MAFY-VALMENNUS

MAFYNETTI

Valmistaudu pitkän- tai lyhyen matematiikan kirjoituksiin ilmaiseksi Mafynetti-ohjelmalla!

- Harjoittelu tehdään aktiivisesti tehtäviä ratkomalla. Tehtävät kattavat kaikki yo-kokeessa tarvittavat asiat.
- Lasket kynällä ja paperilla, mutta Mafynetti opettaa ja neuvoo videoiden ja ratkaisujen avulla.
- Mafynetti huolehtii kertauksesta, joten et unohda oppimiasi asioita.
- Mafynetti on nyt kokonaan ilmainen!

Lataa ilmaiseksi mafyvalmennus.fi/mafynetti

YLIOPPILASTUTKINTO-
LAUTAKUNTA

FYSIIKAN KOE
16.3.2011

Enintään 8 tehtävään saa vastata. Tehtävät arvostellaan pistein 0–6, paitsi muita vaativammat, +:lla merkityt jokeritehtävät, jotka arvostellaan pistein 0–9. Moniosaisissa, esimerkiksi a-, b- ja c-kohdan sisältävissä tehtävissä voidaan erikseen ilmoittaa eri alakohtien enimmäispistemäärät.

1. Alla on lueteltu joukko kappaleita ja kokoelma pituuden suuruusluokkia. Valitse kappaleille oikea suuruusluokka. Anna vastauksena numeron ja kirjaimen yhdistelmät, joissa kirjain vastaa kappaleen oikeaa suuruusluokkaa.

1.	atomin ydin	A.	10^{-18} m
2.	tiikeri	B.	10^{-15} m
3.	Aurinko	C.	10^{-12} m
4.	veren punasolu	D.	10^{-10} m
5.	Maa	E.	10^{-5} m
6.	vesimolekyyli	F.	10^{-3} m
		G.	10^{0} m
		H.	10^{3} m
		I.	10^{5} m
		J.	10^{7} m
		K.	10^{9} m
		L.	10^{11} m

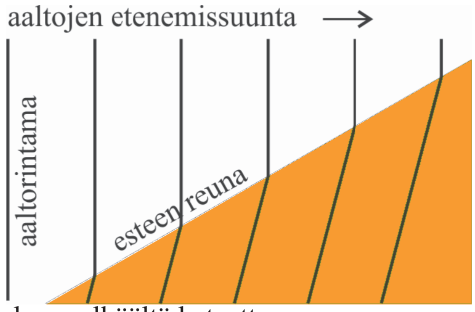
2. Pallo heitettiin suoraan ylöspäin, ja tapahtuma kuvattiin videolle. Videolta mitattiin pallon paikka ajan funktiona. Mittauksessa saatiin oheisen taulukon mukaiset tulokset.

aika (s)	0,00	0,12	0,24	0,36	0,48	0,60
paikka (m)	0,00	0,26	0,38	0,37	0,19	–0,09

a) Piirrä pallon paikka ajan funktiona. (3 p.)
b) Arvioi kuvaajan perusteella, milloin pallo on lakipisteessä ja kuinka korkealla pallo käy. (2 p.)
c) Arvioi kuvaajan perusteella, millä hetkellä pallo on takaisin lähtökorkeudellaan. (1 p.)

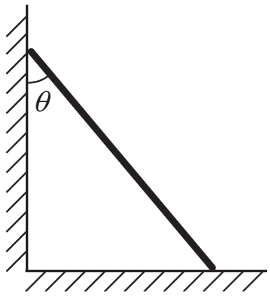
3. Lyijykuula, jonka massa on 9,30 g, on raskaan alasimen päällä. Kuulaa lyödään pajavasaralla, jolloin se litistyy ja lämpenee. Vasara pysähtyy litistyneen kuulan päälle.
a) Mistä kuulan lämpeneminen johtuu? (2 p.)
b) Kuinka paljon kuulan lämpötila hetkellisesti nousee yhdellä iskulla? Vasaran massa on 1,2 kg ja sen nopeus ennen kuulaan osumista on 5,3 m/s. Oletetaan, että iskun vaikutus ilmenee vain kuulan lämpötilan nousuna. (4 p.)

4. Vesialtaassa etenee tasoaaltoja, joiden taajuus on 7,1 Hz. Aallot kohtaavat veden alle jäävän, allasta madaltavan esteen, jonka reuna on aaltojen kannalta rajapinta. Ennen estettä vesiaaltojen aallonpituus on 3,2 cm ja esteen päällä 2,6 cm. Esteen reuna on suora ja 30°:n kulmassa aaltojen etenemissuuntaan nähden.
   a) Kuinka suuri on vesiaaltojen nopeus ennen estettä?
   b) Kuinka suuri on vesiaaltojen taajuus ja nopeus esteen päällä?
   c) Laske vesiaaltojen taitekulma rajapinnassa.



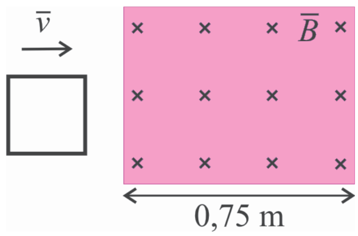
5. Urheiluharjoituksissa kilpaillaan siitä, kuka liu'uttaa voimistelupatjaa pisimmälle hyppäämällä vauhdilla sen päälle. Poika, jonka massa on 29 kg, hyppää patjalle vaakasuoralla nopeudella 5,0 m/s, jolloin patja ja poika liukuvat yhdessä 1,3 m. Laske patjan ja lattian välinen liukukitkakerroin, kun patjan massa on 21 kg.

6. Tasapaksu lankku asetetaan nojaamaan liukasta seinää vasten. Lankun ja lattian välinen kitkakerroin on 0,42. Kuinka suureen kulmaan lankku voidaan korkeintaan asettaa seinään nähden, jotta lankku ei lähde liukumaan?



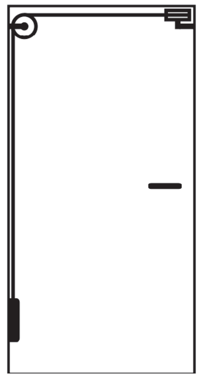
7. Sähköankerias (*Electrophorus electricus*) pystyy antamaan saaliilleen lamaannuttavia sähköiskuja. Sähkö tuotetaan erityisten sähköelinten avulla, jotka koostuvat suuresta joukosta sähkösoluja. Kukin solu voi luoda 0,15 V lähdejännitteen, ja solun sisäinen resistanssi on 0,25 Ω. Sähköelimessä on rinnankytkettynä 140 riviä sähkösoluja, ja kussakin rivissä on 5 000 sähkösolua sarjaankytkettynä. Ankerias saa aikaan sähkövirran ympäröivään veteen, jonka resistanssi on 800 Ω muodostuvassa virtapiirissä.
   a) Piirrä periaatteellinen kytkentäkaavio.
   b) Kuinka suuren maksimivirran ankerias voi aiheuttaa veteen?
   c) Kuinka suuri virta kulkee tällöin yhden sähkösolun läpi?

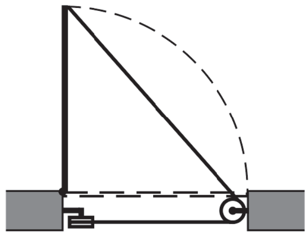
8. Neliön muotoinen johdinsilmukka, jonka sivun pituus on 25 cm ja resistanssi 1,25 Ω, liikkuu vakionopeudella 0,20 m/s kuvan mukaisesti homogeenisen magneettikentän poikki. Magneettikentän magneettivuon tiheys on 15 mT. Esitä graafisesti silmukassa kulkeva virta ajan funktiona.



9. a) Mitä β^+-hajoamisessa tapahtuu? Kirjoita ^{22}Na:n hajoamisen reaktioyhtälö.
   b) Yleensä β^+-hiukkanen häviää nopeasti. Mitä sille tapahtuu? Kirjoita reaktioyhtälö.
   c) Elektronisieppaus kilpailee β^+-hajoamisen kanssa. Mitä elektronisieppauksessa tapahtuu? Kirjoita ^{127}Xe:n hajoamisen reaktioyhtälö.

10. Oheiset kuvat esittävät perinteistä ovensulkijaa. Punnus on ripustettu naruun, joka on kiinnitetty kahden väkipyörän kautta oven yläreunaan. Oven leveys on 1,0 m ja hitausmomentti saranoiden kautta kulkevan akselin suhteen 11 kgm^2. Kuinka suurella nopeudella oven ulkoreuna törmää karmiin, kun se päästetään sulkeutumaan 90°:n kulmasta? Punnuksen massa on 1,1 kg, ja vastusvoimat aiheuttavat keskimäärin 1,5 Nm:n liikettä vastustavan momentin.



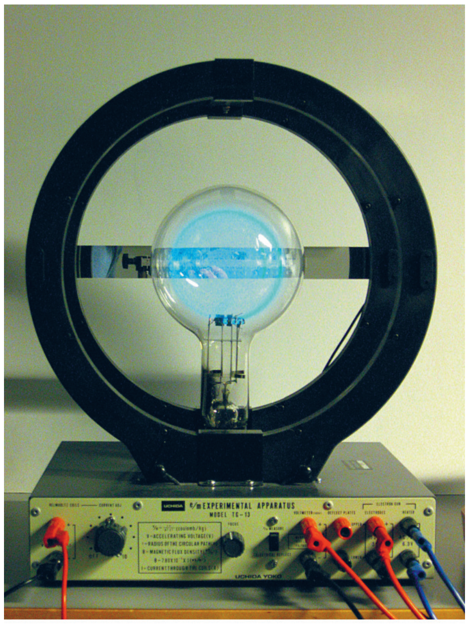


11. Ihmisen sydämen oikea kammio pumppaa verta pieneen verenkiertoon ja vasen isoon verenkiertoon. Kammioiden toimintaa voidaan verrata yksinkertaisen mäntäpumpun toimintaan (kuva).

   a) Osoita, että mäntäpumpun siirtäessä nestettä tilavuuden ΔV, mäntään kohdistuva voima tekee työn $p\Delta V$, jossa p on nesteen paine.
   b) Kuinka suuren työn sydän tekee yhden syklin aikana, kun vasemman kammion supistuksessa verta siirtyy 70 ml ja verenpaine supistuksen aikana (systolinen paine) on 120 mmHg? Oikean kammion työ on kuudesosa vasemman kammion tekemästä työstä.
   c) Kuinka suuri on sydämen keskimääräinen teho, kun syke on 76 min^{-1}?

+12. Elektronin varauksen ja massan suhde *e*/*m* voidaan määrittää kuvan esittämällä laitteella. Keskellä sijaitsevan lasikuvun sisällä on pienipaineista heliumkaasua sekä elektronitykki, joka kiihdyttää elektroneja sähkökentän avulla. Elektronisuihku osuu heliumatomeihin, jotka virittyvät. Tällöin suihkun rata näkyy putken sisällä vihreänä juovana. Kuvun ympärillä olevilla käämeillä saadaan aikaan elektronisuihkuun nähden kohtisuora homogeeninen magneettikenttä. Elektronit asettuvat magneettikentässä ympyräradalle. Taulukossa on eri kiihdytysjännitteillä ja magneettivuon tiheyksillä mitattuja radan säteitä.

U (V)	B (mT)	r (cm)
111	0,94	3,8
140	0,94	4,2
171	0,94	4,6
220	1,48	3,4
261	1,48	3,7
296	1,48	3,9



Kuva: Ari Hämäläinen

a) Miksi elektronisuihku asettuu ympyräradalle? (2 p.)
b) Miten elektronisuihkun rata muuttuu, kun kiihdytysjännitettä kasvatetaan ja magneettivuon tiheys pidetään vakiona? Perustele. (2 p.)
c) Määritä sopivaa graafista esitystä käyttäen elektronin varauksen ja massan suhde. (5 p.)

+13. Euroopan unionissa on päätetty luopua asteittain hehkulamppujen käytöstä valaistuksessa. Aluksi hehkulamput korvataan useimmiten pienoisloisteputkilla, mutta tulevaisuudessa yleisimmät valolähteet lienevät LED-lamppuja.
a) Miksi hehkulampuista ollaan luopumassa? (1 p.)
b) Mitä haittapuolia pienoisloisteputkissa on verrattuna LED-lamppuihin? (2 p.)
c) Miten valo syntyy hehkulampussa, pienoisloisteputkessa ja LED-lampussa? (6 p.)

Arviomme tehtävien pisteytyksestä
on merkitty sinisellä tekstillä

Fysiikka, kevät 2011

Mallivastaukset, 16.3.2011

Mallivastausten laatimisesta ovat vastanneet filosofian maisteri Teemu Kekkonen ja diplomi-insinööri Antti Suominen. Teemu Kekkonen on opettanut lukiossa viiden vuoden ajan fysiikkaa sekä pitkää ja lyhyttä matematiikkaa. Hän on tarkastanut fysiikan ja matematiikan yo-kokeita koko tämän ajan. Teemu Kekkonen ja Antti Suominen toimivat opettajina MA-FY Valmennus Oy:ssä. Nämä mallivastaukset ovat MA-FY Valmennus Oy:n omaisuutta.

MA-FY Valmennus Oy on Helsingissä toimiva, matematiikan ja fysiikan valmennuskursseihin erikoistunut yritys. Palveluitamme ovat

- TKK-pääsykoekurssit
- yo-kokeisiin valmentavat kurssit
- yksityisopetus

Vuoden 2010 keväästä alkaen olemme julkaisseet internet-sivuillamme kaiken palautteen, jonka asiakkaat antavat kursseistamme. Näin varmistamme, että palveluistamme kiinnostuneilla ihmisillä on mahdollisuus saada tarkka ja rehellinen kuva siitä, mitä meiltä voi odottaa.

MA-FY Valmennus Oy:n yhteystiedot:

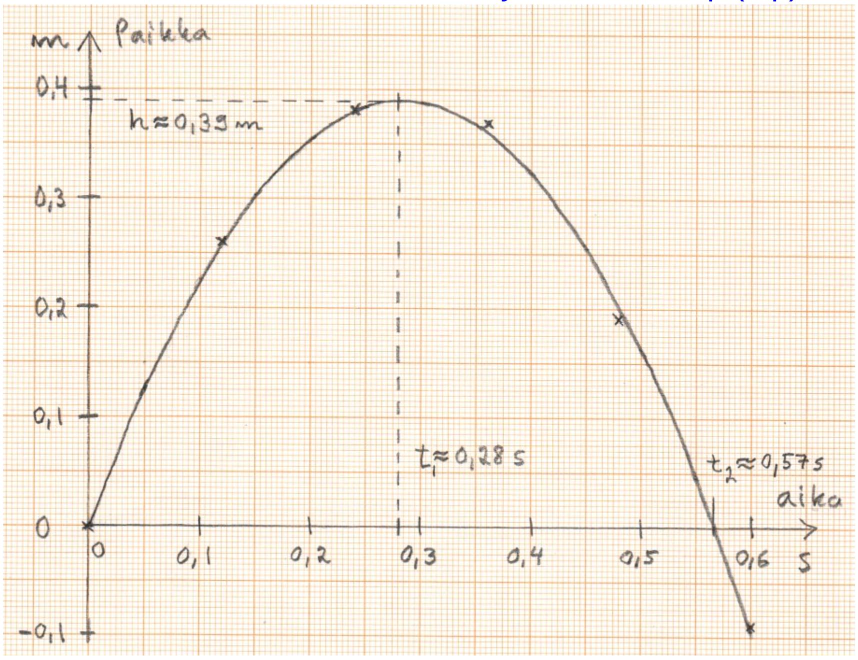
internet:	www.mafyvalmennus.fi
s-posti:	info@mafyvalmennus.fi
puhelin:	(09) 3540 1373

1. *Ratkaisu.*

1	B	1 p / oikea kohta
2	G	
3	K	
4	E	
5	J	
6	D	

2. *Ratkaisu.* a)

Koordinaatisto ja pisteet 1 p
Käyrän sovitus 2 p (3 p)



b) Vastaus: Kuvaajan perusteella pallo on lakipisteessä hetkellä 0,28 s ja pallo käy 0,39 m korkeudella. 1 p (4 p) 1 p (5 p)

c) Vastaus: Kuvaajan perusteella pallo on takaisin lähtökorkeudellaan hetkellä 0,57 s. 1 p (6 p)

3. *Ratkaisu.* a) Vasaran iskeytyessä lyijykuulaan saavat lyijykuulan atomit äkillisen nopeudenmuutoksen. Koska lyijyatomit ovat sidoksissa ympärillä oleviin atomeihin, niihin vaikuttaa suuri palauttava voima liiketilan muuttuessa. Tällöin lyijyatomien mikroskooppinen värähdysliike voimistuu ja välittyy melko nopeasti kaikkialle lyijykuulaan. Makroskooppisesti tarkasteltuna värähdysliikkeen voimistuminen nähdään lämpötilan nousuna. Osa vasaran liike-energiasta on muuttunut lyijykuulan ja vasaran lämpöenergiaksi. 1 p 1 p (2 p)

b) Oletuksen mukaan vasaran liike-energia muuttuu kuulan lämpöenergiaksi.

$$
\begin{aligned}
Q &= E_k && \text{1 p (3 p)} \\
cm_k\Delta t &= \frac{1}{2}m_v v^2 \quad \| : (cm_k) \\
\Delta t &= \frac{m_v v^2}{2cm_k} && \text{1 p (4 p)} \\
\Delta t &= \frac{1{,}2\,\mathrm{kg}\cdot(5{,}3\,\mathrm{m/s})^2}{2\cdot 128\,\mathrm{J/(kg\cdot{}^\circ C)}\cdot 0{,}0093\,\mathrm{kg}} \\
\Delta t &= 14{,}158\ldots\,{}^\circ\mathrm{C} && \text{1 p (5 p)}
\end{aligned}
$$

Vastaus: Kuulan lämpötila nousee hetkellisesti 14 °C. 1 p (6 p)

4. *Ratkaisu.* a) Aaltoliikkeen perusyhtälö

$$\begin{aligned} v_1 &= \lambda_1 f \qquad \text{1 p} \\ &= 0{,}032\,\mathrm{m} \cdot 7{,}1\,\mathrm{Hz} \\ &= 0{,}2272\,\mathrm{m/s} \\ &\approx 0{,}23\,\mathrm{m/s} \end{aligned}$$

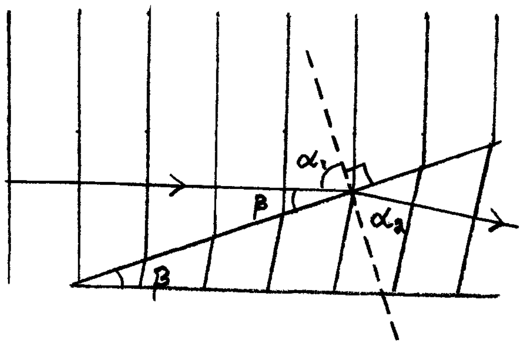
Vastaus: Aaltojen nopeus ennen estettä on 0,23 m/s. 1 p (2 p)

b) Aaltolähde määrää aaltoliikkeen taajuuden, joten taajuus on sama esteen päällä. Aaltoliikkeen perusyhtälöstä saadaan

1 p (3 p)

$$\begin{aligned} v_2 &= \lambda_2 f \\ &= 0{,}026\,\mathrm{m} \cdot 7{,}1\,\mathrm{Hz} \\ &= 0{,}1846\,\mathrm{m/s} \\ &\approx 0{,}18\,\mathrm{m/s} \end{aligned}$$

Vastaus: Esteen päällä vesiaaltojen taajuus on 7,1 Hz ja nopeus 0,18 m/s. 1 p (4 p) c)



$$\beta = 30°$$

Tulokulma $\alpha_1 = 90° - \beta = 90° - 30° = 60°$. Taittumislaista saadaan

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{\sin\alpha_1}{\sin\alpha_2} \quad \| \cdot v_2 \sin\alpha_2 \qquad \text{1 p (5 p)}$$

$$v_1 \sin\alpha_2 = v_2 \sin\alpha_1 \quad \| : v_1$$

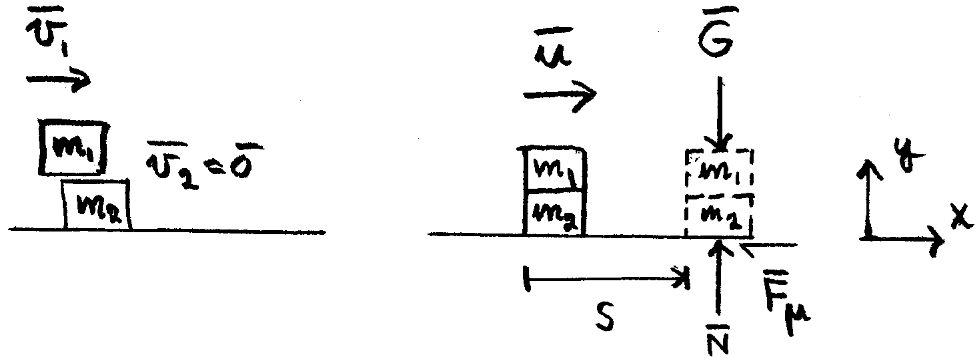
$$\sin\alpha_2 = \frac{v_2}{v_1}\sin\alpha_1$$

$$\sin\alpha_2 = \frac{0{,}1846\,\mathrm{m/s}}{0{,}2272\,\mathrm{m/s}} \cdot \sin 60°$$

$$\alpha_2 = 44{,}72\ldots°$$

Vastaus: Vesiaaltojen taitekulma rajapinnassa on 45°. 1 p (6 p)

5. *Ratkaisu.*



Juuri ennen törmäystä Törmäyksen jälkeen

$m_1 = 29\,\mathrm{kg}$ $m_2 = 21\,\mathrm{kg}$

$v_1 = 5{,}0\,\mathrm{m/s}$ $s = 1{,}3\,\mathrm{m}$

$\overline{G}$ on painovoima

$\overline{N}$ on lattian patjaan kohdistama tukivoima

$\overline{F}_\mu$ on lattian ja patjan välinen kitkavoima

Törmäyksessä liikemäärä säilyy.

$$(m_1 + m_2)\bar{u} = m_1\bar{v}_1$$
$$(m_1 + m_2)u = m_1 v_1 \quad \| : (m_1 + m_2)$$
$$u = \frac{m_1 v_1}{m_1 + m_2} \qquad \text{1 p} \tag{1}$$

Voimatasapaino y-suunnassa

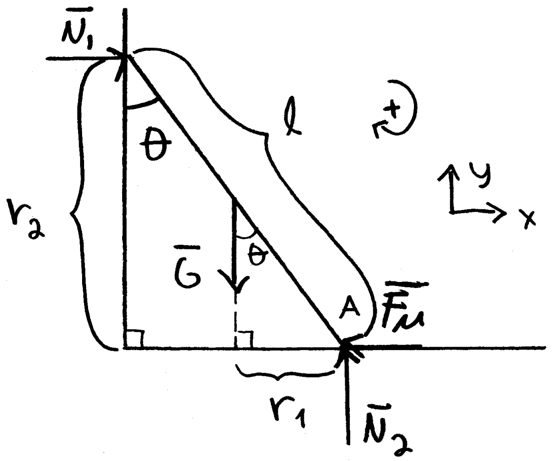
$$\overline{G} + \overline{N} = \bar{0}$$
$$-(m_1 + m_2)g + N = 0$$
$$N = (m_1 + m_2)g \qquad \text{1 p (2 p)} \tag{2}$$

Mekaniikan energiaperiaatteen mukaan kitkavoiman tekemä työ on yhtä suuri kuin pojan ja patjan liike-energian muutos. Tarkastelun loppuhetki on hetki, jolloin patja pysähtyy ja alkuhetki on hetki välittömästi törmäyksen jälkeen.

$$
\begin{aligned}
W &= E_l - E_a \\
-F_\mu s &= 0\,\mathrm{J} - \frac{1}{2}(m_1+m_2)u^2 \quad \| : (-s) && \text{1 p (3 p)} \\
F_\mu &= \frac{(m_1+m_2)u^2}{2s} \quad \| \,\text{sij. } F_\mu = \mu N \text{ ja (2)} \\
\mu(m_1+m_2)g &= \frac{(m_1+m_2)u^2}{2s} \quad \| : [g(m_1+m_2)] && \text{1 p (4 p)} \\
\mu &= \frac{u^2}{2gs} \quad \| \,\text{sij. (1)} \\
\mu &= \frac{\left(\frac{m_1 v_1}{m_1+m_2}\right)^2}{2gs} \\
\mu &= \frac{\left(\frac{29\,\mathrm{kg}\cdot 5{,}0\,\mathrm{m/s}}{29\,\mathrm{kg}+21\,\mathrm{kg}}\right)^2}{2\cdot 9{,}81\,\mathrm{m/s^2}\cdot 1{,}3\,\mathrm{m}} && \text{1 p (5 p)} \\
\mu &= 0{,}3297\ldots
\end{aligned}
$$

Vastaus: Kysytty kitkakerroin on 0,33. 1 p (6 p)

6. *Ratkaisu.*



$\overline{G}$ on lankun painovoima,
$\overline{N}_1$ on seinän tukivoima,
$\overline{N}_2$ on lattian tukivoima ja
$\overline{F}_\mu$ on lattian ja lankun välinen kitkavoima. Voimakuvio 1 p

Kitkakerroin $\mu = 0{,}42$. Etäisyydet r_1 ja r_2 kulman θ ja pituuden l avulla ovat

$$r_1 = \sin\theta \frac{l}{2}$$
$$r_2 = \cos\theta l$$

Lankku on levossa etenemisen ja pyörimisen suhteen.
Eteneminen:

$$y\colon \text{NI}, \quad \overline{G} + \overline{N}_2 = \bar{0}$$
$$-mg + N_2 = 0$$
$$N_2 = mg \qquad \text{1 p (2 p)} \qquad (1)$$

Rajatapauksessa voimat $\overline{N}_1$ ja $\overline{F}_\mu$ ovat yhtä suuria.

$$x\colon \text{NI}, \quad \overline{N}_1 + \overline{F}_\mu = \bar{0}$$
$$N_1 - F_\mu = 0$$
$$F_\mu = N_1 \quad \| \text{ sij. } F_\mu = \mu N_2$$
$$\mu N_2 = N_1 \quad \| \text{ sij. } (1)$$
$$\mu mg = N_1 \qquad \text{1 p (3 p)} \qquad (2)$$

Pyöriminen:

$$\sum M_A = 0$$

$$N_1 r_2 - G r_1 = 0$$ 1 p (4 p)

$$N_1 \cdot \cos\theta l - mg\sin\theta\frac{l}{2} = 0 \quad \| : l$$

$$N_1 \cos\theta = \frac{mg}{2}\sin\theta \quad \| : \cos\theta$$

$$N_1 = \frac{mg}{2} \cdot \frac{\sin\theta}{\cos\theta} \quad \| \text{ sij. } \tfrac{\sin\theta}{\cos\theta} = \tan\theta$$

$$N_1 = \frac{mg}{2} \cdot \tan\theta \tag{3}$$ 1 p (5 p)

Momenttiyhtälön ratkaisu ja tangentin sijoittaminen yhtälöön.

Sijoitetaan (3) yhtälöön (2).

$$\mu mg = \frac{mg}{2} \cdot \tan\theta \quad \| \cdot \tfrac{2}{mg}$$

$$\tan\theta = 2\mu$$

$$\tan\theta = 2 \cdot 0{,}42$$

$$\theta = 40{,}030\ldots^\circ$$

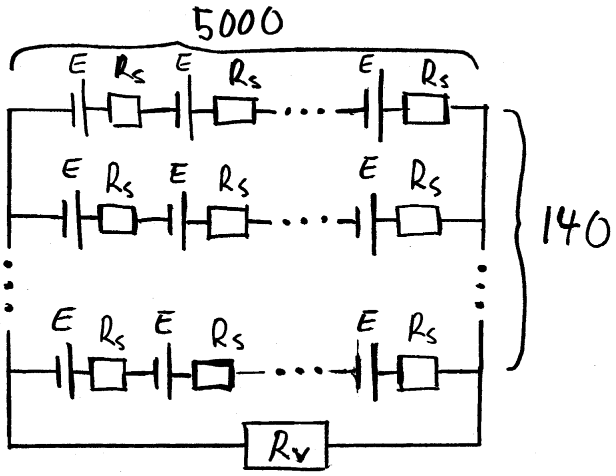
$$\theta \approx 40^\circ$$

Vastaus: Lankku voidaan asettaa korkeintaan 40°:een kulmaan seinään nähden. 1 p (6 p)

7. *Ratkaisu.*

$$E = 0{,}15\,\mathrm{V}$$
$$R_S = 0{,}25\,\Omega$$
$$R_V = 800\,\Omega$$

a)



2 p

b) Rinnan kytkettyjen jännitelähteiden yhteinen jännite on sama kuin yhden lähdejännite. Lasketaan yhden sähkösolurivin lähdejännite sarjaankytkennässä.

$$E_{\text{KOK}} = \underbrace{E + E + \cdots + E}_{5\,000} = 5000E.$$

Lasketaan yhden sähkösolurivin sisäinen resistanssi sarjaankytkennässä.

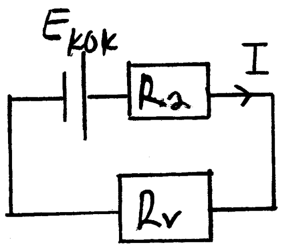
$$R_1 = \underbrace{R_S + R_S + \cdots + R_S}_{5\,000} = 5000R_S.$$

Veden ja sähkösolujen muodostamassa piirissä on vastuksia R_1 rinnan 140 kappaletta. Niiden yhteiselle resistanssille R_2 pätee

$$\frac{1}{R_2} = \underbrace{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_1} + \cdot + \frac{1}{R_1}}_{140}$$
$$\frac{1}{R_2} = \frac{140}{R_1}$$
$$R_2 = \frac{R_1}{140}$$
$$R_2 = \frac{5000}{140} R_S$$
$$R_2 = \frac{250}{7} R_S$$

1 p (3 p)

Piirissä kulkeva virta I voidaan laskea Kirchoffin 2. lain avulla



$$\text{K2:} \quad E_{\text{KOK}} - R_2 I - R_V I = 0$$
$$(R_2 + R_V)I = E_{\text{KOK}} \quad \| : (R_2 + R_V)$$
$$I = \frac{E_{\text{KOK}}}{R_2 + R_V}$$
$$I = \frac{5000 \cdot E}{\frac{250}{7} R_S + R_V}$$
$$I = \frac{5000 \cdot 0{,}15\,\text{V}}{\frac{250}{7} \cdot 0{,}25\,\Omega + 800\,\Omega}$$
$$I = 0{,}9271\ldots\ \text{A}$$
$$\approx 0{,}93\,\text{A}$$

Vastaus: Ankerias voi aiheuttaa veteen 0,93 A:n maksimivirran. 1 p (4 p)

c) Kaikilla rinnan kytketyillä sähkösoluriveillä on sama resistanssi sekä yhteinen lähdejännite. Tällöin jokaisen rivin läpi kulkee symmetrian vuoksi

1 p (5 p)

yhtäsuuri virta I_S, jolla Kirchoffin 1. lain mukaisesti pätee

$$\begin{aligned} \text{K1:} \quad I &= 140 \cdot I_S \quad \| : 140 \\ I_S &= \frac{I}{140} \\ I_S &= \frac{0{,}9271\ldots\ \text{A}}{140} \\ I_S &= 0{,}00662\ldots\ \text{A} \\ I_S &\approx 6{,}6\,\text{mA} \end{aligned}$$

Vastaus: Jokaisen sähkösolun läpi kulkee 6,6 mA:n virta. 1 p (6 p)

8. *Ratkaisu.*

$$\begin{aligned} a &= 25\,\mathrm{cm} = 0{,}25\,\mathrm{m} \\ R &= 1{,}25\,\Omega \\ v &= 0{,}20\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \\ B &= 15\,\mathrm{mT} = 15\cdot 10^{-3}\,\mathrm{T} \\ x &= 0{,}75\,\mathrm{m} \end{aligned}$$

Muuttuva magneettivuo indusoi johdinsilmukkaan jännitteen, jonka suuruus on

$$e = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t},$$

missä

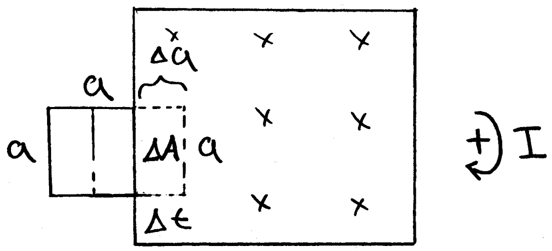
$\Delta\Phi$ on magneettivuon muutos ja
Δt on muutokseen kulunut aika.

Magneettivuo on

$$\Phi = BA,$$

missä A on johdinsilmukan pinta-ala. Vain pinta-ala magneettikentän päällä muuttuu ajan mukana, joten magneettivuon muutos on

$$\Delta\Phi = B\Delta A = Ba\cdot\Delta a.$$ 1 p



Virran positiivinen suunta on merkitty kuvaan

Silmukkaan indusoitunut jännite on tällöin

$$\begin{aligned} e &= -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \\ &= -\frac{Ba\Delta a}{\Delta t}, \quad \| \text{ sij. } \tfrac{\Delta a}{\Delta t} = v. \\ &= -Bav. \end{aligned}$$

Lähdejännite 1 p (2 p). Yhteensä 2 p myös silloin, jos jännite on laskettu magneettikentässä liikkuvan suoran johtimen kaavalla.

Silmukkaan indusoituu jännite, kun se liikkuu magneettikentän päälle ja kun se poistuu magneettikentän päältä. Lasketaan näissä tilanteisa silmukassa kulkeva virta Ohmin laista.
Tulo magneettikentän päälle:

$$\begin{aligned} e &= RI_1 \quad \| : R \\ I_1 &= \frac{e}{R} \\ &= \frac{-Bav}{R} \\ &= \frac{-15 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{T} \cdot 0{,}25\,\mathrm{m} \cdot 0{,}20\,\mathrm{m/s}}{1{,}25\,\Omega} \\ &= -6 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{A} \\ &= -0{,}6\,\mathrm{mA}. \end{aligned}$$

Silmukan poistuessa magneettikentän päältä magneettivuo pienenee, jolloin virran suunta on päinvastainen edelliseen tilanteeseen verrattuna. Virta on tällöin

$$I_2 = 0{,}6\,\mathrm{mA}.$$

1 p (3 p) Virran suunnat voi valita toisinkin päin.

Otetaan ajanhetkeksi $t = 0$, kun silmukan etureuna on kentän reunalla. Aika, jonka silmukka liikkuu kentän pälle

$$\begin{aligned} t_2 &= \frac{a}{v} \\ &= \frac{0{,}25\,\mathrm{m}}{0{,}20\,\mathrm{m/s}} \\ &= 1{,}25\,\mathrm{s}. \end{aligned}$$

Silmukassa ei kulje virtaa, kun se on kokonaan kentän päällä, koska silloin silmukan läpäisevä magneettivuo on vakio. Aika, jonka silmukka on kentän päällä.

$$\begin{aligned} t_2 &= \frac{x-a}{v} \\ &= \frac{0{,}75\,\mathrm{m} - 0{,}25\,\mathrm{m}}{0{,}20\,\mathrm{m/s}} \\ &= 2{,}5\,\mathrm{s} \end{aligned}$$

1 p (4 p)

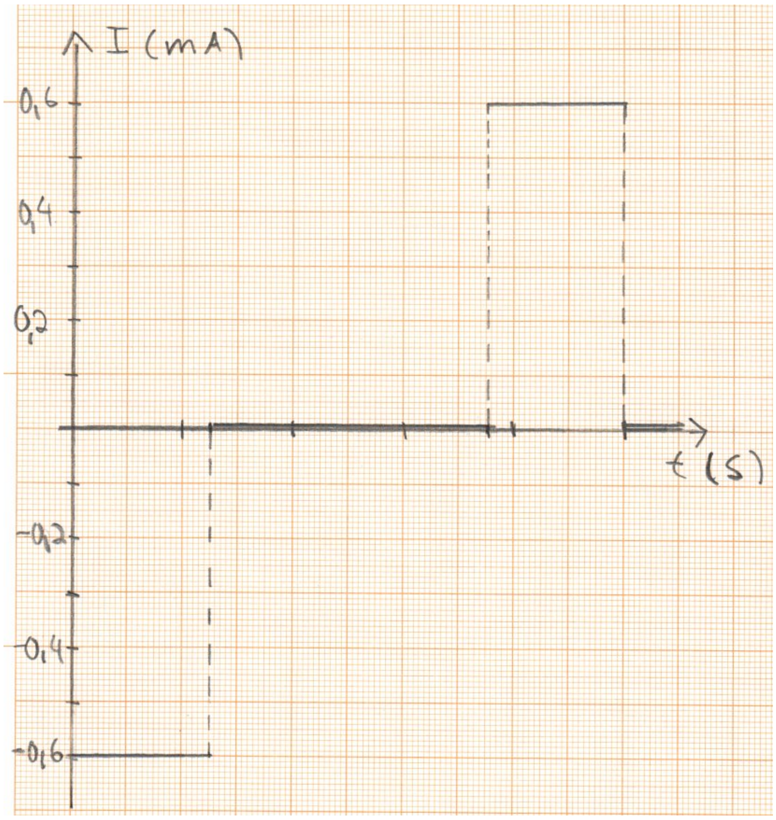
Aika, jonka silmukka liikkuu pois kentän päältä.

$$t_3 = t_1 = 1{,}25\,\mathrm{s}.$$

Piirretään saadut tulokset (t, I)-koordinaatistoon.

$$t \in [0; 1{,}25\,\mathrm{s}], \quad I = -0{,}6\,\mathrm{mA}$$
$$t \in [1{,}25\,\mathrm{s}; 3{,}75\,\mathrm{s}], \quad I = 0$$
$$t \in [3{,}75\,\mathrm{s}; 5\,\mathrm{s}], \quad I = 0{,}6\,\mathrm{mA}$$
$$t > 5\,\mathrm{s}, \quad I = 0$$

1 p (5 p)



1 p (6 p)

9. *Ratkaisu.* a) β^+-hajoamisessa ytimen protoni muuttuu neutroniksi ja ydin emittoi positronin ja neutriinon. ^{22}Na on β^+-aktiivinen, joten sen hajoamisen reaktioyhtälö on

1 p

$$^{22}_{11}\mathrm{Na} \to {}^{22}_{10}\mathrm{Ne} + \beta^+ + \nu_e. \qquad \text{1 p (2 p)}$$

b) β^+-hiukkanen eli positroni on elektronin antihiukkanen. Kun hiukkanen törmää antihiukkaseensa, molemmat hiukkaset muuttuvat sähkömagneettiseksi säteilyksi. β^+-hiukkanen voi törmätä atomin elektroniin, jolloin tapahtuu annihilaatio. Reaktioyhtälö on

1 p (3 p)

$$\beta^+ + \beta^- \to \gamma \ + \gamma\ , \qquad \text{1 p (4 p)}$$

missä

β^+ on positroni,

β^- on elektroni ja

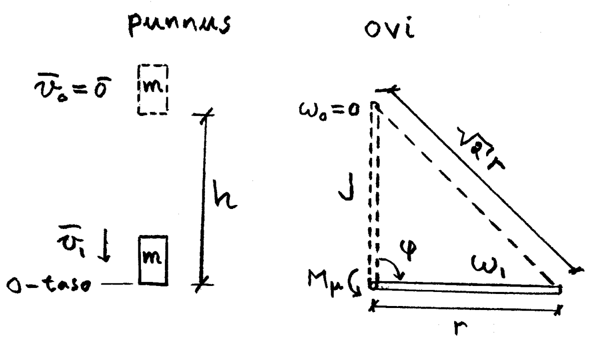
γ ja γ ovat syntyvät säteilykvantit, joita on vähintään kaksi

c) Elektronisieppauksessa atomin ydin sieppaa elektronikuorelta elektronin. Ytimessä elektroni ja protoni muuttuvat neutroniksi. Samalla ydin emittoi neutriinon. ^{127}Xe hajoaa elektronisieppauksella. Reaktioyhtälö on

1 p (5 p)

$$^{127}_{54}\mathrm{Xe} + \mathrm{e}^- \to {}^{127}_{53}\mathrm{I} + \nu_e. \qquad \text{1 p (6 p)}$$

10. *Ratkaisu.*



$$m = 1{,}1\,\mathrm{kg} \qquad r = 1{,}0\,\mathrm{m}$$
$$h = ? \qquad M_\mu = 1{,}5\,\mathrm{Nm}$$
$$v_1 = ? \qquad J = 11\,\mathrm{kgm}^2$$
$$\varphi = \frac{\pi}{2}$$

Tarkastellaan systeemiä, johon kuuluvat sekä punnus että ovi. Mekaniikan energiaperiaatteen mukaan

$$E_2 - E_1 = W$$
$$E_{k2} + E_{p2} - E_{k1} - E_{p1} = W \qquad \text{1 p} \tag{1}$$

Liike-energia lopussa E_{k2} muodostuu oven pyörimisenergiasta ja punnuksen etenemisliikkeen liike-energiasta. Potentiaalienergia alussa E_{p1} muodostuu punnuksen potentiaalienergiasta. Systeemillä ei ole alussa liike-energiaa eikä lopussa potentiaalienergiaa, joten $E_{k1} = E_{p2} = 0\,\mathrm{J}$. Yhtälöstä (1) tulee

$$\frac{1}{2}J\omega_1^2 + \frac{1}{2}mv_1^2 - mgh = -M_\mu\varphi \qquad \text{1 p (2 p)} \tag{2}$$

Köyden ulkona olevan osan pituus vähenee oven sulkeutumisen aikana mitan $\sqrt{2}r$ verran, joten punnus pääsee laskeutumaan matkan

$$h = \sqrt{2}r \tag{3}$$

v_1 on sama kuin oven ulkoreunan ratanopeus, joten

$$\omega_1 r = v_1 \quad \| : r$$
$$\omega_1 = \frac{v_1}{r} \qquad \text{1 p (3 p)} \tag{4}$$

Sijoitetaan (3) ja (4) yhtälöön (2), saadaan

$$\frac{1}{2}J\left(\frac{v_1}{r}\right)^2+\frac{1}{2}mv_1^2-mg\cdot\sqrt{2}r=-M_\mu\varphi \qquad \text{1 p (4 p)}$$

$$\frac{J}{2r^2}v_1^2+\frac{m}{2}v_1^2=\sqrt{2}mgr-M_\mu\varphi \quad \Big\| :\left(\tfrac{J}{2r^2}+\tfrac{m}{2}\right)$$

$$v_1^2=\frac{\sqrt{2}mgr-M_\mu\varphi}{\frac{J}{2r^2}+\frac{m}{2}}$$

$$v_1=\underset{(-)}{+}\sqrt{\frac{\sqrt{2}mgr-M_\mu\varphi}{\frac{J}{2r^2}+\frac{m}{2}}} \qquad \text{1 p (5 p)}$$

Sijoitetaan arvot, saadaan

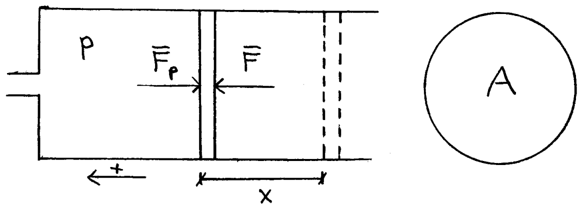
$$v_1=\sqrt{\frac{\sqrt{2}\cdot 1{,}1\,\mathrm{kg}\cdot 9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\cdot 1\,\mathrm{m}-1{,}5\,\mathrm{Nm}\cdot\frac{\pi}{2}}{\frac{11\,\mathrm{kgm}^2}{2\cdot(1\,\mathrm{m})^2}+\frac{1{,}1\,\mathrm{kg}}{2}}}$$

$$v_1=1{,}4604\ldots\ \mathrm{m/s}$$

$$v_1\approx 1{,}5\,\mathrm{m/s}$$

Vastaus: Oven ulkoreuna törmää karmiin nopeudella 1,5 m/s. 1 p (6 p)

11. *Ratkaisu.* a)



$\overline{F}$ on mäntää työntävä ulkoinen voima
$\overline{F}_p$ on nesteen paineen aiheuttama voimaresultantti

Pumpun siirtämä nestemäärä

$$\Delta V = Ax \tag{1}$$

Voimatasapaino männän liikkuessa tasaisella nopeudella

$$\begin{aligned} \overline{F} + \overline{F}_p &= \bar{0} \\ F - F_p &= 0 \quad \| \text{ sij. } F_p = pA \\ F &= pA \qquad \text{1 p} \end{aligned} \tag{2}$$

Ulkoisen voiman tekemä työ

$$\begin{aligned} W &= Fx \quad \| \text{ sij. } (2) \\ W &= pAx \quad \| \text{ sij. } (1) \\ W &= p\Delta V \qquad \text{1 p (2 p)} \end{aligned}$$

b) Vasemman kammion tekemä työ

$$\begin{aligned} W_{\text{vasen}} &= p\Delta V \\ &= 120\,\text{mmHg} \cdot 70\,\text{ml} \\ &= 120 \cdot 133{,}322\,\text{Pa} \cdot 70 \cdot 10^{-3}\,\text{dm}^3 \\ &= 120 \cdot 133{,}322\,\text{Pa} \cdot 70 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-3}\,\text{m}^3 \\ &= 1{,}1199\ldots\,\text{J} \qquad \text{1 p (3 p)} \end{aligned}$$

Kokonaistyö

$$\begin{aligned} W_{\text{kok}} &= W_{\text{vasen}} + W_{\text{oikea}} \\ &= W_{\text{vasen}} + \frac{1}{6}W_{\text{vasen}} \\ &= \frac{7}{6}W_{\text{vasen}} \\ &= \frac{7}{6} \cdot 1{,}1199\ldots\ \text{J} \\ &= 1{,}3065\ldots\ \text{J} \\ &\approx 1{,}3\ \text{J} \end{aligned}$$

Vastaus: Sydän tekee työtä yhden syklin aikana 1,3 J. 1 p (4 p)

c) Minuutissa tehty työ

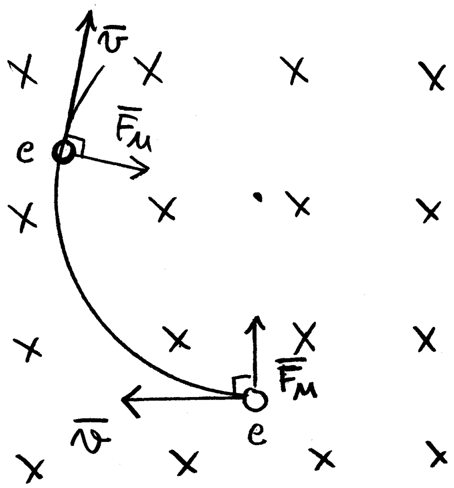
$$W = 76 \cdot W_{\text{kok}}$$

Sydämen teho

$$\begin{aligned} P &= \frac{W}{t} \qquad \text{1 p (5 p)} \\ &= \frac{76 \cdot W_{\text{kok}}}{t} \\ &= \frac{76 \cdot 1{,}3065\ldots\ \text{J}}{60\ \text{s}} \\ &= 1{,}6549\ldots\ \text{W} \\ &\approx 1{,}7\ \text{W} \end{aligned}$$

Vastaus: Sydämen keskimääräinen teho on 1,7 W. 1 p (6 p)

+12. *Ratkaisu.* a) Kun varattu hiukkanen liikkuu magneettikentässä siten, että nopeus on kohtisuorassa magneettikentän kenttäviivoja vastaan, siihen kohdistuu magneettinen voima. Tämä magneettinen voima on aina kohtisuorassa sekä nopeusvektoria että magneettikentän kenttäviivoja vastaan. 1 p Nopeusvektoria vastaan kohtisuora voima toimii elektronille keskeisvoimana, joka saattaa sen ympyräliikkeeseen. Magneettinen voima kohdistuu siten aina ympyräradan keskipistettä kohti. 1 p (2 p)



b) Määritetään elektronisuihkun radan säde kiihdytysjännitteen funktiona. Elektronilla on sähkökentässä potentiaalienergia $E_p = QU = eU$, missä e on alkeisvaraus ja U on sähkökentän jännite. Potentiaalienergia muuttuu elektronin liike-energiaksi kiihdytyksessä, joten

$$\begin{aligned} eU &= \frac{1}{2}mv^2 \quad \Big\| \cdot \tfrac{2}{m} \\ v^2 &= \frac{2eU}{m} \\ v &= _{(}\pm_{)}\sqrt{\frac{2eU}{m}}. \qquad (1) \end{aligned}$$

Nopeudella v liikkuvaan lektroniin kohdistuu magneettikentässä magneettinen voima

$$F_m = QvB = evB.$$

Tämä voima saa elektronin ympyräradalle, joten

$$
\begin{aligned}
\text{NII:} \quad \bar{F}_\mu &= m\bar{a}_n \\
evB &= m\frac{v^2}{r} \quad \Big\| \cdot \tfrac{r}{evB} \\
r &= \frac{mv^{\cancel{2}\,1}}{e\cancel{v}_1 B} \\
r &= \frac{mv}{eB} \quad \| \text{ sij. (1)} \\
r &= \frac{m\sqrt{\frac{2eU}{m}}}{eB} \\
r &= \sqrt{\frac{2m^{\cancel{2}\,1}\cancel{e}^{\,1}U}{e^{\cancel{2}\,1}B^2\cancel{m}_1}} \\
r &= \sqrt{\frac{2mU}{eB^2}}. \qquad \text{1 p (3 p)} \qquad (2)
\end{aligned}
$$

Huomataan, että radan säde on suoraan verrannollinen kiihdytysjännitteen neliöjuureen eli

$$
\begin{aligned}
r &= \sqrt{\frac{2m}{eB^2}} \cdot \sqrt{U}, \quad \text{merk. } k = \sqrt{\frac{2m}{eB^2}} \\
r &= k \cdot \sqrt{U}.
\end{aligned}
$$

Näin ollen elektronisuihkun ympyräradan säde kasvaa, kun kiihdytysjännitettä kasvatetaan. 1 p (4 p)

c) Käytetään kaavaa (2) ja ratkaistaan siitä U.

$$
\begin{aligned}
r &= \sqrt{\frac{2mU}{eB^2}} \quad \|()^2 \\
r^2 &= \frac{2mU}{eB^2} \quad \Big\| \cdot \tfrac{eB^2}{2m} \\
U &= \frac{e}{m} \cdot \frac{r^2B^2}{2}.
\end{aligned}
$$

Jännite on muotoa

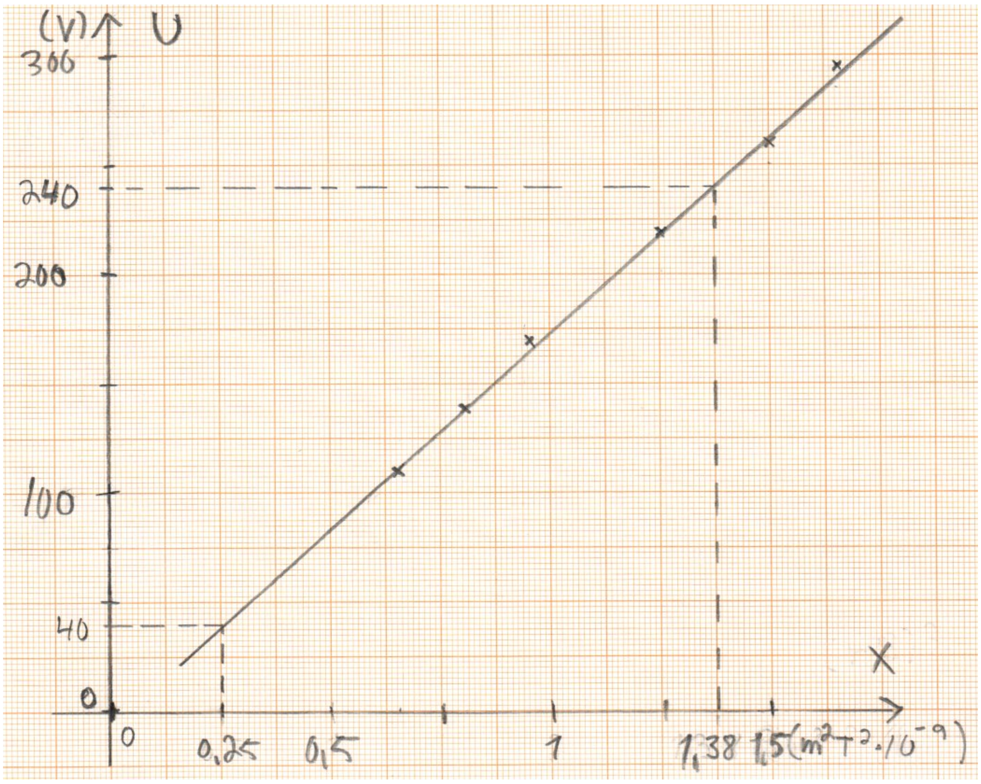
$$
U = k \cdot \frac{(rB)^2}{2}, \qquad \text{1 p (5 p)}
$$

missä $k = \frac{e}{m}$ on suoran $U = k \cdot \frac{(rB)^2}{2}$ kulmakerroin. Muodostetaan taulukko, jossa muuttuja $x = \frac{(rB)^2}{2}$. 1 p (6 p)

U (V)	B (T)	r (m)	x ($\mathrm{m^2T^2}$)
111	$0{,}94 \cdot 10^{-3}$	0,038	$0{,}64 \cdot 10^{-9}$
140	$0{,}94 \cdot 10^{-3}$	0,042	$0{,}78 \cdot 10^{-9}$
171	$0{,}94 \cdot 10^{-3}$	0,046	$0{,}93 \cdot 10^{-9}$
220	$1{,}48 \cdot 10^{-3}$	0,034	$1{,}27 \cdot 10^{-9}$
261	$1{,}48 \cdot 10^{-3}$	0,037	$1{,}50 \cdot 10^{-9}$
296	$1{,}48 \cdot 10^{-3}$	0,039	$1{,}67 \cdot 10^{-9}$

1 p (7 p)

Piirretään taulukon arvot (x, U) kuvaajaan.



1 p (8 p)

Sovitetaan mittaustuloksiin suora ja määritetään sen kulmakerroin. Arvot ovat

$$x_1 = 0{,}25 \cdot 10^{-9}\,\mathrm{m^2T^2}$$
$$U_1 = 40\,\mathrm{V}$$
$$x_2 = 1{,}38 \cdot 10^{-9}\,\mathrm{m^2T^2}$$
$$U_2 = 240\,\mathrm{V}.$$

Kulmakerroin on

$$\begin{aligned}
\frac{e}{m} = k &= \frac{U_2 - U_1}{x_2 - x_1} \\
k &= \frac{240\,\mathrm{V} - 40\,\mathrm{V}}{(17{,}38 - 0{,}25) \cdot 10^{-9}\,\mathrm{m^2T^2}} \\
k &= 1{,}7699\ldots \cdot 10^{11}\,\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{kg}} \\
k &\approx 1{,}8 \cdot 10^{11}\,\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{kg}}
\end{aligned}$$

Vastaus: Elektronin varauksen ja massan suhde on $1{,}8 \cdot 10^{11}\,\mathrm{C/kg}$. 1 p (9 p)

+13. *Ratkaisu.* a) Hehkulampun kuluttamasta sähköenergiasta saadaan muutettua valoksi tyypillisesti vain noin 3–5 % lopun energian muuttuessa lämmöksi. Hehkulamput halutaan korvata hyötysuhteeltaan paremmilla lampuilla. 1 p

b) Pienoisloisteputket sisältävät pienen määrän elohopeaa, minkä vuoksi ne ovat ongelmajätettä. Putken hajotessa vapautuva elohopeahöyry on terveydelle haitallista, jos sitä joutuu hengitykseen. LED-lampuissa ei ole elohopeaa, eivätkä ne ole ongelmajätettä. 1 p (2 p) Pienoisloisteputken hyötysuhde on alhaisempi kuin LED-lampuilla. 1 p (3 p) Pienoisloisteputkia ei voida käyttää kohdevalaisimissa, koska valonlähde on kooltaan liian suuri. LED-lampussa valonlähteen koko saadaan riittävän lähelle pistemäistä, joten sitä voi käyttää kohdevalaisimissa. Pienloistelamput eivät kylmänä saavuta heti täyttä kirkkautta.

Näitä tuskin vaaditaan täysiin pisteisiin.

c) Hehkulampussa on hyvin ohut ja pitkä volfram-metallista valmistettu hehkulanka, jonka päiden välille kytketään jännite. Langalla on suuri resistanssi, koska se on pitkä ja ohut. Langassa kulkeva sähkövirta saa sen lämpenemään. 1 p (4 p) Pituudestaan huolimatta lanka on saatu pieneen tilaan muotoilemalla lanka kaksoiskierteelle, minkä vuoksi sen lämpötila pääsee nousemaan hyvin korkeaksi. Korkeassa lämpötilassa lämpöliike saa volfram-atomit virittymään ja viritystilojen purkautuessa syntyy säteilykvantteja, jotka nähdään valona. 1 p (5 p)
Pienoisloisteputken sisään synnytetään sähköpurkaus, joka ionisoi putken sisällä olevan kaasun elektronien törmätessä kaasun atomeihin. Ionisaation seurauksena kaasun sähkönjohtavuus paranee, mikä mahdollistaa yhä suuremman sähkövirran. Kaasuatomeihin törmäävät elektronit saavat atomit virittymään. 1 p (6 p) Viritystilan purkautuessa emittoituu ultraviolettisäteilyä. Putken sisäpinta on päällystetty fluoresoivalla aineella. Fluoresoivaan aineeseen osuva ultraviolettisäteily saa fluoresoivan aineen atomit virittymään. Viritystilan purkautuessa emittoituu sähkömagneettista säteilyä, jonka aallonpituus on näkyvän valon alueella. 1 p (7 p)
LED-lampussa valo syntyy, kun LED:in eli hohtodiodin pn-rajapinnan yli kulkevat elektronit siirtyvät p-tyypin puolijohteeseen ja täyttävät siellä olevia varausta kuljettavia aukkoja. 1 p (8 p) Elektronin täyttäessä p-tyypin puolijohteessa olevan aukon, elektroni putoaa alempaan energiatilaan ja emittoi fotonin. Fotonin aallonpituus hohtodiodissa on näkyvän valon alueella. 1 p (9 p)