mathrm{u} + 1{,}0086650\,\mathrm{u}) \\ \Delta m &= 0{,}0188828\,\mathrm{u} \end{aligned}$$

Reaktiossa vapautuva energia on

$$\begin{aligned} E &= \Delta m c^2 \\ E &= 0{,}0188828\,\mathrm{u} \cdot 931{,}5\,\frac{\mathrm{MeV}}{\mathrm{u}} \\ E &= 17{,}589\ldots\,\mathrm{MeV} \\ &\approx 17{,}59\,\mathrm{MeV} \end{aligned}$$

Vastaus: Reaktiossa vapautuva energia on 17,59 MeV. 1p (6p)

Huom! Jos reaktion energia lasketaan käyttämällä taulukkokirjasta löytyviä arvoja

$$\begin{aligned} c &= 2{,}99792458 \cdot 10^{8}\,\mathrm{m/s} \\ \mathrm{u} &= 1{,}6605402 \cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg} \\ e &= 1{,}6021773 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}, \end{aligned}$$

saadaan energiaksi

$$\begin{aligned}
E &= \Delta mc^2 \\
&= 0{,}0188828 \cdot 1{,}6605402 \cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg} \cdot (2{,}99792458 \cdot 10^{8}\,\mathrm{m/s})^2 \\
&= 2{,}81810514\ldots \cdot 10^{-12}\,\mathrm{J} \\
&= \frac{2{,}81810514\ldots \cdot 10^{-12}}{1{,}6021773 \cdot 10^{-19}}\,\mathrm{eV} \\
&= 17589221{,}53\ldots\,\mathrm{eV} \\
&\approx \underline{\underline{17{,}589222\,\mathrm{MeV}}}
\end{aligned}$$

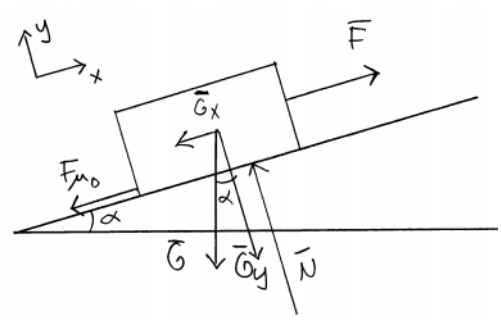
10. Kiveä siirretään sähkövinssin avulla ylöspäin pitkin puista alustaa, jonka kaltevuuskulma vaakatasoon nähden on 5,0°. Puun ja kiven välinen lepokitkakerroin on 0,70 ja liikekitkakerroin 0,30. Kiven massa on 450 kg.

   a) Vinssiin voidaan valita vaijeri, jossa on punottuna joko 7, 23, 49 tai 133 teräslankaa. Yksi teräslanka kestää katkeamatta enintään 78 N:n jännityksen. Mitkä vaijereista kestävät kiven siirron?
   b) Kiveä siirretään vakionopeudella 4,6 m/min. Kuinka suurella teholla vinssi tekee työtä?

Ratkaisu.

$$\begin{aligned} \alpha &= 5{,}0\,^\circ \\ \mu_0 &= 0{,}70 \\ \mu &= 0{,}30 \\ m &= 450\,\mathrm{kg} \\ T_0 &= 78\,\mathrm{N}. \end{aligned}$$

a)



1p

Lasketaan pienin voima (F), jolla kivi saadaan liikkeelle. Alussa kivi on paikallaan. Rajatapauksessa on y-suunnassa:

$$\begin{aligned} \overline{N} + \overline{G}_y &= 0 \quad \text{(N II)} \\ N - G_y &= 0 \quad \| \text{ Sij. } G_y = mg\cos(\alpha) \\ N - mg\cos(\alpha) &= 0 \\ N &= mg\cos(\alpha). \end{aligned}$$

x-suunnassa:

$$\begin{aligned} \overline{F} + \overline{G}_x + \overline{F}_{\mu_0} &= 0 \quad \text{(N II)} \\ F - G_x - F_{\mu_0} &= 0 \end{aligned}$$

Sijoitetaan $G_x = mg\sin(\alpha)$ ja $F_{\mu_0} = \mu_0 N$.

$$F - mg\sin(\alpha) - \mu_0 N = 0 \quad \text{1p (2p)}$$

Sijoitetaan $N = mg\cos(\alpha)$.

$$\begin{aligned} F &= mg\sin(\alpha) + \mu_0 mg\cos(\alpha) \\ F &= (\sin(\alpha) + \mu_0\cos(\alpha))mg \\ F &= (\sin(5^\circ) + 0{,}7\cdot\cos(5^\circ))\cdot 450\,\mathrm{kg}\cdot 9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \\ F &= 3463{,}140\ldots\,\mathrm{N}. \end{aligned}$$

Lasketaan, kuinka monta teräslankaa tarvitaan, jotta vaijeri kestäisi.

$$N = \frac{F}{T_0} = \frac{3463{,}140\ldots\,\mathrm{N}}{78\,\mathrm{N}} = 44{,}399\ldots \approx 45.$$

(Huomautus lukijalle: Pyöristys tehdään ylöspäin, koska kyseessä on alaraja.)

Vastaus: Vaijerit, joissa on 49 tai 133 teräslankaa, kestävät siirron. 1p (3p)

b)

$$v = 4{,}6\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{min}} = \frac{4{,}6}{60}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}.$$

Lasketaan voiman suuruus, kun kivi liikkuu tasaisella nopeudella a-kohdan mukaisesti (liikekitkakerroin μ). Kiveä ylöspäin vetävä voima on

$$F = (\sin(\alpha) + \mu\cos(\alpha))mg. \quad \text{1p (4p)} \tag{1}$$

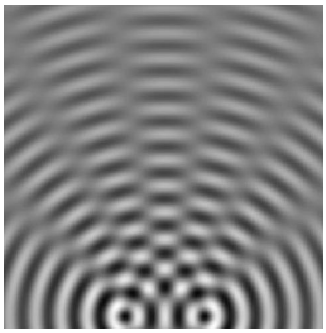
Teho nopeudessa v on

$$\begin{aligned}
P &= Fv \quad \| \text{ Sij. (1)} \\
P &= (\sin(\alpha) + \mu\cos(\alpha))mgv \quad \text{1p (5p)} \\
P &= (\sin(5^\circ) + 0{,}3\cos(5^\circ)) \cdot 450\,\mathrm{kg} \cdot 9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot \frac{4{,}6}{60}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \\
P &= 130{,}644\ldots\,\mathrm{W} \\
P &\approx 130\,\mathrm{W}.
\end{aligned}$$

Vastaus: Vinssi tekee työtä 130 W:n teholla. 1p (6p)

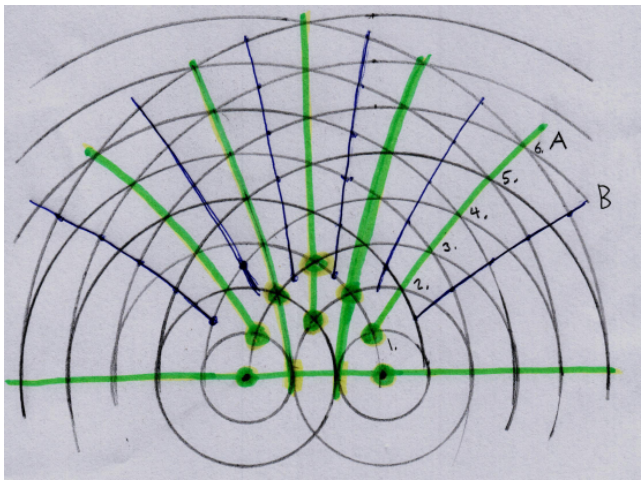
11. Kuva esittää vesiallasta ylhäältä katsottuna. Veden pinnalla on kaksi pistemäistä aaltolähdettä. Lähteillä on sama taajuus ja amplitudi sekä aluksi (a- ja b-kohdat) myös sama vaihe. Vaaleimmat kohdat ovat aallon harjoja ja tummimmat kohdat ovat aallon pohjia.

a) Selitä, miten kuvassa esitetty vedenpinnan aaltoliike muodostuu. (3 p.)
b) Miten kuva muuttuu, kun lähteiden taajuus kaksinkertaistetaan? Perustele. Aaltoliikkeen nopeutta voidaan pitää vakiona. (2 p.)
c) Miten kuva muuttuu, kun toisen lähteen vaihe käännetään vastakkaiseksi? Perustele. (1 p.)



Ratkaisu.

a)



Kuva 1

Kuvaan 1 on merkitty mustilla ympyrän kaarilla kummastakin aaltolähteestä lähtevät ympyräaallot siten, miltä ne näyttäisivät yksinään, ilman toisen aaltolähteen olemassaoloa. Musta ympyränkaari kuvaa aallon harjaa. Kahden, samasta aaltolähteestä peräisin olevan harjan puolivälissä on aina aallon pohja.

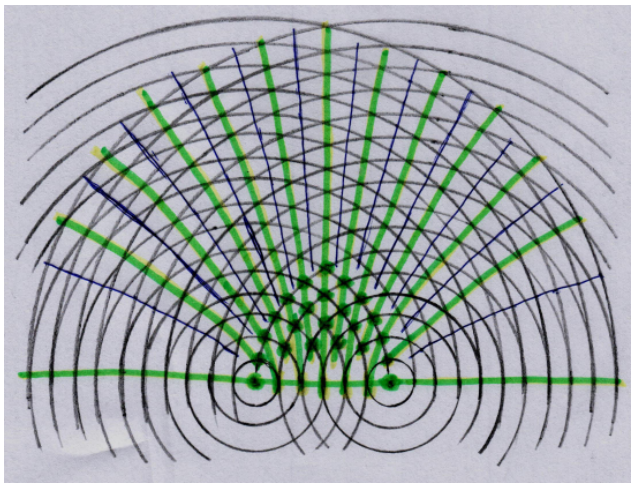
Kun molemmat aaltolähteet toimivat yhtä aikaa, on muodostuva aaltoliike superpositioperiaatteen mukaisesti summa kuvaan mustalla viivalla piirretyistä erillistä aalloista. Siellä missä mustat ympyrän kaaret leikkaavat, syntyy vahvistava interferenssi, koska siellä kaksi aallonharjaa esiintyvät samassa pisteessä ja näin ollen kyseisessä kohdassa aallot ovat samassa vaiheessa. Edelleen tähän kohtaan muodostuu kyseisellä hetkellä aallon harja. Vastaavasti vahvistava interferenssi syntyy myös siellä, missä kummankin aallon pohjat yhtyvät ja siihen kohtaan syntyy ko. hetkellä aallon pohja. 1p

Tarkastellaan kuvaan 1 piirrettyä vihreää viivaa A. Pisteet 1, 2, 3 jne. ovat tällä linjalla ja niissä tapahtuu vahvistava interferenssi. Kuvasta nähdään myös, että näistä pisteistä kahden peräkkäisen pisteen puolivälissä on aina kohta, jossa aallon pohjat yhdistyvät ja myös näissä kohdissa esiintyy vahvistava interferenssi. Itse asiassa jokaisessa pisteessä linjalla A esiintyy vahvistava interferenssi

ja näin ollen kyseisellä linjalla aaltoliike on lähiympäristöön verrattuna voimakkaampaa. Kuvaan on merkitty 7 vastaavaa linjaa kukin vihreällä värillä. Nämä linjat hahmottuvat tehtävänannon kuvassa voimakkaana aaltoliikkeenä. Kuvaan 1 on vielä erityisesti merkitty aaltolähteiden yläpuolelle 6 vihreää täplää, joissa esiintyy voimakas aaltoliikkeen harja. Sama kuvio näkyy myös tehtävänannon kuvassa valkoisina täplinä. 1p (2p)

Kuvaan 1 merkityllä sinisellä linjalla B esiintyy heikentävä interferenssi, koska linjan jokaisessa pisteessä yhteenlaskettavat aallot ovat vastakkaisessa vaiheessa - tällä linjalla toisen aallon harja on aina samassa kohtaa kuin toisen aallon pohja. Koska linjalla B aallot ovat vastakkaisessa vaiheessa, on aaltoliike tällä linjalla pienimmillään lähiympäristöön nähden. Linja B sekä muut, yhteensä 6 sinistä linjaa, näkyvät tehtävänannon kuvassa harmaina säteinä, koska niissä aaltoliike on lähes kokonaan sammunut, eikä merkittäviä aallon harjoja tai pohjia erotu. 1p (3p)

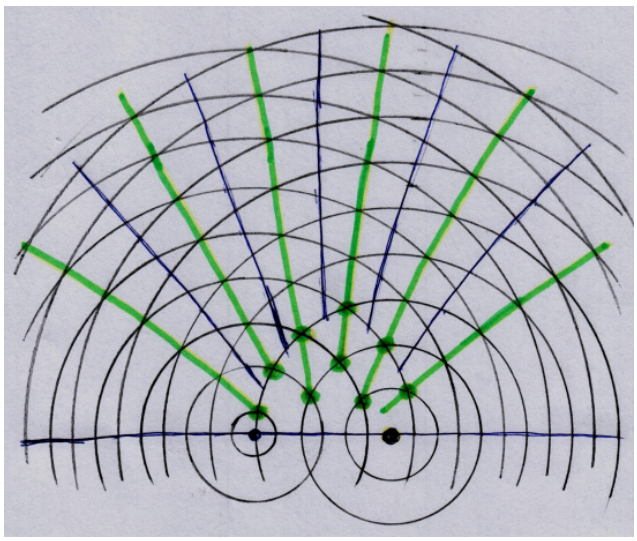
b)



Kuva 2

Kun lähteiden taajuus kaksinkertaistetaan, aallonpituus puolittuu, koska aallon etenemisnopeuden voidaan olettaa pysyvän likimain vakiona. Aaltokuviosta tulee kuvan 2 mukainen. Merkinnät kuvassa 2 ovat samat kuin a-kohdan kuvassa 1. 2p (5p)

c)



Kuva 3

Kuvassa 3 on piirretty tilanne, kun vasemmanpuoleisen lähteen vaihe on vastakkainen kuvan 1 tilanteeseen verrattuna. Nyt vasemmanpuoleisen lähteen synnyttämät ympyräaallot sijaitsevat puoli

aallonpituutta eri kohdassa. Kuvan merkinnät ovat samat kuin a-kohdassa ja aaltojen yhteisvaikutuksesta syntyvät vahvistavan ja heikentävän interferenssin linjat on esitetty vihreillä ja sinisillä viivoilla vastaavasti.

a- ja c-kohdan aaltokuvioissa on kaksi oleellista eroa. Siellä missä a-kohdassa on heikentävä interferenssi eli kuvassa sininen viiva, on c-kohdassa vahvistava interferenssi eli vihreä viiva ja toisin päin. Toinen ero on, että a-kohdan kuvio on symmetrinen, mutta c-kohdan kuvio on epäsymmetrinen. Vihreät viivat sijoittuvat myös c-kohdassa symmetrisesti kuvan keskilinjan suhteen, mutta aallon harjat ja pohjat näillä viivoilla eivät, koska oikeanpuoleisilla viivoilla aaltoliike on 180 astetta eri vaiheessa kuin vasemmanpuoleisilla viivoilla. 1p (6p)

+12. Suomessa radioaktiivista jätettä syntyy erityisesti ydinenergian käytössä sekä teollisuudessa, kaivostoiminnassa, terveydenhoidossa ja tutkimuksessa. Miksi radioaktiivinen jäte on ongelmallista?

a) Tarkastele ongelmaa fysikaalisesta näkökulmasta. (5 p.)
b) Tarkastele ongelmaa muista näkökulmista, esimerkiksi kemiallisesta, biologisesta, geologisesta ja yhteiskunnallisesta näkökulmasta. (4 p.)

Ratkaisu. Pisteytys: 1p / kohta - max. 5p

a) Radioaktiivinen jäte säteilee ja se on tämän takia vaarallista ympäristölle, eläimille ja ihmisille. Seuraavat seikat vaikuttavat radioaktiivisen aineen vaarallisuuten ympäristölle:
   - Aineen emittoiman säteilyn laji vaikuttaa. Gamma- ja röntgensäteily pystyy tunkeutumaan syvälle kudokseen, kun taas hiukkassäteilyt pysähtyvät helpommin kudoksen pinnassa.
   - Aineen emittoiman säteilyn energia vaikuttaa siihen, kuinka pahaa vahinkoa säteily aiheuttaa soluille. Suurempienerginen säteily pystyy rikkomaan vahvempia sidoksia ja se pystyy tunkeutumaan syvemmälle kudokseen.
   - Puoliintumisaika vaikuttaa siihen kuinka kauan aine on vaarallista. Mitä pidempi aineen puoliintumisaika on, sitä kauemmin aine on vaarallista ympäristölle.
   - Aineen aktiivisuus ilmaisee kuinka monta hajoamista tietyssä jätteessä tapahtuu aikayksikköä kohti. Korkeasti aktiiviset aineet säteilevät paljon ja toisaalta niillä on lyhyt puoliintumisaika.
   - Jätteestä ympäristöön pääsevän säteilyn määrä. Osa säteilystä absorboituu aina jätteeseen itseensä.
   - Jos jäte on palavaa, siitä voi tulipalon sattuessa levitä ympäristöön radioaktiivisia kaasuja.
   - Jos jäte voi hajota fissiolla, voi jätteessä käynnistyä hallitsematon ydinreaktio.
   - Radioaktiivinen aine on kehoon joutuessaan sitä vaarallisempaa mitä helpommin sitä pääsee ja kertyy kehoon.
   - Jos jäte liukenee helposti veteen, se kulkeutuu helpommin ympäristöön ja ihmiskehoon.

b) *Geologinen ja yhteiskunnallinen näkökulma:* Ydinjätteen loppusijoituspaikka on valittava siten, että sen voidaan louhia peruskallioon riittävän syvälle. Lisäksi pohjaveden virtauksen tulee olla vähäinen, jottei se aiheuta korroosiota jätekapseleita ympäröivässä suojaavassa savessa eikä itse säiliössä. Loppusijoituspaikan peruskallio täytyy olla riittävän suuri ja sen koostumus on oltava tiivis. Lisäksi maaperän pitää olla vakaa loppusijoituspaikassa, sillä voimakkaat maanjäristykset voisivat hajoittaa rakennelmat ja jätettä voisi päästä esim. pohjaveteen. Myös seuraavan jääkauden paksun jääkerroksen aiheuttama paine tulee huomioida loppusijoituksessa.

   Ydinjäte on loppusijoituspaikassa tuhansia vuosia ennen kuin se on täysin vaaratonta. Tämän takia loppusijoitus on pystyttävä järjestämään siten, ettei paikkaa tarvitse valvoa paikan sulkemisen jälkeen. On kuitenkin mahdollista, että tulevaisuudessa ydinjätettä pystytään hyödyntämään, joten jäte pitäisi pystyä noutamaan tarvittaessa takaisin.

   Kemiallinen näkökulma: Ydinjätteen loppusijoituskapselit on rakennettava kemiallisilta ominaisuuksiltaan sellaisesta aineesta, että ne eivät kärsi korroosiosta pitkänkään ajan kuluessa. Kemialliset olosuhteet on otettava huomioon loppusijoituspaikkaa valitessa.

   Biologinen näkökulma: Ionisoiva säteily voi soluun osuessaan aiheuttaa solun tuhoutumisen, joka johtaa kudosvaurioon. Herkimpiä kudoksia säteilylle ihmiskehossa ovat luuytimen, ihon ja limakavojen solut. Jos kehon saama säteilyannos on suuri, voi seurauksena olla vakava sairaus tai kuolema. Sikiöön osuessaan säteily voi aiheuttaa kehityshäiriöitä. Säteily voi aiheuttaa myös palovammoja iholla.

   Lisäksi säteilylle altistuminen voi aiheuttaa solujen mutaatioita, jotka voivat johtaa syöpään tai perinnöllisiin geenimutaatioihin. Mutaatio aiheutuu, kun säteily rikkoo solun DNA-molekyylin.

   Pisteytys: 1p / eri näkökulma - max. 4p

+13. Kaasulämpömittarilla määritetään kaasun lämpötila mittaamalla säiliössä vakiotilavuudessa olevan kaasun painetta.

a) Miten kaasulämpömittarin avulla voidaan kiinnittää absoluuttnen lämpötila-asteikko? Selitä kokeen periaate. (3 p.)

b) Taulukossa on annettu mitatut paineen arvot tilavuuden funktiona 293,0 K:n lämpötilassa H_2- ja N_2-kaasuille. Kummankin kaasun ainemäärä on 1,000 mol. Kumpikaan kaasuista ei noudata ideaalikaasulakia *mittausalueella.* Määritä tuloksista graafisest yleinen kaasuvakio R. (4 p.)

p (kPa)		100,0	200,0	300,0	400,0	600,0	800,0	1000,0
V (dm^3)	N_2	24,343	12,162	8,102	6,072	4,042	3,027	2,418
	H_2	24,378	12,197	8,137	6,107	4,077	3,062	2,453

c) Johannes van der Waalsin vuonna 1873 kehittämän mallin mukaan poikkeaman ideaalikaasumallista aiheuttaa kaksi tekijää: reaalikaasun molekyylien äärellinen tilavuus ja molekyylien välinen attraktiivinen vuorovaikutus. Tarkastellaan taulukon kaasujen käyttäytymistä verrattuna ideaalikaasuun. Kumpi tekijä aiheuttaa enemmän poikkeamaa ideaalikaasumallista kullakin kaasulla? (2 p.)

Ratkaisu.

a) Kaasulämpömittarilla mitataan painetta ja paineen muutokset lämpötilan muutoksiin liittää isokoorinen ideaalikaasun tilanyhtälö

$$\frac{p}{T} = \text{vakio.}$$ 1p

Absoluuttisen lämpötila-asteikon kiinnittäminen toimii seuraavasti. Toinen peruspiste on absoluuttinen nollapiste, jossa lämpötila on nolla astetta ja toiseksi peruspisteeksi valitaan jokin helposti saavutettava vertailulämpötila, kuten veden kolmoispisteen lämpötila ja annetaan kaasun asettua termodynaamiseen tasapainoon tässä vertailulämpötilassa olevan systeemin kanssa. Nyt tälle vertailulämpötilalle sovitaan nollasta poikkeava arvo (Kelvin-asteikossa 273,16 K). Seuraavaksi mitataan kaasun paine tässä lämpötilassa. 1p (2p) Nyt isokoorisesta ideaalikaasun tilanyhtälöstä päätellään, että tämän (T,p)-koordinaatiston pisteen kautta kulkee origon kautta kulkeva suora ja muihin paineen arvoihin voidaan liittää lämpötila

$$T = \frac{p}{p_r} T_r,$$

missä p on mitattu paine, p_r on kaasunpaine vertailulämpötilassa ja T_r on vertailulämpötila. 1p (3p)

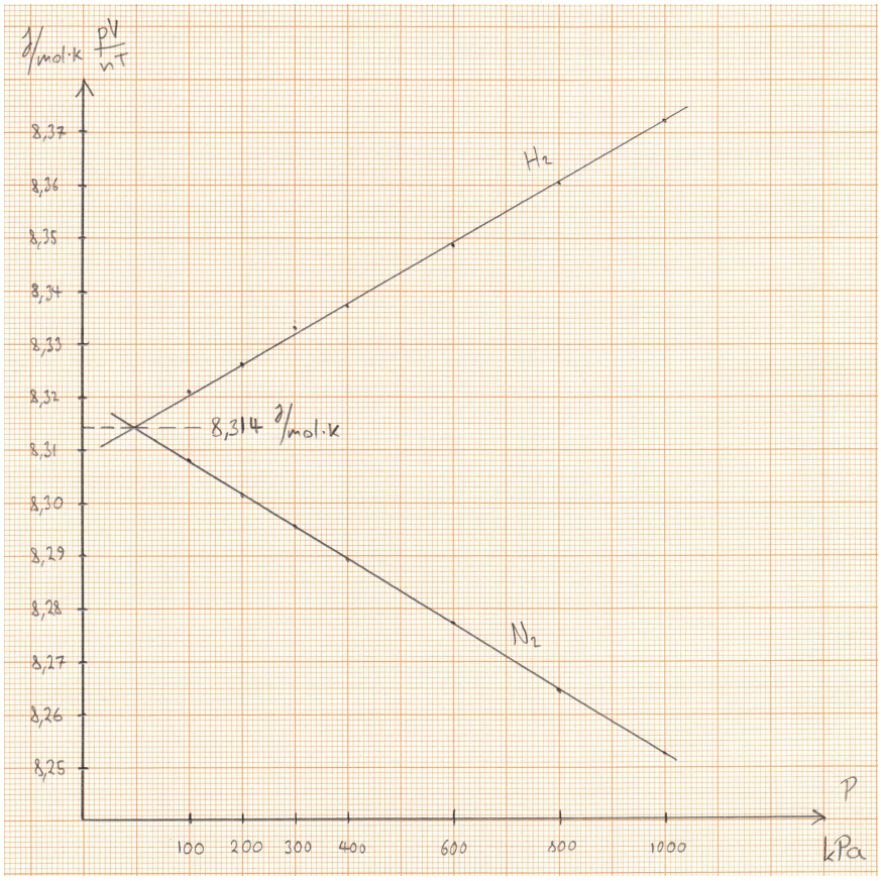
b) Ideaalikaasulle pätee

$$pV = nRT$$
$$R = \frac{pV}{nT}.$$ 1p (4p)

Tarkastellaan lauseketta $\frac{pV}{nT}$ tehtävän kaasuille. Paineen lähestyessä nollaa molekyylien koko ja niiden väliset vuorovaikutukset ovat merkityksettömiä, jolloin $\frac{pV}{nT}$ lähestyy yleistä kaasuvakiota. 1p (5p)

Piirretään pisteet $\left(p, \frac{pV}{nT}\right)$-koordinaatistoon.

p(kPa)		100,0	200,0	300,0	400,0	600,0	800,0	1000,0
pV/nT	N_2	8,30819 . . .	8,30170 . . .	8,29556 . . .	8,28941 . . .	8,27713 . . .	8,26484 . . .	8,25255 . . .
(J/mol · K)	H_2	8,32013 . . .	8,32559 . . .	8,33139 . . .	8,33720 . . .	8,34880 . . .	8,36040 . . .	8,37201 . . .



kuva 1p (6p)

Suorat kohtaavat pisteessä $(0, R)$. Kuvaajasta luettuna yleinen kaasuvakio on

$$\underline{\underline{R = 8{,}314\,\mathrm{J/(mol \cdot K)}.}}$$

1p (7p)

c) Tarkastellaan, miten molekyylien äärellinen koko ja niiden väliset vetovoimat vaikuttavat lausekkeen pV/nT arvoon. Lausekkeessa V on vapaa tila, jossa molekyylit voivat liikkua. Nyt jos molekyylit ovat äärellisen kokoisia, vapaata liikkumatilaa on vähemmän ja täten lausekkeen pV/nT arvo on pienempi. Tämä perustelu ja lisäksi vety päätelty oikein 1p (8p)

Kun molekyyli on kaasun keskellä, siihen kohdistuu joka suunnasta likimain samansuuruiset muiden molekyylien aiheuttamat vetovoimat, joiden resultantti on siis likimain nolla. Toisaalta kun molekyyli on lähellä säiliön seinää, muut molekyylit kohdistavat siihen poispäin seinästä suuntautuvan resultanttivoiman. Tästä seuraa, että molekyylien törmäykset seiniin hidastuvat ja täten kaasun paine (joka kuvaa molekyylien törmäysten aiheuttamaa nettovoimaa seinään pinta-alayksikköä kohden) pienenee. Vetovoimat siis pienentävät lausekkeen pV/nT arvoa. Tämä perustelu ja typpi päätelty oikein 1p (9p)

Kuvaajasta nähdään, että vedylle

$$\frac{pV}{nT} > R,$$

joten <u>vedyn tapauksessa molekyylien koko aiheuttaa enemmän poikkeamaa.</u> Typellä taas

$$\frac{pV}{nT} < R,$$

joten <u>typellä molekyylien vetovoimat aiheuttavat enemmän poikkeamaa.</u>