YO-MALLIVASTAUKSET

FYSIIKKA

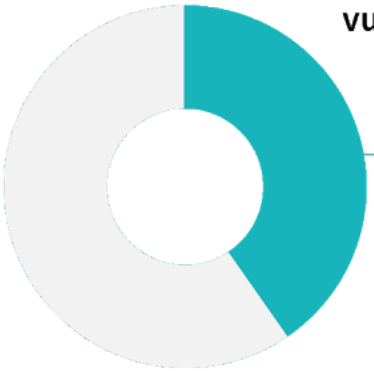
SYKSY 2018

Tiesitkö tämän?

Mafylaiset veivät vuoden 2018 haussa

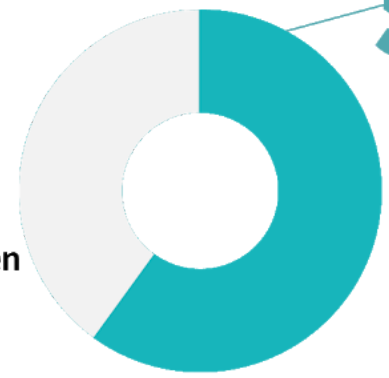
40 %

kaikista lääketieteellisten opiskelupaikoista.



58 %

Pk-seudun lukioista käyttää **Mafynettiä.**



58 % PK-seudun lukioista käyttää Mafynettiä!
Mafynetti-oppimateriaaleja saa nyt myös lukion 1. vuoden kursseille

MAFYNETTI

MALLIVASTAUSTEN TEKIJÄT:

Mallivastausten laatimisesta ovat vastanneet diplomi-insinööri Antti Suominen ja filosofian maisteri Teemu Kekkonen. Antti ja Teemu perustivat MAFY:n vuonna 2008. Teemu opetti 5 vuotta lukiossa ennen MAFY:n perustamista ja Antti työskenteli tunti-opettajana TKK:lla.

Nykyään Teemu vastaa MAFY:n kursseista PK-seudun ulkopuolella ja Antti vastaa Mafynetin oppimateriaalien kehityksestä. Muut mallivastaustiimin jäsenet ovat Sakke Suomalainen, Matti Virolainen, Viljami Suominen, Timo Kalinainen ja Tuomas Hauvala.

MAFY-VALMENNUS on Helsingissä toimiva, matematiikan ja luonnontieteiden opetukseen ja oppimateriaaleihin erikoistunut yritys.

PALVELUITAMME OVAT:

- Mafynetti - sähköinen oppimateriaali
- Lääketieteellisen valmennuskurssit
- DI-valmennuskurssit
- Yo-kokeisiin valmentavat kurssit.

Julkaisemme internet-sivuillamme kaiken palautteen, jonka asiakkaat antavat kursseistamme. Näin varmistamme, että palveluistamme kiinnostuneilla ihmisillä on mahdollisuus saada tarkka ja rehellinen kuva siitä, mitä meiltä voi odottaa.

KÄYTTÖEHDOT

Tämä asiakirja on tarkoitettu yksityishenkilöille opiskelukäyttöön. Kopion tästä asiakirjasta voi ladata osoitteesta www.mafyvalmennus.fi. Käyttö kaikissa kaupallisissa tarkoituksissa on kielletty. Lukion fysiikan opettajana voit käyttää tätä tehtäväpakettia oppimateriaalina lukiokursseillasi. Nämä mallivastaukset ovat Antti Suominen Oy:n omaisuutta.

MAFY-VALMENNUKSEN YHTEYSTIEDOT:

www.mafy.fi/yhteydenotto

Puh. 030 6219 700

Koepaperi ja tehtävien aineistot

Katso koetehtävät aineistoineen tästä linkistä

Linkit MAFY-valmennuksen malliratkaisuihin

Ratkaisu tehtävään 1

Ratkaisu tehtävään 2

Ratkaisu tehtävään 3

Ratkaisu tehtävään 4

Ratkaisu tehtävään 5

Ratkaisu tehtävään 6

Ratkaisu tehtävään 7

Ratkaisu tehtävään 8

Ratkaisu tehtävään 9

Ratkaisu tehtävään 10

Ratkaisu tehtävään 11

Yleistä malliratkaisuista

Pisteytyssuositukset on kirjoitettu malliratkaisuihin sinisellä tekstillä.

Ratkaisujen yhteydessä on annetttu linkki, josta voit ladata teknisillä apuvälineillä tehdyt työtiedostot (Nspire, Libre Office Calc, Draw jne).

Jos koko ratkaisu on kirjoitettu Abitin editorilla, voit ladata L'Math -tiedoston. L'Math on yksityiskäyttäjille ilmainen ohjelma, jolla voi tehdä ja tallentaa asiakirjoja käyttäen editoria, joka on käytännössä identtinen Abitin editorin kanssa.

Monivalintatehtäviä fysiikan eri osa-alueilta (20 p.)

Katso koetehtävät aineistoineen tästä linkistä

Ratkaisu tehtävään 1

1.1. Koripallo on irtautunut heittäjän käsistä ja liikkuu ylöspäin. Tällöin palloon kohdistuvien voimien summa (2 p.)

- (•) suuntautuu alaspäin
- ( ) suuntautuu ylöspäin
- ( ) suuntautuu ensin ylöspäin ja sitten alaspäin
- ( ) on nolla

1.2. Lentoradan korkeimmalla kohdalla koripallon nopeus on hetkellisesti nolla. Tuolla hetkellä koripalloon kohdistuvien voimien summa (2 p.)

- (•) suuntautuu alaspäin
- ( ) suuntautuu ylöspäin
- ( ) nousukorkeudesta riippuen voi suuntautua alaspäin tai ylöspäin
- ( ) on nolla

1.3. Koripallo putoaa, pomppii hetken lattialla ja jää lopulta paikoilleen. Kun pallo on pysähtynyt, siihen kohdistuvien voimien summa (2 p.)

- ( ) suuntautuu alaspäin
- ( ) suuntautuu ylöspäin
- ( ) voi suuntautua alaspäin tai ylöspäin
- (•) on nolla

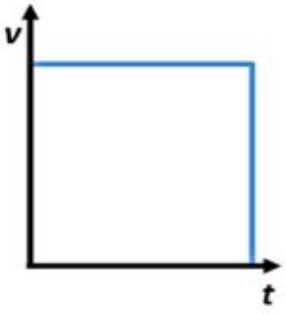
1.4. Mikä voima vaikuttaa palloon joka hetki heiton ja pomppimisen ajan? (2 p.)

Siihen vaikuttaa

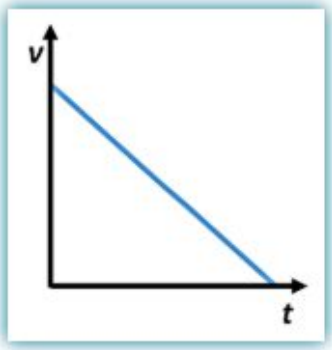
- (●) paino (gravitaatiovoima)
- ( ) heitosta aiheutuva voima
- ( ) ilmanvastus
- ( ) lattian tukivoima

1.5. Mikä kuvaajista kuvaa parhaiten koripallon nopeutta heiton alusta lentoradan korkeimpaan kohtaan? (2 p.)

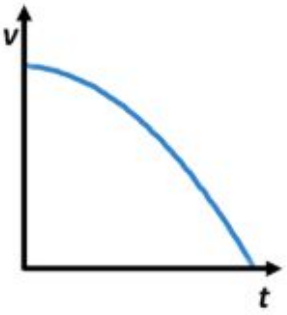
( )



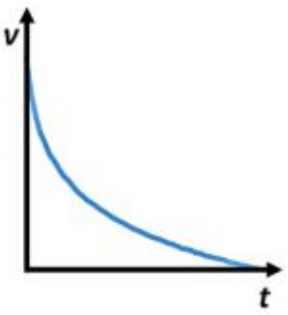
(●)



( )

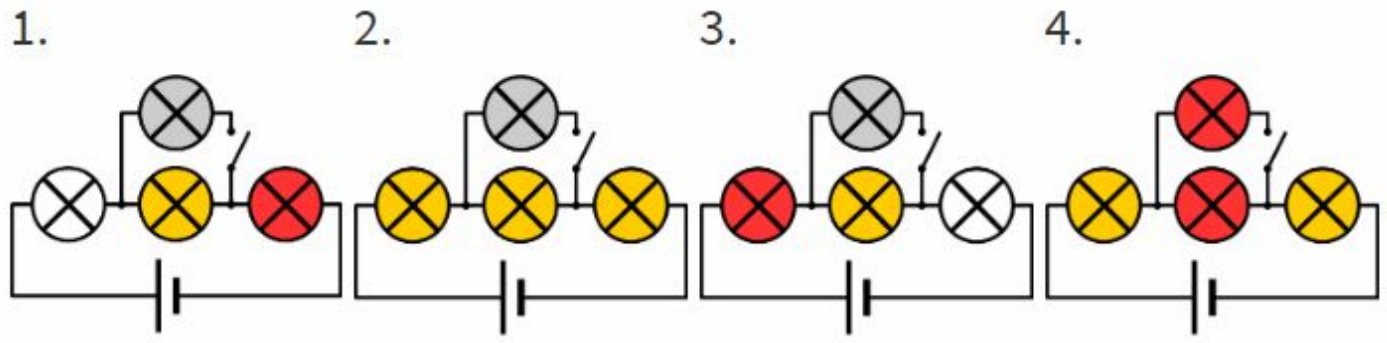


( )



1.6. Tarkastellaan virtapiiriä, jossa on ideaalinen paristo, neljä samanlaista hehkulamppua sekä kytkin. Lamppujen värit kuvaavat niiden kirkkauksia seuraavasti: valkoinen lamppu on hyvin kirkas, keltainen on melko kirkas, punainen on himmeä ja harmaa ei pala lainkaan.

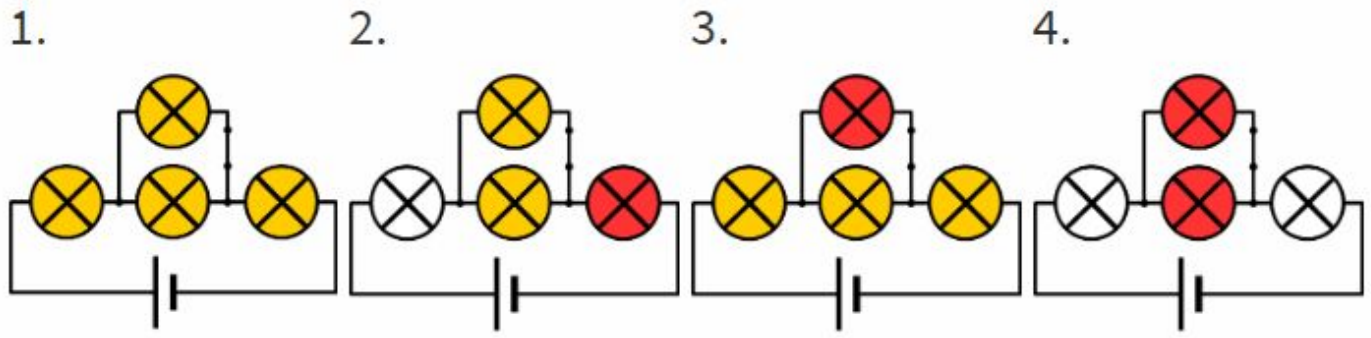
Kytkin on avoinna. Mikä kuvista 1.–4. esittää tällöin lamppujen kirkkauksia? Perustele lyhyesti vastauksesi. (5 p.)



Oikea vastaus on 2. Perustelu:
Ylinnä olevan lampun läpi ei kulje sähkövirtaa, koska kytkin on auki. Näin ollen se ei pala. Koska kaikki lamput ovat samanlaisia, niillä on sama resistanssi. Kolme alempaa lamppua on kytketty sarjaan jolloin kaikkien läpi kulkee sama virta ja ne siis palavat yhtä kirkkaina. Lamput muodostavat pariston kanssa yksisilmukkaisen, suljetun virtapiirin. Kuva 2. on ainoa, jossa näin on.

1.7. Tarkastellaan virtapiiriä, jossa on ideaalinen paristo, neljä samanlaista hehkulamppua sekä kytkin. Lamppujen värit kuvaavat niiden kirkkauksia seuraavasti: valkoinen lamppu on hyvin kirkas, keltainen on melko kirkas, punainen on himmeä ja harmaa ei pala lainkaan.

Kytkin on suljettu. Mikä kuvista 1.–4. esittää tällöin lamppujen kirkkauksia? Perustele lyhyesti vastauksesi. (5 p.)



Oikea vastaus on 4. Perustelu:
Symmetrian vuoksi vasen ja oikea lamppu palavat keskenään yhtä kirkkaasti. Symmetrian vuoksi myös keskimmäiset lamput palavat keskenään yhtä kirkkaasti. Keskimmäiset lamput on kytketty rinnan. Koska lamput ovat keskenään samanlaiset, kummankin läpi kulkee puolet vasemman ja oikean lampun läpi kulkevasta virrasta. Keskimmäiset lamput palavat siksi himmeämmin kuin vasen ja oikea lamppu. Kuva 4. on ainoa, jossa kaikki nämä kolme ehtoa ovat voimassa.

2. Kahvin jäähtyminen (15p)

Katso koetehtävät aineistoineen tästä linkistä

Pekka tutki kahvin jäähtymistä emalimukissa. Hän kaatoi kahvia mukiin, mittasi kahvin lämpötilan minuutin välein ja kirjasi tulokset tietokoneelle. Pekan mittaussarjan tulokset on annettu taulukossa 2.A.

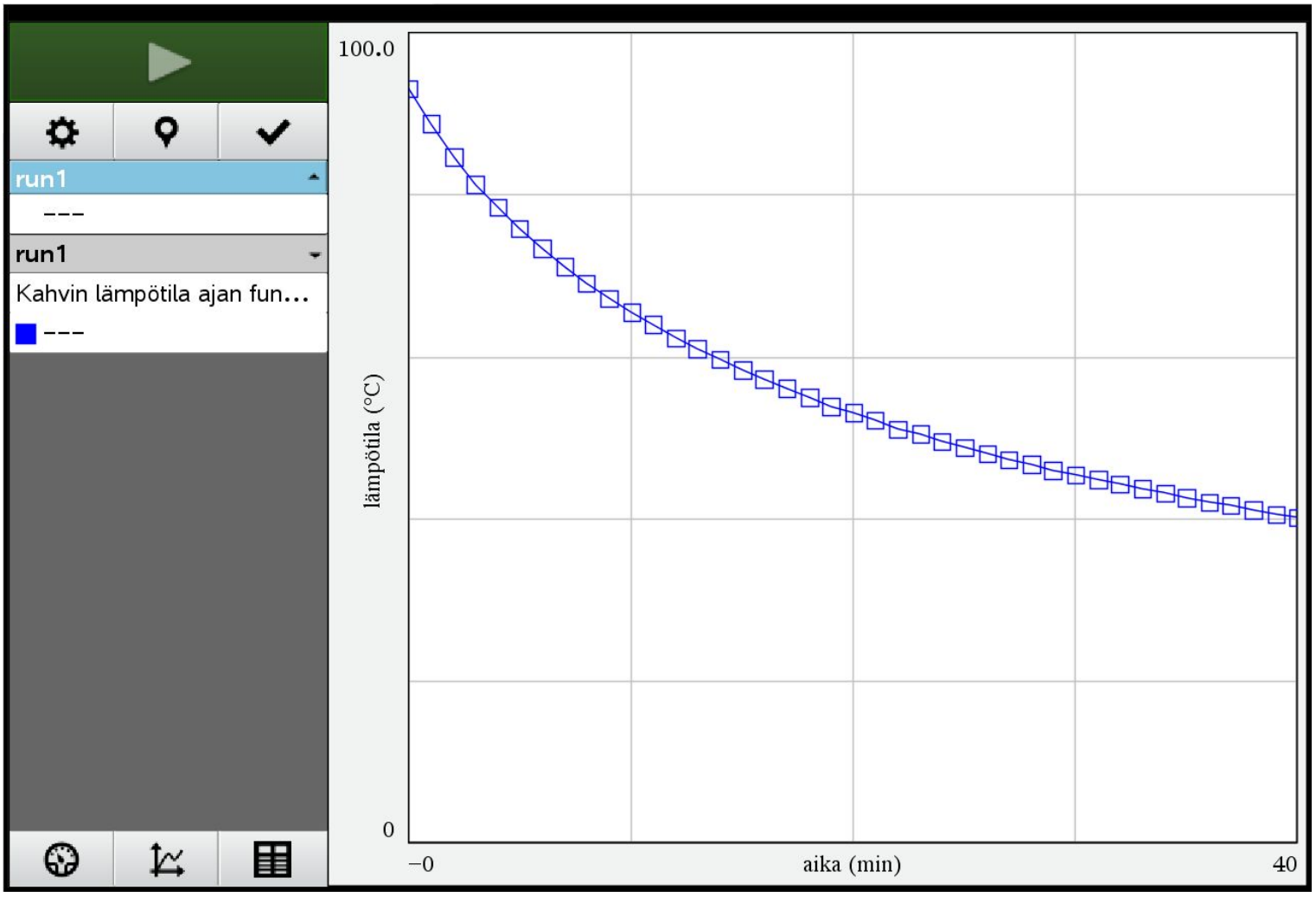
2.1. Laadi valitsemallasi ohjelmalla mittaussarjan tuloksista kahvin lämpötilan kuvaaja ajan
funktiona ja liitä kuvaaja kuvakaappauksena vastauslaatikkoon. (5 p.)

2.2. Kahvia oli mukissa 192 ml. Kuinka paljon lämpöä kahvi luovutti ympäristöön aikavälillä 2,5 min – 5,5 min? (5 p.)

2.3. Kahvia oli mukissa 192 ml. Kuinka suurella teholla kahvia pitäisi lämmittää mukissa, että kahvin lämpötila pysyisi 65 °C:ssa? (5 p.)

Ratkaisu tehtävään 2

Lataa tästä ratkaisun tiedostot itsellesi!



2.2. Oletetaan, että kahvin ominaislämpökapasiteetti on likimain sama kuin vedellä, eli

$$\mathbf{c} := \frac{4181.9 \cdot _J}{_kg \cdot _°C} \blacktriangleright 4181.9 \cdot \frac{_m^2}{_s^2 \cdot _°C} .$$

Tehtävänannon mukaan kahvia oli

$$\mathbf{v} := 192 \cdot _ml \blacktriangleright 0.000192 \cdot _m^3 .$$

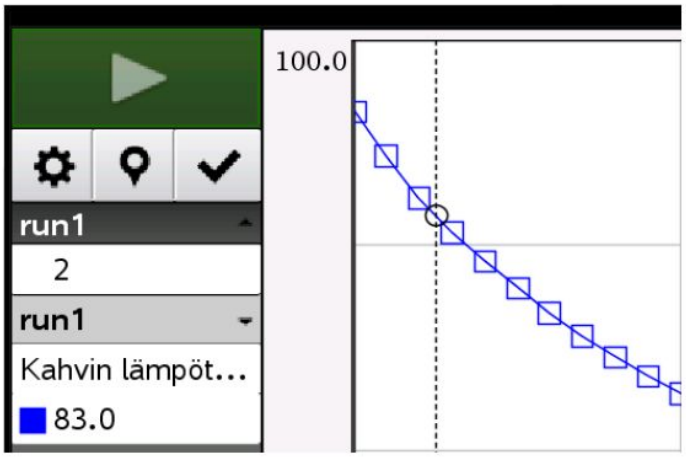
Tulkitaan, että kahvin tilavuus oli tämä mittauksen alussa, jolloin lämpötila oli mittausten perusteella 93,1 celsiusta. Oletetaan, että kahvin tiheys on sama kuin vedellä. Lähin taulukosta löytyvä tiheyden arvo on veden tiheys 90 celsiuksen lämpötilassa, eli

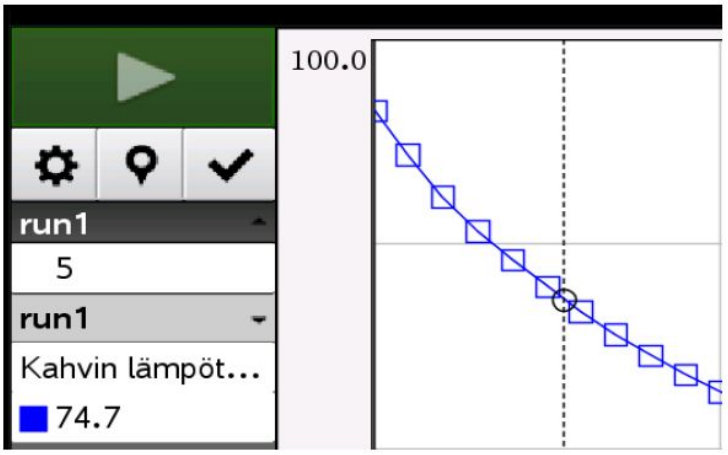
$$\boldsymbol{\rho} := \frac{965.32 \cdot _kg}{_m^3} \blacktriangleright 965.32 \cdot \frac{_kg}{_m^3} .$$

Kahvin massa on siis

$\mathbf{m}:=\rho\cdot \mathbf{v} \blacktriangleright 0.185341\cdot _kg$ 1p (6p)

Selvitetään kuvaajasta interpoloimalla kahvin lämpötila hetkellä 2,5 min ja hetkellä 5,5 min.





Saadaan siis lämpötilan muutokseksi

$\mathbf{dte}:=83.\cdot _°C-74.7\cdot _°C \blacktriangleright 8.3\cdot _°C.$ 2p (8p)

Kahvi luovutti siis ympäristöön lämpöä yhteensä

$\mathbf{q}:=\mathbf{c}\cdot \mathbf{m}\cdot \mathbf{dte} \blacktriangleright 6433.16\cdot _J$

Vastaus: Kahvi luovutti 6,4 kJ lämpöä aikavälillä 2,5 min – 5,5 min.

2p (10p)

Huomautus lukijalle: YTL:n hyvän vastauksen piirteissä oli sekä tässä kohdassa että kohdassa 2.3. käytetty kahvin tiheytenä veden tiheyttä 80 celsiuksen lämpötilassa, vaikka kohdassa 2.3. lämpötila on 65 celsiusta. Tästä päätellen tehtävässä luultavasti hyväksytään eri oletuksia kahvin tiheydestä. Yksinkertaisin järkevä oletus kahvin tiheydestä on $1000\ \mathbf{kg/m}^3$.

2.3. Kahvin ominaislämpökapasiteetti ja massa ovat samat kuin kohdassa 2.2, eli

$$\mathbf{c} := \frac{4181.9 \cdot _J}{_kg \cdot _°C} \blacktriangleright 4181.9 \cdot \frac{_m^2}{_s^2 \cdot _°C}$$

$$\mathbf{m} := 0.185341 \cdot _kg \blacktriangleright 0.185341 \cdot _kg$$

Jotta lämpötila pysyisi 65 celsiuksessa, kahvia tulee lämmittää yhtä suurella teholla kuin millä teholla kahvista siirtyy lämpöä ympäristöön tässä lämpötilassa. Kun kahvi jäähtyy lämpötilanmuutoksen dte verran, siitä siirtyy ympäristöön lämpömäärä

$$dq = \mathbf{c} \cdot \mathbf{m} \cdot dte \,.$$

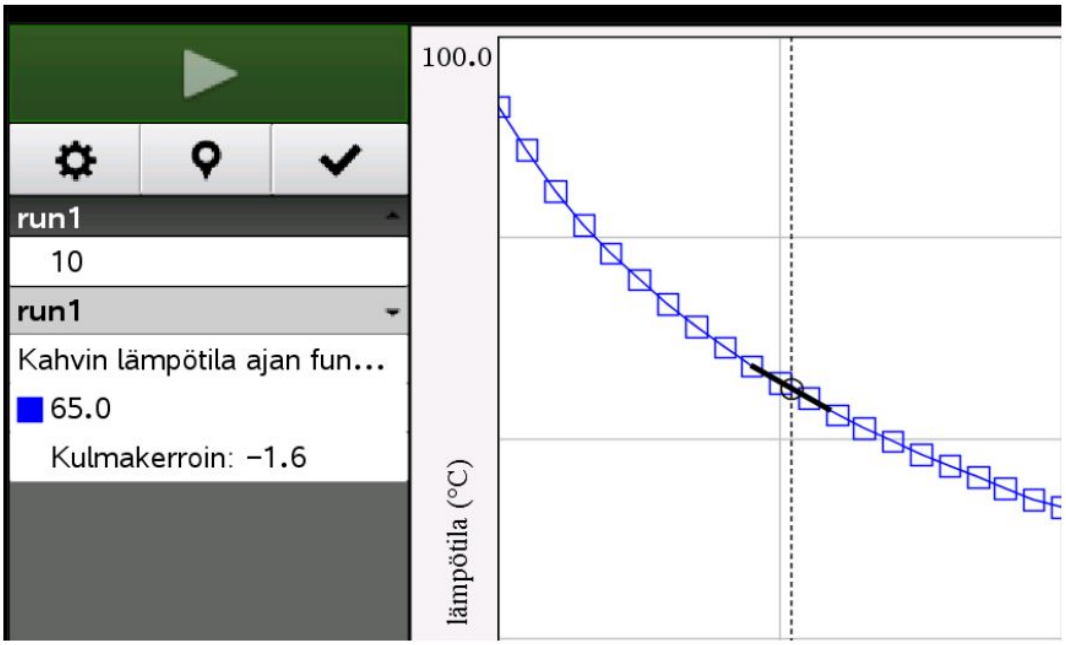
Näin ollen lämpöä siirtyy siis teholla

$$P = \frac{dq}{dt} = \frac{\mathbf{c} \cdot \mathbf{m} \cdot dte}{dt} = \mathbf{c} \cdot \mathbf{m} \cdot \frac{dte}{dt} \,.$$ 2p (12p)

Tehon kaavassa oleva lauseke

$$\frac{dte}{dt},$$

eli lämpötilanmuutos jaettuna ajan muutoksella, vastaa äärimmäisen pienellä aikavälillä kohdassa 2.1. piirretyn kuvaajan tangentin fysikaalista kulmakerrointa. Selvitetään se graafisella derivoinnilla sillä ajanhetkellä, jolloin lämpötila on 65 celsiusta.



Fysikaaliseksi kulmakertoimeksi saadaan

$$\frac{dte}{dt} = -1.6_°C/_\mathrm{min}$$ 1p (13p)

Lämpö johtuu siis kahvista ympäristöön teholla

$$P := \mathbf{c}\cdot\mathbf{m}\cdot\frac{dte}{dt} = \mathbf{c}\cdot\mathbf{m}\cdot\frac{-1.6\cdot_°\mathrm{C}}{_\mathrm{min}} \blacktriangleright -20.6687\cdot_\mathrm{W}$$

Vastaus: Kahvia tulee siis lämmittää teholla 21 W.

2p (15p)

3. Tasavirtapiiri (15 p.)

Katso koetehtävät aineistoineen tästä linkistä

Kuvassa 3.A on esitetty kytkentäkaavio, jonka mukainen virtapiiri löytyy simulaatiosta 3.B. Käynnistä simulaatio. Muuta simulaatiossa jännitelähteen Us napajännitettä kaksoisklikkaamalla hiirellä laatikkoa ja syöttämällä uusi jännitteen arvo (paina Enter). Simulaatiossa näkyvät napajännitteen arvoa vastaavat virta- ja jännitemittarien lukemat. Simulaatiossa paristo ja mittarit ovat ideaalisia.

3.1. Määritä simulaatiota käyttäen vastuksen Ra resistanssi. (5 p.)

3.2. Määritä simulaatiota käyttäen pariston Ux lähdejännite. (4 p.)

3.3. Määritä simulaatiota käyttäen vastuksen Rb resistanssi. (6 p.)

Ratkaisu tehtävään 3

Lataa tästä ratkaisun tiedostot itsellesi!

3.1.

Koska jännitemittari on ideaalinen, sen läpi ei kulje virtaa. Näin ollen piirissä on vain yksi silmukka, jossa kulkee virta, ja virran suuruus nähdään virtamittarista.

Asetetaan simulaatiossa jännitteeksi Us = 1000 V. Huomautus lukijalle: Jännite voisi olla mikä tahansa luku, mutta kannattaa valita suuri luku, jotta lukemat saadaan hyvällä tarkkuudella.

Luetaan simulaatiosta jännitemittarin ja virtamittarin lukemat:

ua:=716.98· _V ▸ 716.98· _V

i:=12803.2· _mA ▸ 12.8032· _A

Koska jännitemittari on kytketty vastuksen Ra napoihin, saadaan Ohmin lain mukaisesti

$$ua = ra \cdot i$$

Ratkaistaan edellisestä vastuksen Ra resistanssi ra.

$$ra := \frac{ua}{i} \blacktriangleright 56.00006248 \cdot _\Omega$$

suureyhtälön ratkaisu 3p

Vastaus: Vastuksen Ra resistanssi on $56{,}0\ \Omega$. 2p (5p)

Huomautus lukijalle: Laskussa käytetty epätarkin lähtöarvo sisältää viisi merkitsevää numeroa, joten vastauksen voisi periaatteessa antaa suuremmallakin tarkkuudella kuin tässä on tehty. Toisaalta, koska simulaatiolla mallinnetaan todellista virtapiiriä, emme voi olettaa, että simulaattorin käyttämät resistanssin Rb tai jännitteen Ux arvot olisivat loputtoman tarkkoja. Edelleen, simulaatiossa oli tehty likimääräistyksiä olettamalla paristo ja mittarit ideaalisiksi. Ei ole kuitenkaan mitään perusteltua tapaa tehdä oletuksia näiden epätarkkuuksien suhteen, joten uskomme, että tehtävän arvostelussa hyväksytään erilaisia tarkkuuksia.

3.2.

Kokeillaan, millä jännitteen Us arvolla virta menee nollaan. Huomataan, että näin tapahtuu, kun Us = 1,35 V. Koska virta on nolla, vastuksissa ei tapahdu jännitehäviöitä. Kiertämällä silmukka vastapäivään vastusten ja jännitelähteiden läpi, saadaan Kirchhoffin II lain mukaan yhtälö

Us−Ux=0, josta edelleen 2p (7p)

Ux=Us=1,35 V.

Vastaus: Pariston Ux lähdejännite on 1,35 V. 2p (9p)

3.3.

Asetaan taas simulaattorissa jännitelähteen Us jännitteeksi

$\mathbf{us}:=1000\cdot_V \blacktriangleright 1000.\cdot_V,$

jolloin piirissä kulkeva virta ja vastuksen Ra päiden välinen jännite ovat samat kuin kohdassa 3.1. eli

$\mathbf{i} \blacktriangleright 12.8032\cdot_A$ ja

$\mathbf{ua} \blacktriangleright 716.98\cdot_V.$

Toisaalta, kohdan 3.2. mukaan pariston Ux jännite

$\mathbf{ux}:=1.35\cdot_V \blacktriangleright 1.35\cdot_V.$

Kiertämällä silmukka vastapäivään vastusten ja jännitelähteiden läpi, jolloin saadaan Kirchhoffin II lain mukaan yhtälö

$\mathbf{us}-\mathbf{rb}\cdot\mathbf{i}-\mathbf{ux}-\mathbf{ua}=0$ 2p (11p)

Ratkaistaan edellisestä vastuksen Rb resistanssi $\mathbf{rb}$.

$\mathbf{rb}:=\frac{-(\mathbf{ua}-\mathbf{us}+\mathbf{ux})}{\mathbf{i}} \blacktriangleright 21.99996876\cdot_\Omega$ suureyhtälön ratkaisu 2p (13p)

Vastaus: Vastuksen Rb resistanssi on $22{,}0\ \Omega$. 2p (15p)

Huomautus laskinohjelman käytöstä: Jännitteiden ja resistanssien merkinnät olisi voinut tehdä hieman siistimmin hyödyntäen alaindeksejä, esim. r_b, u_x jne. Tässä käytetyt merkinnät $\mathbf{rb}$ ja $\mathbf{ux}$ ovat kuitenkin hyväksyttäviä ja ne on nopeampi kirjoittaa. Niitä voi siis käyttää, jos haluaa säästää aikaa ja kuitenkin saa selvää omista merkinnöistään.

4. Tukki pinoon (15 p.)

Katso koetehtävät aineistoineen tästä linkistä

Konsta Pylkkänen on nostamassa tasapaksua tukkia puupinon päälle. Tukki ei liu'u pinon suhteen.

4.1. Konsta nostaa pinoa vasten tuetun tukin vaakasuoraan. Hän kohdistaa sen oikeanpuoleiseen päähän tukkia vastaan kohtisuoran voiman kuvan 4.A mukaisesti. Kuinka suuri voima vähintään vaaditaan? (8 p.)

4.2. Konsta jatkaa tukin nostoa vaakasuorasta asennosta kuvan 4.B asentoon. Kuinka suuri voima tässä noston vaiheessa vähintään vaaditaan? (7 p.)

Ratkaisu tehtävään 4

Lataa tästä ratkaisun tiedostot itsellesi!

4.1.

$$\mathbf{g} := \frac{9.81 \cdot _m}{_s^2} \blacktriangleright 9.81 \cdot \frac{_m}{_s^2}$$

Oletetaan tukki homogeeniseksi. Lasketaan ensin tukin massa. Taulukkokirjasta saadaan puun tiheydeksi

$$\boldsymbol{\rho} := \frac{520 \cdot _kg}{_m^3} \blacktriangleright 520. \cdot \frac{_kg}{_m^3}.$$

Aineiston kuvan perusteella tukki on ympyrälieriön muotoinen, sen pituus on

$$\mathbf{l} := 3.5 \cdot _m \blacktriangleright 3.5 \cdot _m$$

ja sen halkaisija on

$$\mathbf{d} := 0.25 \cdot _m \blacktriangleright 0.25 \cdot _m.$$

Tukin poikkipinta-ala on siis

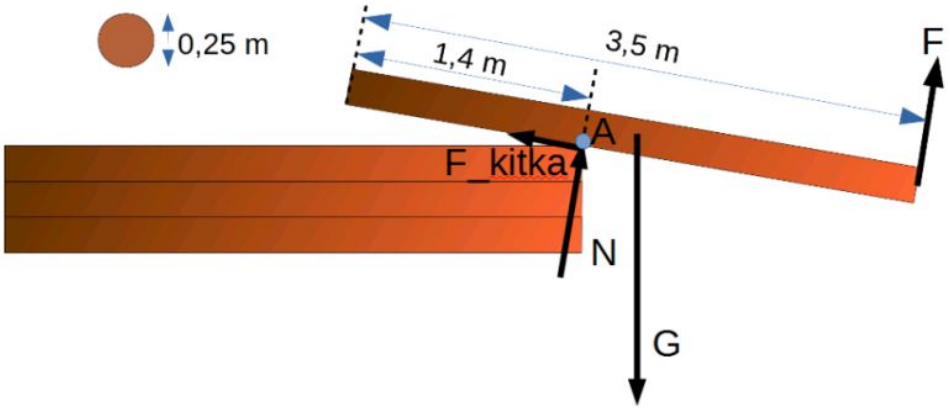
$$\mathbf{a} := \pi \cdot \left(\frac{\mathbf{d}}{2}\right)^2 \blacktriangleright 0.0490873852 \cdot _m^2 .$$

Tukin massa on siis

$$\mathbf{m} = \rho \cdot v$$

$$\mathbf{m} := \rho \cdot \mathbf{l} \cdot \mathbf{a} \blacktriangleright 89.33904109 \cdot _kg$$ 2p (2p)

Piirretään tukkiin vaikuttavat voimat.



voimakuvio 2p (4p)

F on Konstan kohdistama tukkia nostava voima,

F_kitka on tukin ja puupinon välinen kitkavoima,

N on tukin ja puupinon välinen tukivoima,

G on tukin painovoima.

Kitkavoiman ja tukivoiman vaikutussuorat kulkevat momenttipisteen A kautta, joten niiden momentit pisteen A suhteen ovat nollia. Voiman F momenttivarsi on kuvan mittojen perusteella

$$\mathbf{r1} := 3.5 \cdot _m - 1.4 \cdot _m \blacktriangleright 2.1 \cdot _m .$$

Tukin painovoiman vaikutuspiste on tukin keskikohdassa, eli etäisyydellä

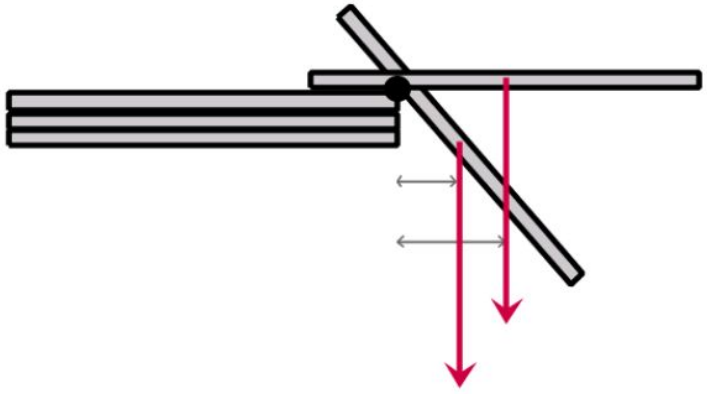
$$\mathbf{r2} := \frac{3.5 \cdot _m}{2} - 1.4 \cdot _m \blacktriangleright 0.35 \cdot _m$$ 1p (5p)

pisteestä A.

Huomautus lukijalle: Koko tukin pituus on 3,5 metriä, joten tukin keskipiste on $\frac{3.5\cdot _m}{2}$ etäisyydellä tukin päädystä. Kuvan perusteella momenttipiste on 1,4 metrin etäisyydellä tukin päädystä, joten tukin keskipisteen ja momenttipisteen välinen etäisyys on siis $\frac{3.5\cdot _m}{2}-1.4\cdot _m \blacktriangleright 0.35\cdot _m$.

Painovoiman momenttivarsi on suurimmillaan $\mathbf{r2}$:n pituinen, ja näin on silloin, kun tukki on äärimmäisen lähellä vaakasuoraa.

Huomautus lukijalle: Painovoima osoittaa suoraan alaspäin, joten sen momenttivarsi on vaakasuuntainen etäisyys momenttipisteestä painovoiman vaikutuspisteeseen. Tämä etäisyys on sitä suurempi, mitä lähempänä tukki on vaakasuoraa. Alla olevat kuvat voivat helpottaa asian hahmottamista.



Jotta Konsta saa nostettua tukkia, rajatapauksessa momenttien summa täytyy olla nolla. Valitaan positiivinen pyörimissuunta vastapäivään.

$\sum \mathbf{M}=0$

$F\cdot \mathbf{r1}-\mathbf{G}\cdot \mathbf{r2}=0$

$F \cdot r1 - m \cdot _g \cdot r2 = 0$ 2p (7p)

Ratkaistaan tästä voiman F suuruus.

$F = m \cdot _g \cdot r2 / r1$.

Lasketaan lukuarvo:

$\text{solve}(f \cdot r1 - m \cdot _g \cdot r2 = 0, f) \rightarrow f = 146.0194512 \cdot _N$

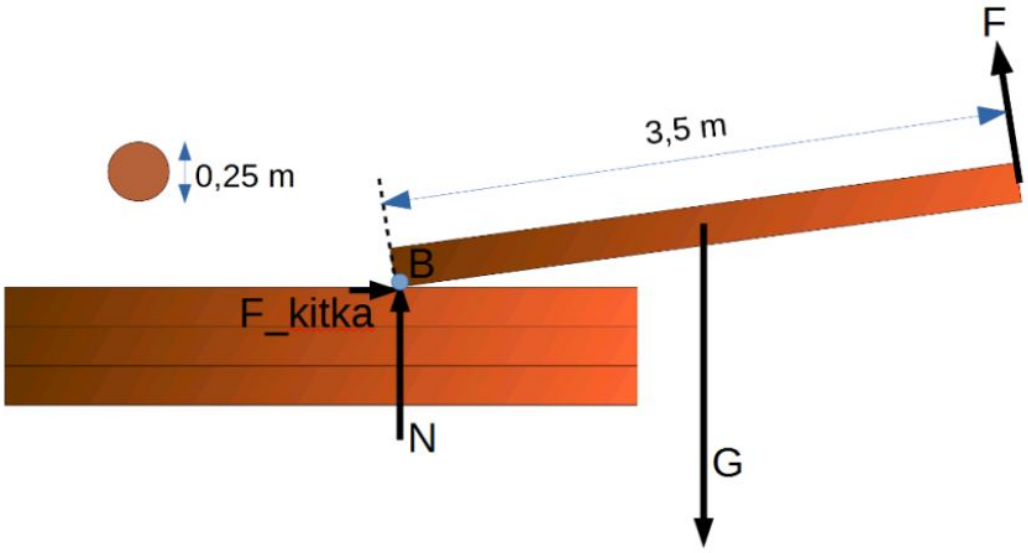
Vastaus: Vaaditaan vähintään 150 N suuruinen voima. 1p (8p)

4.2.

$g := \frac{9.81 \cdot _m}{_s^2} \rightarrow 9.81 \cdot \frac{_m}{_s^2}$

$m := 89.33904109 \cdot _kg \rightarrow 89.33904109 \cdot _kg$

Piirretään voimakuvio uudessa tilanteessa.



voimakuvio 2p (10p)

Tarkastellaan momentteja pisteen B suhteen. Samalla tavalla kuin kohdassa 4.1. saadaan, että kitkavoiman ja tukivoiman momentit ovat nolla, ja tukin painovoiman momenttivarsi on suurimmillaan, kun tukki on äärimmäisen lähellä vaakatasoa. Tällöin voiman F momenttivarsi on

$\mathbf{r3} := 3.5 \cdot _m \blacktriangleright 3.5 \cdot _m$

ja tukin painovoiman momenttivarsi on

$\mathbf{r4} := \frac{3.5 \cdot _m}{2} \blacktriangleright 1.75 \cdot _m .$ 1p (11p)

Sovitaan positiivinen pyörimissuunta vastapäivään. Kohdan 4.1. tapaan rajatapauksessa momenttien summa on nolla, joten saadaan

$\sum \mathbf{M} = 0$

$F \cdot \mathbf{r3} - \mathbf{G} \cdot \mathbf{r4} = 0$

$F \cdot \mathbf{r3} - \mathbf{m} \cdot \mathbf{g} \cdot \mathbf{r4} = 0$ 2p (13p)

Ratkaistaan tästä voiman F suuruus.

$$F = \frac{\mathbf{g} \cdot \mathbf{m} \cdot \mathbf{r4}}{\mathbf{r3}}$$

Lasketaan voiman suuruus:

$\mathrm{solve}\left(f \cdot \mathbf{r3} - \mathbf{m} \cdot \mathbf{g} \cdot \mathbf{r4} = 0, f\right) \blacktriangleright f = 438.2079965 \cdot _N$

Vastaus: Vaaditaan vähintään 440 N suuruinen voima. 2p (15p)

5. Seisovat ääniaallot (15 p.)

Katso koetehtävät aineistoineen tästä linkistä

5.1. Millainen on seisova ääniaalto? Millaisessa tilanteessa se syntyy? (5 p.)

5.2. Tietyllä taajuudella värähtelevän ääniraudan jalusta on kuvan 5.A mukainen molemmista päistään avoin putki. Se on mitoitettu niin, että ääniraudan ääni vahvistuu. Selitä, mihin vahvistuminen perustuu. (5 p.)

5.3. Kun ääniraudan jalustaputken toinen pää tukitaan, vahvistus häviää. Selitä miksi. (5 p.)

Ratkaisu tehtävään 5

Lataa tästä ratkaisun tiedostot itsellesi!

5.1.
Seisova ääniaalto syntyy, kun kaksi eri vastakkaisiin suuntiin kulkevaa samanlaista ääniaaltoa interferoivat keskenään. 1p Suurin amplitudi syntyy kohdissa, joissa kohtaavat aallot vahvistavat toisiaan voimakkaimmin. Pienin amplitudi on nolla ja se syntyy kohtiin, joissa aallot vaimentavat toisensa kokonaan. 1p (2p)

Suurimman amplitudin kohtia kutsutaan kuvuiksi ja kohtia, joissa amplitudi on nolla, sanotaan solmuiksi. Seisova ääniaalto ei etene, vaan kuvut ja solmut ovat ovat joka hetki samassa kohdassa. 1p (3p)
Vierekkäiset kuvut ovat puolen aallonpituuden päässä toisistaan; sama pätee solmuille. 1p (4p) Seisova aalto ei kuljeta energiaa. 1p (5p)

5.2.

Ratkaisuvaihtoehto 1

Osa ääniraudan värähdellessä syntyvästä äänestä kulkeutuu putken sisään. Putken molemmat avoimet päät ovat rajapintoja, joista ääni heijastuu takaisin putken sisään, jolloin putken sisällä vastakkaisiin suuntiin kulkevat ääniaallot voivat muodostaa seisovan aallon. Jos molemmista päistään avoimen putken pituus L ja ääniraudan aallonpituus λ noudattavat yhtälöä

$\lambda_n = \frac{2}{n} \cdot L$ missä $n = 1, 2, 3 \ldots$,

äänen taajuus on putken ominaistaajuus 3p (8p) ja putken sisällä värähtelevä ilma on resonanssissa värähtelevän ääniraudan kanssa. Tämä tarkoittaa sitä, että ääniraudan ääni vahvistaa voimakkaasti putken sisällä olevan ilman värähtelyä, ja putken sisällä olevan ilman voimakas värähtely leviää ympäröivään ilmaan, mikä kuullaan äänen vahvistumisena. 2p (10p)

Ratkaisuvaihtoehto 2

Osa ääniraudan värähdellessä syntyvästä äänestä kulkeutuu putken sisään. Putken molemmat avoimet päät ovat rajapintoja, joista ääni heijastuu takaisin putken sisään, jolloin putken sisällä vastakkaisiin suuntiin kulkevat ääniaallot voivat muodostaa seisovan aallon. Molemmista päistään avoimen putken ominaisvärähtelyt ovat sellaisia, että putken molempiin päihin muodostuu kupu, joten ominaisvärähtelyjä vastaavat aallonpituudet ovat

$\lambda = 2L$, $\lambda = L$, $\lambda = \frac{2L}{3}$ ja niin edelleen.

Jos ääniraudan taajuus vastaa tällaista aallonpituutta, ääniraudan taajuus on putken ominaistaajuus 3p (8p) ja putken sisällä värähtelevä ilma on resonanssissa värähtelevän ääniraudan kanssa. Tämä tarkoittaa sitä, että ääniraudan ääni vahvistaa voimakkaasti putken sisällä olevan ilman värähtelyä, ja putken sisällä olevan ilman voimakas värähtely leviää ympäröivään ilmaan, mikä kuullaan äänen vahvistumisena. 2p (10p)

5.3.

Ratkaisuvaihtoehto 1

Kun toinen pää tukitaan, putki muuttuu puoliavoimeksi putkeksi. Tällaisen putken ominaisvärähtelyiden aallonpituudet ovat putken pituuden L avulla annettuna

$\lambda_n = \frac{4}{2n-1}L$ missä $n = 1, 2, 3 \ldots$ 2p (12p)

Jos putki vahvisti ääniraudan ääntä, kun se oli molemmista päistä avoin, kohdan 5.2. ratkaisuvaihtoehdon 1 nojalla sen aallonpituus noudatti kaavaa

$\lambda_n = \frac{2}{n} \cdot L$ missä $n = 1, 2, 3 \ldots$,

joten se ei ole yksikään vastaavan puolivoimen putken ominaisvärähtelyjä vastaavista aallonpituuksista. Näin ollen toisen pään tukkimisen jälkeen putken sisällä oleva ilma ei ole enää resonanssissa ääniraudan kanssa ja kohdassa 5.2. selitetty ääntä vahvistava vaikutus katoaa. 3p (15p)

Ratkaisuvaihtoehto 2

Kun toinen pää tukitaan, putki muuttuu puoliavoimeksi putkeksi. Tällaisen putken ominaisvärähtelyt ovat sellaisia, että putken avoimessa päässä on kupu ja suljetussa päässä on solmukohta. Tällöin ominaisvärähtelyjä vastaavat aallonpituudet ovat putken pituuden L avulla annettuna

$\lambda = 4L$, $\lambda = \frac{4L}{3}$, $\lambda = \frac{4L}{5}$ ja niin edelleen. 2p (12p)

Jos putki vahvisti ääniraudan ääntä, kun se oli molemmista päistä avoin, kohdan 5.2. ratkaisuvaihtoehdon 2 nojalla sen aallonpituus oli joku seuraavista:

$\lambda = 2L$, $\lambda = L$, $\lambda = \frac{2L}{3}$ ja niin edelleen.

Täten se ei ole yksikään vastaavan puolivoimen putken ominaisvärähtelyjä vastaavista aallonpituuksista. Näin ollen toisen pään tukkimisen jälkeen putken sisällä oleva ilma ei ole enää resonanssissa ääniraudan kanssa ja kohdassa 5.2. selitetty ääntä vahvistava vaikutus katoaa. 3p (15p)

6. Valon taittuminen (15 p.)

Katso koetehtävät aineistoineen tästä linkistä

Veden pinnalle on asetettu kuvan 6.A mukaisesti tasapaksu läpinäkyvä akryylilevy. Vihreä lasersäde suunnataan akryylilevyyn. Säde taittuu ilman ja akryylin rajapinnassa ja uudestaan akryylin ja veden rajapinnassa.

6.1. Kun valo taittuu ilmasta akryyliin, valon aallonpituus [ ], valon nopeus [ ] ja valon taajuus [ ]. (6 p.)

6.2. Kuinka suuria ovat säteen taitekulmat akryylissa α_a ja vedessä α_v (ja kuvassa 6.A)? (5 p.)

6.3. Muuttuuko säteen taitekulma vedessä, jos akryylilevy poistetaan? Entä jos akryylilevyn tilalle vaihdetaan jostain muusta läpinäkyvästä aineesta tehty tasapaksu levy? Perustele. (4 p.)

Ratkaisu tehtävään 6

Lataa tästä ratkaisun tiedostot itsellesi!

6.1. Kun valo taittuu ilmasta akryyliin, valon aallonpituus [pienenee] , valon nopeus [pienenee] ja valon taajuus [pysyy samana] . (6 p.)

Perustelut (ei vaadittu vastauksessa): Kuvan perusteella valo taittuu akryylissä normaalia kohti, joten akryyli on optisesti tiheämpää kuin ilma. Näin ollen valo kulkee hitaammin akryylissä kuin ilmassa. Yleisesti aaltoliikkeen taajuus ei riipu väliaineesta, joten valon taajuus on sama akryylissä ja ilmassa. Koska taajuus pysyy samana, mutta

valon nopeus pienenee akryylissä, niin aallonpituus pienenee. Tämä nähdään aaltoliikkeen perusyhtälöstä $v = f\lambda$, josta $\lambda = \frac{v}{f}$.

6.2.

Tulokulma ilmasta

$\alpha_i := 52° \blacktriangleright 52$

Ilman, akryylin ja veden taitekertoimet vihreälle valolle ovat

$n_i := 1.0002771 \blacktriangleright 1.0002771$

$n_a := 1.507 \blacktriangleright 1.507$

$n_v := 1.335 \blacktriangleright 1.335$

Ilman ja akryylin rajapinnassa saadaan taittumislailla

$\frac{\sin(\alpha_a)}{\sin(\alpha_i)} = \frac{n_i}{n_a}$, josta

$\sin(\alpha_a) = \frac{n_i}{n_a} \cdot \sin(\alpha_i) \blacktriangleright 0.5230451967$ (1)

$\alpha_a := \sin^{-1}(0.5230451967) \blacktriangleright 31.53673984$ 2p (8p)

Symmetrian perusteella valonsäteen tulokulma akryylin ja veden rajapintaan on sama α_a. Akryylin ja veden rajapinnassa saadaan taittumislailla

$\frac{\sin(\alpha_v)}{\sin(\alpha_a)} = \frac{n_a}{n_v}$, josta

$\sin(\alpha_v) = \frac{n_a}{n_v} \cdot \sin(\alpha_a) \blacktriangleright 0.5904337913$ (2)

$\alpha_v := \sin^{-1}(0.5904337913) \blacktriangleright 36.18779739$ 2p (10p)

Vastaus: $\alpha_a = 32°$ ja $\alpha_v = 36°$ 1p (11p)

6.3.

Sijoitetaan kohdan 6.2. lauseke (1) yhtälöön (2), saadaan

$$\sin(\alpha_v)=\frac{n_a}{n_v}\cdot\frac{n_i}{n_a}\cdot\sin(\alpha_i)=\frac{n_i}{n_v}\cdot\sin(\alpha_i) \qquad (3)$$

Yhtälöstä (3) nähdään, että akryylin taitekerroin supistuu pois, eikä sillä näin ollen ole vaikutusta kulman α_v suuruuteen. Siten säteen taitekulma vedessä α_v on riippumaton siitä, mistä materiaalista tehty kappale on ilman ja veden välissä. 1p (12p)

Tutkitaan, mitä tapahtuu, jos lasersäde tulee suoraan ilmasta veteen. Taittumislaista saadaan

$$\frac{\sin(\alpha_v)}{\sin(\alpha_i)}=\frac{n_i}{n_v}\text{, josta}$$

$$\sin(\alpha_v)=\frac{n_i}{n_v}\cdot\sin(\alpha_i) \qquad (4)$$

Yhtälö (4) on sama kuin yhtälö (3), joten säteen taitekulma vedessä α_v on sama riippumatta siitä, onko välissä läpinäkyvä levy vai meneekö lasersäde suoraan ilmasta veteen. 2p (14p)

Vastaus: Säteen taitekulma vedessä ei muutu, vaikka akryylilevy poistetaan eikä myöskään silloin, jos akryylin tilalle vaihdetaan jostain muusta läpinäkyvästä aineesta tehty levy. 1p (15p)

Huomautus laskinohjelman käytöstä:

Malliratkaisun kulmamerkinnöissä on käytetty tehtävänannon mukaisesti kreikkalaisia kirjaimia (alfaa) ja alaindeksejä. Muuttujien nimet on hieman nopeampi kirjoittaa, jos välttää kreikkalaisia kirjaimia ja alaindeksejä ja näin voi halutessaan tehdä. Voitaisiin esim. merkitä "Tulokulma ilmasta $ai := 52°$, taitekulma akryylissä on aa, taitekulma vedessä av " jne. Tällöin on tietysti välttämätöntä nimetä jokainen käytetty muuttuja kuten edellä, koska merkinnät poikkeavat tehtävänannosta.

Tässä tehtävässä tuntui fiksulta käyttää kreikkalaisia kirjaimia ja alaindeksejä, koska laskelmista tulee helpommin luettavia, eikä kirjoitustyö ollut kohtuuton, kun lausekkeita voi kopioida ja liittää monessa kohtaa (Ctrl+C, Ctrl+V).

7. Radioaktiivisuus (15 p.)

Katso koetehtävät aineistoineen tästä linkistä

Tutustu annettuun aineistoon 7.A Voyager-luotaimesta ja siinä olevasta ydinreaktorista ja vastaa seuraaviin tehtäviin 7.1.–7.4.

7.1 Kirjoita ^{238}Pu -isotoopin hajoamisreaktio. (3 p.)

7.2 Määritä, kuinka paljon energiaa vapautuu yhden ^{238}Pu-ytimen hajoamisessa. (4 p.)

7.3. Voyager-luotain matkaa edelleen avaruudessa. Määritä luotaimen ^{238}Pu-isotoopin aktiivisuus tämän kokeen pitopäivänä. (5 p.)

7.4. Määritä luotaimen termosähkögeneraattorin sähköteho lennon alussa. (3 p.)

Ratkaisu tehtävään 7

Lataa tästä ratkaisun tiedostot itsellesi!

7.1.

Plutonium-238:n hajoamisreaktio on:

$$^{238}_{94}\mathrm{Pu} \rightarrow {}^{234}_{92}\mathrm{U} + {}^{4}_{2}\mathrm{He}$$ 3p

7.2.

Spontaanissa hajoamisreaktiossa vapautuva hajoamisenergia saadaan reaktion massaerosta Δm

Lasketaan reaktion massaero:

$$\Delta m = m\left({}^{238}_{94}\mathrm{Pu}_{\mathrm{ydin}}\right) - \left(m\left({}^{234}_{92}\mathrm{U}_{\mathrm{ydin}}\right) + m\left({}^{4}_{2}\mathrm{He}_{\mathrm{ydin}}\right)\right)$$

$$\Delta m = m\left({}^{238}_{94}\mathrm{Pu}\right) - 94 \cdot m_e - \left[m\left({}^{234}_{92}\mathrm{U}\right) - 92 \cdot m_e + m\left({}^{4}_{2}\mathrm{He}\right) - 2 \cdot m_e\right]$$

$$\Delta m = m\left({}^{238}_{94}\mathrm{Pu}\right) - m\left({}^{234}_{92}\mathrm{U}\right) - m\left({}^{4}_{2}\mathrm{He}\right)$$

Plutonium-238:n massa on annettu tehtävän aineistossa. Tytärytimen ja alfa-hiukkasen massat saadaan MAOL-taulukosta. Atomien elektronien massat supistuvat massayhtälöstä pois. Sijoitetaan lukuarvot:

$$\Delta m = 238{,}049553\ \mathrm{u} - 234{,}040946\ \mathrm{u} - 4{,}0026033\ \mathrm{u}$$

$$\Delta m = 0{,}0060037\ \mathrm{u}$$ 2p (5p)

Massa saadaan muutettua energiaksi yhtälöllä $E = mc^2$

MAOL-taulukossa on valmis muuntokerroin

$$1\ \mathrm{u} = 931{,}49432\ \frac{\mathrm{MeV}}{c^2}$$

$$\Delta E = \Delta m \cdot 931{,}49432\ \frac{\mathrm{MeV}}{\mathrm{u} \cdot c^2}$$

$$\Delta E = 0{,}0060037\ \mathrm{u} \cdot 931{,}49432\ \frac{\mathrm{MeV}}{\mathrm{u} \cdot c^2}$$

$$\Delta E = 5{,}5924124\ \mathrm{MeV}$$

Vastaus: Reaktiossa vapautuu siis energiaa 5,5924124 MeV. 2p (7p)

7.3.

Radioaktiivisen materiaalin aktiivisuus vähenee hajoamislain

$A=A_0 \cdot e^{-\lambda t}$ mukaan, missä λ on hajoamisvakio. 1p (8p)

Jos radioaktiivisia ytimiä on n kappaletta, koko näytteen aktiivisuus a on

$a=\lambda \cdot n$.

Laukaisun hetkellä radioaktiivista isotooppia oli aineiston perusteella yhteensä 13 kg. Ratkaistaan tästä isotoopin hiukkasmäärä moolimassan avulla (atomimassa on yhtä suuri kuin moolimassa). Merkitään aktiivisen isotoopin massaa **ma** :lla ja moolimassaa **mo** :lla.

ma:=13· _kg ▸ 13.· _kg

mo:=238.049553· _amu ▸ 3.95291E-25· _kg

Hiukkasmäärä n saadaan yhtälöstä

$$n:=\frac{ma}{mo} \blacktriangleright 3.28872E25$$

Hajoamisvakio l saadaan puoliintumisajasta

tp:=87.7· _yr ▸ 2.76754E9· _s

$$\lambda:=\frac{\ln(2)}{tp} \blacktriangleright 2.50456E-10 \cdot _Hz$$ 1p (9p)

Plutonium–238 –isotoopin aktiivisuus luotaimen lähtiessä oli siis

a0:=λ· n ▸ 8.23679E15· _Hz 1p (10p)

Laukaisu tapahtui 5.9.1977 ja tämä koe pidetään 28.9.2018. Merkitään aikaväliä **t** :llä:

t:=dbd(509.77,2809.18)· _day ▸ 1.29583E9· _s

Huomautus lukijalle: Tässä on laskettu, montako sekuntia on kulunut laukaisupäivästä 5.9.1977. Tässä on hyödynnetty Nspiren dbd–nimistä komentoa. Komennolle annetaan kaksi päivämäärää: 5.9.1977 ja 28.9.2018. Komento laskee niiden väliin jäävien päivien määrän. *_day* taas kertoo, montako sekuntia yhdessä vuorokaudessa on.

Nyt voidaan ratkaista tämänhetkinen aktiivisuus **a** :

$\mathbf{a} := \mathbf{a0} \cdot e^{-\lambda \cdot t} \blacktriangleright 5.954\text{E}15 \cdot _Hz$

Vastaus: Tämänhetkinen aktiivisuus on $6{,}0 \cdot 10^{15}\ Bq$. 2p (12 p)

7.4.

Luotaimen generaattorin lämpöteho on aktiivisuuden ja yhdessä hajoamisessa vapautuvan energiamäärän tulo. Tehtävien 7.2. ja 7.3. perusteella aktiivisuus lennon alussa **a** ja yhdessä reaktiossa vapautuva energia **e** ovat

$\mathbf{a} := 8.23679\text{E}15 \cdot _Hz \blacktriangleright 8.23679\text{E}15 \cdot _Hz$

$\mathbf{e} := 5592412.4 \cdot _eV \blacktriangleright 8.96003\text{E}^{-}13 \cdot _J$

Lämpöteho on siis

$\mathbf{ptherm} := \mathbf{a} \cdot \mathbf{e} \blacktriangleright 7380.19 \cdot _W$ 2p (14p)

Sähköteho on lämpötehon ja generaattorin hyötysuhteen tulo. Hyötysuhde on aineiston perusteella

$\mathbf{eeta} := 0.065 \blacktriangleright 0.065$

Joten sähköteho on

$\mathbf{pelec} := \mathbf{ptherm} \cdot \mathbf{eeta} \blacktriangleright 479.712 \cdot _W$

Vastaus: Luotaimen termosähkögeneraattorin sähköteho oli lennon alussa 480 wattia. 1p (15p)

8. Nauhageneraattori (15 p.)

Katso koetehtävät aineistoineen tästä linkistä

Määritetään kuvan 8.A esittämän Van de Graaff -nauhageneraattorin tuottaman sähköpotentiaalin suuruus. Kuvissa 8.B ja 8.C annetaan tietoa nauhageneraattorista ja koejärjestelystä.

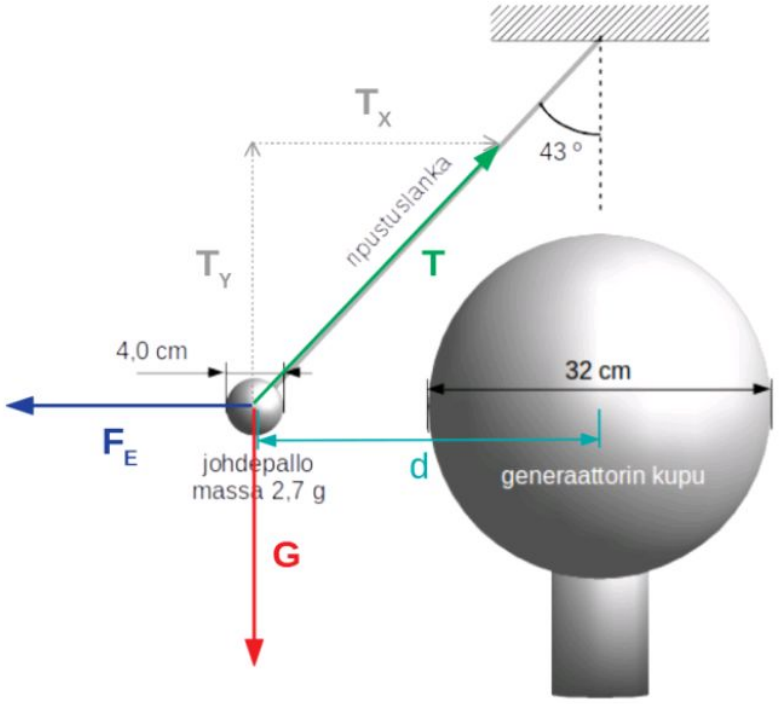
Ensin kupu varataan. Sitten sitä kosketetaan kevyessä eristelangassa riippuvalla johdepallolla, jolloin pallo varautuu kuvun kanssa yhtä suureen potentiaaliin ja ne alkavat hylkiä toisiaan. Oletetaan että kupu ja pallo vuorovaikuttavat kuten kaksi pistevarausta, jotka ovat kuvun ja pallon keskipisteiden etäisyydellä toisistaan.

Kuinka suuri on generaattorin kuvun sähköpotentiaali? Esitä vastauksessasi kuva johdepalloon vaikuttavista voimista. Voit käyttää piirtämiseen esimerkiksi LibreOffice Draw-, Pinta-, LibreOffice Impress- tai GIMP-ohjelmaa. Liitä vastaukseesi kuvakaappaus piirroksestasi.

Ratkaisu tehtävään 8

Lataa tästä ratkaisun tiedostot itsellesi!

Tasapainotilanteessa johdepalloon vaikuttavien voimien summa on nolla ja pallo on levossa. Piirretään johdepallon voimakuvio.



Voimakuvio ja vektorimuotoiset Newtonin II lain mukaiset yhtälöt = 5p

Pystysuunnassa johdepalloon vaikuttaa painovoima $\mathbf{G}$ ja langan jännitysvoiman T pystysuuntainen komponentti T_y. Newtonin II lain nojalla saadaan johdepallon liikeyhtälö pystysuunnassa vektorimuodossa:

$$\underline{T}_Y + \underline{\mathbf{G}} = 0$$

Sovitaan positiivinen suunta ylöspäin, jolloin skalaariyhtälö on

$$T_Y - \mathbf{G} = 0$$

Eli $T_Y = G = m \cdot \mathbf{g}$ (1)

$$\mathbf{m} := 0.0027 \cdot _kg \blacktriangleright 0.0027 \cdot _kg$$

$$\mathbf{g} := \frac{9.81 \cdot _m}{_s^2} \blacktriangleright 9.81 \cdot \frac{_m}{_s^2}$$

Toisaalta kuvasta saadaan, että langan jännitysvoiman pysty– ja vaakakomponenttien välillä on yhteys

$$T_X / T_Y = \tan(43°)$$

mistä saadaan langan jännitysvoiman vaakakomponentti

$T_X = \tan(43°) \cdot T_Y$

Sijoitetaan yhtälö (1).

$T_X = \tan(43°) \cdot m \cdot g$ (2)

Vaakasuunnassa johdepalloon vaikuttaa langan jännitysvoiman vaakakomponentin lisäksi sähköinen Coulombin voima, joten Newtonin II lain mukainen liikeyhtälö vaakasuunnassa vektorimuodossa on

$\underline{F}_E + \underline{T}_X = 0$

Sovitaan positiivinen suunta oikealle, jolloin skalaarimuodossa vaakasuuntainen liikeyhtälö on:

$T_X - F_E = 0$,

eli tästä ja yhtälöstä (2) seuraa:

$F_E = T_X = \tan(43°) \cdot m \cdot g$. (3)

Merkitään kuvun varausta **qk**:lla ja vastaavasti johdepallon varausta **qp**:lla. Kahden pistevarauksen välinen sähköinen voima on Coulombin lain nojalla

$$F_E = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0} \frac{Q \cdot q}{r^2} = _Cc \cdot \frac{Q \cdot q}{r^2},$$

missä Q ja q ovat varausten suuruudet ja r on varausten välinen etäisyys. Vakio $1/(4 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0)$ on korvattu Coulombin vakiolla $_Cc$.

Tehtävään liitetyn kuvan perusteella kuvun ja pallon keskipisteiden etäisyys on 32 cm (kuvasta puuttui mitta, joten tämä on mitattu itse).

$d := 0.32 \cdot _m \blacktriangleright 0.32 \cdot _m$

Nyt siis yhtälöistä (3) seuraa, että

$$_Cc\cdot\frac{qk\cdot qp}{d^2}=\tan(43°)\cdot m\cdot g \qquad (4)$$ 4p (9p)

Varatun pallopinnan potentiaali on

$$V=\frac{1}{4\cdot\pi\cdot\varepsilon_0}\frac{Q}{R},$$

mistä saadaan ratkaistua varaus:

$$Q=4\cdot\pi\cdot\varepsilon_0 V\cdot R$$

$$Q=\frac{V\cdot R}{_Cc}, \qquad (5)$$

Kun johdepallo ja kupu koskettavat toisiaan, varauksenkuljettajat liikkuvat siten, että potentiaali on sama sekä johdepallon pinnalla että kuvun pinnalla. On siis

$$Vk = Vp = V .$$ 2p (11p)

Merkitään kuvun sädettä muuttujalla **rk** ja vastaavasti johdepallon sädettä muuttujalla **rp** .

$$rp:=0.02\cdot _m$$

$$rk:=0.16\cdot _m$$

Yhtälön (5) nojalla

$$qp=\frac{V\cdot rp}{_Cc} \qquad (6)$$

$$qk=\frac{V\cdot rk}{_Cc} \qquad (7)$$

Yhtälöistä (4), (6) ja (7) saadaan ratkaistua kysytty generaattorikuvun potentiaali:

$$v=\pm d\cdot\sqrt{\frac{g\cdot m\cdot\tan(43°)\cdot_Cc}{rk\cdot rp}}$$ 2p (13p)

$v = \pm 84283.00494 \cdot _V$

Aineistossa annetussa kuvassa generaattorin kuvun sähkökentän kenttäviivat osoittavat kupua kohti, joten kupu on negatiivisesti varattu. Näin ollen potentiaalin kaavasta voidaan päätellä, että potentiaali on negatiivinen.

Vastaus: kuvun potentiaali on −84 kV. 2p (15p)

Koska kenttäviivojen suunta oli annettu, on kuvun varaus selvästi negatiivinen. Jos opiskelija on antanut vastaukseksi muuten oikein lasketun, mutta positiivisen potentiaalin arvon, kannattaa tehtävä kuitenkin lähettää eteenpäin täysin pistein, koska YTL:n hyvän vastauksen piirteissä (28.9.2018) oli sallittu positiivinen arvo.

9. Kissakosken voimalaitos (20 p.)

Katso koetehtävät aineistoineen tästä linkistä

Kissakosken voimalaitoksen pihalla Hirvensalmella on kuvan 9.A mukainen infotaulu. Vastaa tehtäviin 9.1.–9.4. omien tietojesi ja aineistojen 9.A–9.C tietojen perusteella.

9.1. Kuvassa 9.B on esitetty piirros voimalaitoksen rakenteesta. Miten voimalaitos tuottaa sähköenergiaa? Tarkastele vastauksessasi energian muutosta muodosta toiseen voimalaitoksen eri osissa. (5 p.)

9.2. Miten voimalaitoksen generaattori tuottaa vaihtojännitettä? (3 p.)

9.3. Millä suureilla vaihtojännitettä kuvataan? Selvitä, miten generaattorin ominaisuudet vaikuttavat sen tuottamaan vaihtojännitteeseen. (7 p.)

9.4. Osoita, että Kissakosken voimalaitoksen teho saadaan likimain määritettyä muiden voimalaitoksesta annettujen tietojen perusteella. (5 p.)

Ratkaisu tehtävään 9

Lataa tästä ratkaisun tiedostot itsellesi!

9.1.

Ylävesialtaassa vedellä on potentiaalienergiaa alavesipintaan nähden. Avaamalla koneistoluukkuja vesi pääsee virtaamaan tulokanavaan, missä veden potentiaalienergia muuttuu veden liike-energiaksi. 2p (2p)

Liike-energiaa saanut virtaava vesi pyörittää edelleen turbiinia, jolloin veden liike-energiaa muuttuu turbiinin ja siihen yhteydessä olevan generaattorin pyörimiseen liittyväksi liike-energiaksi. Generaattorissa taas tämä liike-energia muutetaan sähkömagneettisen induktion avulla sähköenergiaksi. 3p (5p)

9.2.

Generaattori pyörittää magneettikentässä olevaa käämiä tai käämin ympärillä olevia magneetteja. Kummassakin tapauksessa pyöriminen on järjestetty siten, että käämin läpäisevä magneettivuo vaihtelee, eli kasvaa ja pienenee vuoron perään. Tällöin käämiin indusoituu vaihtojännite sähkömagneettisella induktiolla induktiolain mukaisesti. 3p (8p)

9.3.

Vaihtojännitettä kuvataan jännitteen huippuarvolla ja taajuudella, tai jännitteen tehollisella arvolla ja taajuudella. 2p (10p)

Generaattorin tuottaman vaihtojännitteen suuruus on suoraan verrannollinen generaattorissa käytettävän magneetin (tai magneettien) magneettikentän magneettivuon tiheyteen, käämin kierrosten lukumäärään, käämin poikkipinta-alaan ja generaattorin pyörimisnopeuteen. 3p (13p)

Generaattorin tuottaman vaihtojännitteen taajuus on sama kuin generaattorin kierrostaajuus, eli kuinka monta kierrosta sekunnissa generaattori pyörii. Tasaisesti pyörivä generaattori tuottaa sinimuotoista vaihtojännitettä. 2p (15p)

9.4.

$$\mathbf{g}:=\frac{9.81\cdot _m}{_s^2} \blacktriangleright 9.81\cdot\frac{_m}{_s^2}$$

Voimalaitoksen teknisten tietojen perusteella voimalan läpi virtaavalle vedelle saadaan yhden sekunnin aikana

$\mathbf{h}:=5\cdot _m \blacktriangleright 5.\cdot _m$

$\mathbf{v}:=40\cdot _m^3 \blacktriangleright 40.\cdot _m^3$ (rakennusvirtaamasta)

$\mathbf{t}:=1\cdot _s \blacktriangleright 1.\cdot _s$

Veden tiheys on

$$\boldsymbol{\rho}:=\frac{1000\cdot _kg}{_m^3} \blacktriangleright 1000.\cdot\frac{_kg}{_m^3}$$

Veden virtauksesta korkeintaan saatava sähköenergia on yhtä suuri kuin veden potentiaalienergian muutos, kun se virtaa vesivoimalaitoksen läpi.

$$P_{\text{otto}} = \frac{\Delta E_{\text{p}}}{\Delta t} = \frac{m \cdot g \cdot h}{t} = \frac{\rho \cdot v \cdot g \cdot h}{t} \blacktriangleright 1962000. \cdot _W,$$

eli $1{,}96\ \text{MW}$. Tämä on hyvin linjassa teknisissä tiedoissa annetun antotehon $P_{\text{anto}} = 1{,}6\ \text{MW}$ kanssa, sillä kaikkea veden potentiaali-energiaa ei saada muunnettua sähköenergiaksi. 5p (20p)

10. Tähdet ja avaruus (20 p.)

Katso koetehtävät aineistoineen tästä linkistä

10.1. Tehdään ensin oletus, että galaksin massa koostuu vain kirkkaana näkyvän osan säteen r_0 sisäpuolelle jäävästä massasta M_0 , jolloin $M(r)$, kun $r > r_0$. Johda laki, joka tällä oletuksella kuvaa tähden nopeuden riippuvuutta etäisyydestä , kun tähti kiertää galaksin keskustaa kirkkaana näkyvän osan ulkopuolella. (6 p.)

10.2. Kuvaajan 10.B esittämien mittaustulosten perusteella tähden nopeus on etäisyydestä riippumatta likimain vakio, kun tähti liikkuu ympyräradalla galaksin kirkkaana näkyvän osan ulkopuolella. Johda laki, joka mittaustulosten mukaisen tilanteen vallitessa kuvaa tähden radan sisäpuolelle jäävän galaksin massan $M(r)$ riippuvuutta radan säteestä , kun $r > r_0$. (4 p.)

10.3. Mittaustulosten mukaan tähtien nopeus on vakio ainakin 30 kiloparsekin etäisyydelle asti. Tämä on eräs todiste pimeän aineen olemassaolosta. Selitä miksi. Laske myös, kuinka suuri galaksin kokonaismassa vähintään on mittaustulosten perusteella. Kuinka suuri on kirkkaana näkyvän osan osuus tästä kokonaismassasta? (10 p.)

Ratkaisu tehtävään 10

Lataa tästä ratkaisun tiedostot itsellesi!

10.1.

Tähden liikeyhtälö on Newtonin toisen lain nojalla vektorimuodossa

$$\underline{F} = m\underline{a}$$

ja skalaarimuodossa

$$F = ma.$$

Tähti on ympyäradalla, joten sen kiihtyvyys on keskeiskiihtyvyyttä.
Sijoitetaan liikeyhtälöön aineistossa annettu voiman kaava
$F = \gamma \cdot m \cdot M(r)/r^2$ ja keskeiskiihtyvyyden kaava $a = v^2/r$. 3p (3p)

$\gamma \cdot m \cdot M(r)/r^2 = m \cdot v^2/r$

Ratkaistaan tästä nopeus v.

$$\text{solve}\left(\frac{\gamma \cdot m \cdot m(r)}{r^2} = \frac{m \cdot v^2}{r}, v\right)$$

$$\blacktriangleright\ v = -\sqrt{\frac{m(r) \cdot \gamma}{r}} \ \text{and} \ \frac{m(r) \cdot \gamma}{r} \geq 0 \ \text{or} \ v = \sqrt{\frac{m(r) \cdot \gamma}{r}} \ \text{and} \ \frac{m(r) \cdot \gamma}{r} \geq 0$$

Tähden nopeuden riippuvuus radan säteestä r on siis

$$v = \sqrt{\frac{M(r) \cdot \gamma}{r}}$$

Tehtävänannon mukaan tarkastellaan tähteä, joka kiertää galaksin keskustaa etäisyydellä $r > r_0$. Tällöin tehtävänannon oletuksen mukaan $M(r) = M_0$, joten saadaan, että tähden nopeuden riippuvuus radan säteestä r on

Vastaus: $v = \sqrt{\frac{M_0 \cdot \gamma}{r}}$. 3p (6p)

10.2.

Kohdan 10.1. nojalla tähden nopeus etäisyydellä $r > r_0$ galaksin keskustasta on siis

$$v = \sqrt{\frac{M(r) \cdot \gamma}{r}}.$$

Ratkaistaan tästä $M(r)$.

$$\text{solve}\left(v = \sqrt{\frac{m \cdot \gamma}{r}}, m\right) \blacktriangleright\ m = \frac{r \cdot v^2}{\gamma} \ \text{and} \ v \geq 0$$

Saadaan siis

$$M(r) = \frac{r \cdot v^2}{\gamma}.$$

Vastaus: Tähden r –säteisen radan sisäpuolelle jäävän massan riippuvuus säteestä r on

$$M(r) = \frac{r \cdot v^2}{\gamma}.$$ 4p (10p)

Huomautus lukijalle: Tarkastelua voidaan jatkaa siten, että muodostetaan yllä olevan vastauksen mukainen yhtälö etäisyydellä r_0:

$$M_0 = \frac{r_0 \cdot v^2}{\gamma}$$

ja johdetaan tästä massalle $M(r)$ lauseke

$$M(r) = M_0 \cdot \frac{r}{r_0},$$

mikä käy myös vastaukseksi.

10.3.

Jos galaksin massajakauma olisi likimain kohdan 10.1. mukainen, eli lähes kaikki massa koostuisi kirkkaana näkyvän osan tähdistä, tähtien nopeus kirkkaana näkyvän osan ulkopuolella ei olisi vakio. 2p (12p)

Mittaustulosten mukaan nopeus on kuitenkin vakio jopa 30 kpc etäisyydelle asti galaksin keskustasta, jolloin galaksin massajakauma on enemmänkin kohdassa 10.2. johdetun mukainen. 2p (14p)

Tämän voisi selittää se, että galaksissa on näkyvän aineen lisäksi myös pimeää ainetta.

Kuvaajasta luettuna kaukana galaksin keskustasta olevien tähtien vakionopeus on likimain

$$\mathbf{v} := \frac{150 \cdot _km}{_s} \blacktriangleright 150000. \cdot \frac{_m}{_s}$$

Tehtävänannon mukaan nopeus on vakio ainakin etäisyydelle

$$\mathbf{r} := 30000 \cdot _pc \blacktriangleright 9.257034\mathrm{E}20 \cdot _m$$

Gravitaatiovakio taulukkokirjasta:

$$\boldsymbol{\gamma} := \frac{6.67428 \cdot 10^{-11} \cdot _N \cdot _m^2}{_kg^2} \blacktriangleright 6.67428\mathrm{E}{-11} \cdot \frac{_m^3}{_kg \cdot _s^2}$$

Lasketaan kohdassa 10.2. johdetulla kaavalla, kuinka suuri galaksin massa on tätä pienemmillä etäisyyksillä keskustasta. Galaksin todellinen kokonaismassa on vähintään sen suuruinen.

$$M(\mathbf{r}) = \frac{\mathbf{r} \cdot \mathbf{v}^2}{\gamma}$$

$$\frac{\mathbf{r} \cdot \mathbf{v}^2}{\boldsymbol{\gamma}} \blacktriangleright 3.120685153\mathrm{E}41 \cdot _kg$$

Vastaus: Saadaan siis, että galaksin kokonaismassa on vähintään $3.1 \cdot 10^{41}$ kg. 3p (17p)

Tehtävänannon mukaan kirkkaana näkyvä osa ulottuu noin $\mathbf{r_0} := 6000 \cdot _pc$ etäisyydelle tähden keskustasta, joten sen osuus edellä lasketusta kokonaismassasta on

$$\frac{M(6000_pc)}{M(30000_pc)} = \frac{\frac{\mathbf{r_0} \cdot \mathbf{v}^2}{\boldsymbol{\gamma}}}{3.120685153\mathrm{E}41 \cdot _kg} \blacktriangleright 0.2$$

Vastaus: Kirkkaana näkyvän osan osuus lasketusta kokonaismassasta on noin 20 prosenttia. 3p (20p)

Huomautus lukijalle: Tässä ratkaisussa on käytetty selkeyden vuoksi samanlaisia merkintöjä kuin tehtävänannossa (esim. alaindeksit M_0 ja r_0 sekä gravitaatiovakion tunnus γ). Niiden kirjoittaminen vie hieman enemmän aikaa kuin ohjelmalle helpommalla tavalla kirjoittaminen (esim. ilman alaindeksejä $M0$ ja $r0$ sekä gravitaatiovakion merkitseminen esimerkiksi g:llä tai "gamma":lla). Hyväksyttäviä merkintöjä on monenlaisia, mutta jos käyttää esimerkiksi ohjelman ominaisuuksien takia fysiikalle epätyypillisiä merkintöjä, ne kannattaa selittää sanallisesti.

11. Kiinteistön jäähdytys (20 p.)

Katso koetehtävät aineistoineen tästä linkistä

11.1. Selitä lyhyesti, miten aineistossa 11.A kuvattu jäähdytysmenetelmä toimii. (7 p.)

11.2. Miksi jäähdytysprosessia kuvaava kylmäkerroin on aina suurempi kuin 1? (2 p.)

11.3. Jäähdytysprosessille käänteinen prosessi tekee työtä. Millainen on työtä tekevän prosessin hyötysuhde? (2 p.)

11.4. Miksi ilman jäähdytysprosessia kuvaava häviökerroin riippuu aineistossa 11.A taulukossa 2 esitetyllä tavalla lämmönsiirtimelle menevän veden lämpötilasta? (2 p.)

11.5. Miksi kondenssihäviöt (mm. lämmönsiirtimen pintaan tiivistyvä vesi) kasvattavat häviökerrointa? (2 p.)

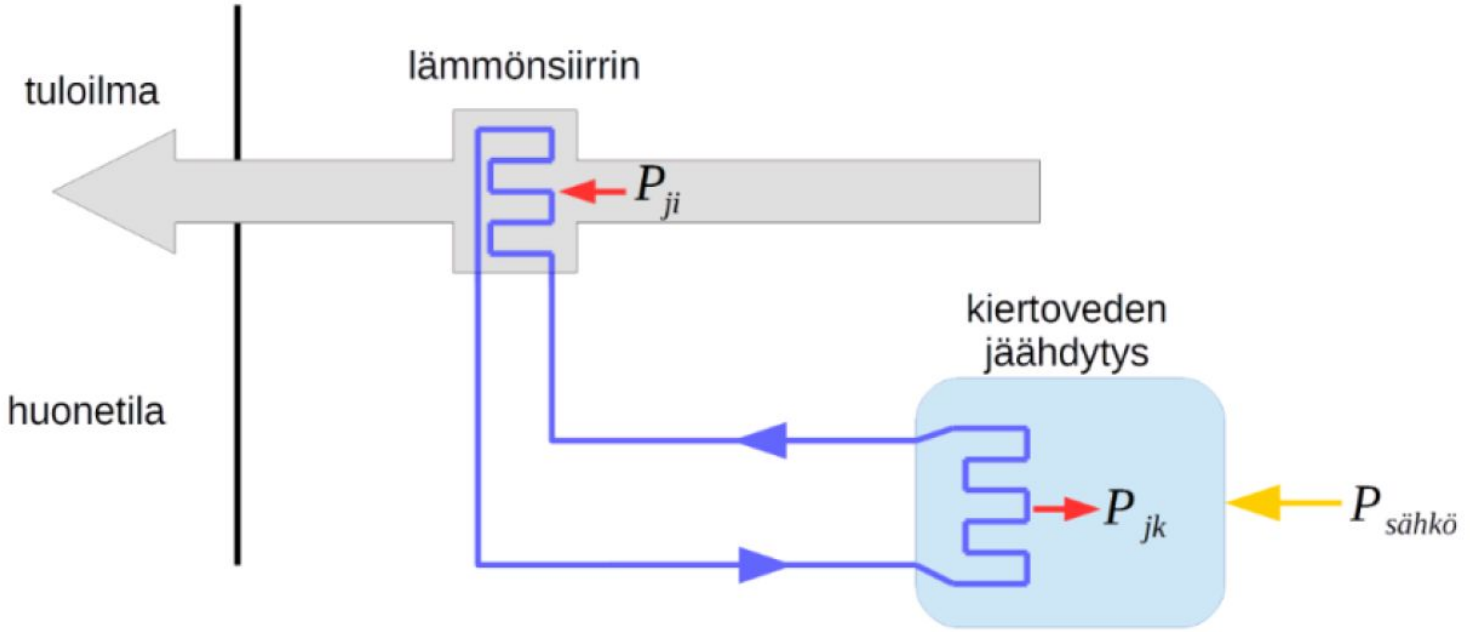
11.6. Rakennukseen menevää ilmaa jäähdytetään lämmönsiirtimessä kiertävällä vedellä, joka puolestaan jäähdytetään ilmalauhdutteisella kompressoritoimisella jäähdytyskoneella. Energiasimuloinnilla on selvitetty, että lämmönsiirtimen jäähdytysteho on 770 W, johon sisältyy kondenssihäviö.
Lämmönsiirtimelle menevän veden lämpötila on +7 °C.

Kuinka paljon jäähdytykseen kuluu sähköenergiaa vuodessa? (5 p.)

Ratkaisu tehtävään 11

Lataa tästä ratkaisun tiedostot itsellesi!

11.1.



Kiertovettä jäähdytetään jäähdytyskoneella, joka kuluttaa sähkötehon $\mathbf{P_{sahko}}$. Näin saadaan poistettua kiertovedestä lämpöä teholla $\mathbf{P_{jk}}$, joka on jonkin verran alempi kuin $\mathbf{P_{sahko}}$ johtuen erilaisista tehohäviöistä. 2p (2p)

Kiertoveden jäähdytysteho $\mathbf{P_{jk}}$ voidaan saada aikaan esimerkiksi käyttämällä hyväksi kylmää merivettä, kallioon upotettua vesikiertoputkistoa tai ilmajäähdytteistä jäähdytyskonetta. 3p (5p)

Kylmä kiertovesi pumpataan putkea pitkin lämmönsiirtimeen. Kylmän kiertoveden ansiosta lämmönsiirtimen pinnan lämpötila pysyy alhaisena. Lämmin tuloilma luovuttaa lämpöä teholla $\mathbf{P_{ji}}$ kulkiessaan kylmän lämmönsiirtimen läpi ja siten tuloilmaa saadaan jäähdytettyä. 2p (7p)

11.2.

Normaaleissa toimintaolosuhteissa kaikkien kaupallisten kylmälaitteiden kylmäkerroin on yli yhden. Tämä ei ole kuitenkaan fysiikan lakien mukaan välttämätöntä. 2p (9p)

Tehtävänanto oli hieman kiusallinen, koska väite antaa ymmärtää, että olisi olemassa jokin fysikaalinen perusta sille, että kylmäkerroin ei voi olla 1 tai pienempi. Tällaista fysikaalista perustetta ei kuitenkaan ole, vaan kyse on siitä, että moderneilla ja käyttökuntoisilla kylmäkoneilla kerroin on aina reilusti yli yhden.

Lisäselitys kiinnostuneille (ei edellytetä vastauksessa):

Kylmäkerroin on kylmälaitteen tuottaman jäähdytystehon ja sen käyttämän sähkötehon suhde. Näihin suureisiin vaikuttavat eri tekijät, jolloin niiden suhde voi olla reilusti yli tai reilusti alle yhden.

Kylmälaitteen jäähdytystehoon vaikuttaa ensisijassa lämmönsiirtimien tehokkuus sekä kylmän ja kuuman säiliön lämpötilat. Kulutettuun sähkötehoon vaikuttavat mm. kylmäaineen virtausvastus, pumppujen hyötysuhde sekä niitä pyörittävien sähkömoottoreiden kunto.

Periaattessa kylmälaitteen toimintaan tarvittavaa sähkötehoa voidaan kasvattaa mielivaltaisen suureksi käyttämällä mahdollisimman tehottomia komponentteja ja erittäin viskoosia kiertoainetta. Toisaalta paraskaan kylmälaite, joka jäähdyttää esimerkiksi kylmäterapiahuonetta −120 °C:een (153 K) lopullisen lämpönielun ollessa 37 °C:n (310 K) lämpötilassa ei voi saavuttaa ideaalista suorituskykyä

$$\varepsilon_{max} := \frac{153 \cdot _ °K}{310 \cdot _ °K - 153 \cdot _ °K} \blacktriangleright 0.974522293$$

parempaa kylmäkerrointa.

11.3.

Lämpövoimakoneen kiertoprosessi on käänteinen jäähdytyskoneelle. Lämpövoimakoneen hyötysuhde on

$\eta = \frac{W}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}$, jossa

W on lämpövoimakoneen tekemä työ

Q_1 on lämpövoimakoneen lämpösäiliöstä ottama lämpö

Q_2 on lämpövoimakoneen kylmäsäiliöön luovuttama lämpö 2p (11p)

Uskomme, että yllä olevalla vastauksella saa tehtävästä täydet pisteet, koska siinä on esitetty, miten hyötysuhde lasketaan ja kyseessä on vain 2 pisteen kysymys. Koska tehtävässä kysyttiin "*Millainen* on työtä tekevän prosessin hyötysuhde?" eikä "minkä suuruinen", on kuitenkin hyvä varalta kertoa kaikki mitä tällaisen koneen hyötysuhteen muodostamisesta tietää, esimerkiksi alla oleva selitys lämpövoimakoneen maksimaalisesta hyötysuhteesta.

Hyötysuhde riippuu lämpövoimakoneen ominaisuuksista, mutta hyötysuhde ei voi koskaan olla suurempi kuin Carnot'n kaavalla saatava hyötysuhteen teoreettinen maksimi

$\eta_{max} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$, jossa

T_1 on lämpösäiliön ja T_2 kylmäsäiliön lämpötila.

11.4.

Putkia, joissa kiertovesi kulkee, ei voida lämpöeristää täydellisesti. Sen vuoksi lämpö siirtyy ympäristöstä kylmään kiertoveteen johtumalla putken seinämän läpi. Tätä tapahtuu koko matkalla, kun kiertovesi kulkee putkea pitkin lämmönsiirtimestä jäähdytyskoneelle.

Huomautus lukijalle: Näin ollen lämpöä siirtyy kiertoveteen sekä tuloilmasta lämmönsiirtimessä että ympäristöstä siirtoputkissa. Jälkimmäisessä on kyse häviöstä, koska järjestelmän olisi tarkoitus jäähdyttää vain tuloilmaa eikä ympäristöä.

Lämmönjohtumisteho on sitä suurempi, mitä suurempi on kylmän veden ja ympäristön välinen lämpötilaero. Siksi häviökerroin kasvaa, kun kiertoveden lämpötila alenee. 2p (13p)

Tarkempi selitys kiinnostuneille: Häviökerroin ottaa huomioon ilmapuolella tapahtuvat häviöt, eli ne häviöt, jotka tapahtuvat, kun vesi kuljetetaan putkea pitkin lämmönsiirtimeltä jäähdytyskoneelle ja takaisin. Tällä matkalla kylmä kiertovesi lämpenee jonkin verran, kun se vastaanottaa lämpöä ympäristöstä. Näin tapahtuu, koska putki ei ole täydellisesti lämpöeristetty. Sen vuoksi lämpöä siirtyy kiertoveteen siten, että

1) lämpö ensin siirtyy konvektion avulla ympäröivästä ilmasta putkeen ja siitä johtumalla putken seinän läpi kiertoveteen sekä

2) putken kylmään ulkopintaan tiivistyvä (kondensoituva) vesi luovuttaa tiivistyessään höyrystymislämmön putken pintaan ja tämä lämpö edelleen kulkeutuu johtumalla putken läpi kiertoveteen.

Mitä suurempi lämpötilaero kiertoveden ja ympäristön välillä on, sitä suuremmalla teholla lämpöä johtuu putken läpi (siirtymistapa 1).

Myös tapa 2 voimistuu lämpötilaeron kasvaessa johtuen seuraavasta: Kun kiertovesi on kylmempää, myös putken ulkopinta on kylmempi. Tästä seuraa, että putken pinnan lähellä oleva ilma jäähtyy myös kylmemmäksi. Kylläisen vesihöyryn paine on sitä alempi, mitä alempi ilman lämpötila on. Näin ollen sitä suurempi osa ympäröivän ilman kosteudesta tiivistyy putken pintaan, mitä kylmemmäksi ilma jäähtyy putken pinnan lähellä.

Koska lämpöä siirtyy ympäristöstä kiertoveteen sitä suuremmalla teholla, mitä kylmempää vesi on, niin häviöt muodostuvat suuremmiksi. Siksi häviökerroin kasvaa, kun kiertoveden lämpötila alenee.

11.5.

Ilmankosteuden tiivistyminen ilmapuolen lämmönvaihtimen pinnoille ei jäähdytä huoneeseen menevää tuloilmaa, mutta tässä tiivistymisessä vapautuva lämpö täytyy poistaa kiertovedestä jäähdytyskoneella (teho $\mathbf{P}_{\mathbf{jk}}$). Ilmankosteuden tiivistymiseen vaadittava jäähdytysteho (ns. kondenssihäviöt) voidaan ottaa huomioon joko jäähdytyskoneen häviökertoimessa $\boldsymbol{\beta}_{\mathbf{hij}}$ tai jäähdytystehossa $\mathbf{P}_{\mathbf{ij}}$. Jos ne otetaan huomioon häviökertoimessa, häviökertoimen suuruus kasvaa.

Siirtoputkissa tapahtuvat kondenssihäviöt kasvattavat aina häviökerrointa, koska niitä ei lasketa koskaan mukaan jäähdytystehoon $\mathbf{P}_{\mathbf{ij}}$. 2p (15p)

Tarkempi selitys kiinnostuneille (ei vaadita vastauksessa):

Jos ilmankosteus tiivistyy putken pintaan lämmönsiirtimen ja jäähdytyskoneen välillä, se aiheuttaa kiertoveden lämpenemistä kohdassa 11.4. selitetyllä tavalla (lisäselitys, tapa 2). Tämä lämpö ei auta jäähdyttämään tuloilmaa, joten ilmiössä on kyse järjestelmän häviöstä ja siten se kasvattaa häviökerrointa.

Jos ilmankosteus tiivistyy lämmönsiirtimen pintaan, ilmiö on saatettu ottaa huomioon jo jäähdytystehon $\mathbf{P}_{\mathbf{ji}}$ laskennassa. Siinä tapauksessa tiivistyminen ei kasvata häviökerrointa. Jos laskentamallissa ei ole huomioitu lämmönsiirtimessä kondensoituvan veden luovuttamaa lämpöä, se tulee huomioida Taulukon 2 kertoimen valinnassa ja siten voidaan sanoa, että lämmönsiirtimeen tiivistyvä vesi kasvattaa häviökerrointa.

11.6.

Lämmönsiirtimen jäähdytysteho on

$p_{ji} := 770 \cdot _W \blacktriangleright 770. \cdot _W$

Taulukosta 2 saadaan häviökerroin

$\beta_{hji} := 0.3 \blacktriangleright 0.3$

Huomautus lukijalle: Taulukosta täytyy valita häviökertoimen arvo sarakkeesta "1) ei sisällä kondenssihäviötä". Näin siksi, koska kondenssihäviöt olivat jo mukana jäähdytystehossa, ja siksi niitä ei saa sisällyttää enää häviökertoimeen, koska silloin ne laskettaisiin mukaan kahteen kertaan.

Ilmalauhdutteiselle jäähdytyskoneelle

$\varepsilon_E := 2.5 \blacktriangleright 2.5$

Kaavalla (1) saadaan tarvittava kiertoveden jäähdytysteho

$p_{jk} := (1+\beta_{hji}) \cdot p_{ji} \blacktriangleright 1001. \cdot _W$ 2p (17p)

Jäähdytysjärjestelmän sähköteho saadaan kaavalla (2).

$p_{sahko} := \frac{p_{jk}}{\varepsilon_E} \blacktriangleright 400.4 \cdot _W$ 1p (18p)

Vuodessa kuluva sähköenergia $E = P \cdot t$, eli

$p_{sahko} \cdot 365 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 \cdot _s \blacktriangleright 1.26270144 \text{E} 10 \cdot _J$

Muutetaan energian yksikkö kilowattitunneiksi.

$12627014400. \cdot _J \blacktriangleright _kWh \blacktriangleright 3507.504 \cdot _kWh$

Vastaus: Vuodessa kuluu sähköenergiaa 3500 kWh 2p (20p)

Huomautus lukijalle: Vastauksen voi antaa myös Jouleina sisältäen mahdollisen etuliitteen esim. 12600 MJ.