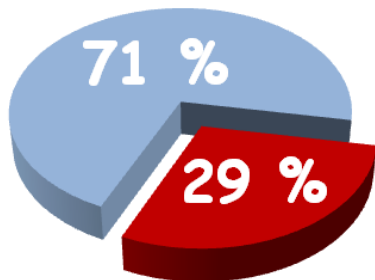


Tiesitkö tätä?

MAFY:n lääkiskurssi 2,5-kertaistaa mahdollisuutesi päästä sisään yhdellä yrityksellä. Poikkeuksellisen kovista tuloksista johtuen lääkikset alkavatkin täytyä MAFY:n kurssilaisista.



29 % vuonna 2016 Helsingin suomenkieliseen yleislääkikseen päässeistä tuli MAFY:n kurssilta.

Lääkiskurssi

- 5-8 täysmittaista harjoituspääsykoetta oikeassa koosalissa.
- Yksilöllinen opetus mahdollistaa etenemisen omassa tahdissa. Kaikissa ryhmissä on korkeintaan 16 oppilasta yhtä opettajaa kohden.
- Voit aloittaa valintasi mukaan 29.8., 31.10., 9.1., 20.2. tai 28.3. Oppitunnin ajankohdaksi voi yleensä valita aamun, iltapäivän tai illan.

DI-pääsykoekurssi

- Voit harjoitella matematiikkaa, fysiikkaa ja kemiaa pääsykoetta varten.
- 4 täysmittaista harjoituskoetta kustakin aineesta ja pitkällä kurssilla lisäksi 2 yo-harjoituskoetta kustakin aineesta.
- Pitkäkurssi 28.3.-26.5. ja kevätkurssi 20.2.-26.5.

Fysiikka, kevät 2016

Mallivastaukset, 30.3.2016

Mallivastausten laatimisesta ovat vastanneet filosofian maisteri Teemu Kekkonen ja diplomi-insinööri Antti Suominen. Antti ja Teemu ovat perustaneet MAFY-valmennuksen, jota ennen Teemu opetti 5 vuotta lukiossa ja Antti toimi tuntiopettajana TKK:lla. Nykyään Teemu vastaa MAFY:n Jyväskylän kursseista ja Antti vastaa Mafynetti-ohjelman kehityksestä. Muut mallivastaustiimin jäsenet ovat Sakke Suomalainen, Matti Virolainen ja Viljami Suominen. Nämä mallivastaukset ovat Antti Suominen Oy:n omaisuutta.

MAFY-valmennus on Helsingissä toimiva, valmennuskursseihin sekä matematiikan ja luonnontieteiden opetukseen erikoistunut yritys. Palveluitamme ovat

- lääketieteellisen valmennuskurssit
- DI-valmennuskurssit
- yo-kokeisiin valmentavat kurssit
- Mafynetti - sähköinen oppimateriaali.

Julkaisemme internet-sivuillamme kaiken palautteen, jonka asiakkaat antavat kurseistamme. Näin varmistamme, että palveluistamme kiinnostuneilla ihmisillä on mahdollisuus saada tarkka ja rehellinen kuva siitä, mitä meiltä voi odottaa.

Tämä asiakirja on tarkoitettu yksityishenkilöille opiskelukäyttöön. Kopion tästä asiakirjasta voi ladata MAFY-valmennuksen internet-sivuilta www.mafyvalmennus.fi. Käyttö kaikissa kaupallisissa tarkoituksissa on kielletty. Lukion fysiikan opettajana voit käyttää tätä tehtäväpakettia oppimateriaalina lukiokursseilla.

MAFY-valmennuksen yhteystiedot:

www.mafyvalmennus.fi/yhteystiedot
info@mafyvalmennus.fi

1. Taulukossa on lueteltu kolme säteilyn lajia ja neljä säteilyn ominaisuutta. Mitkä säteilyn ominaisuudet liittyvät kuhunkin säteilyn lajiin? Kopioi taulukko vastauspaperiisi ja merkitse vastaus siihen rasteilla. Merkitse enintään kuusi rastia. Yhteen säteilyn lajiin voi liittyä monta ominaisuutta. Vastauksia ei tarvitse perustella.

	Hiukkas- säteilyä	Ionisoivaa säteilyä	Hirsiseinä pysäyttää säteilyn	Maan pinnalla havaittavan sä- teilyn merkittävä lähde on Aurinko
Alfasäteily				
Gammasäteily				
Näkyvä valo				

Ratkaisu.

	Hiukkas- säteilyä	Ionisoivaa säteilyä	Hirsiseinä pysäyttää säteilyn	Maan pinnalla havaittavan sä- teilyn merkittävä lähde on Aurinko
Alfasäteily	x	x	x	
Gammasäteily		x		
Näkyvä valo			x	x

6p

Pisteytys: 1p / oikein rastitettu ruutu. Jos on merkitty useampi kuin 6 rastia, katsotaan vastauksiksi ensin väärin menneet rastit ja sen jälkeen niin monta oikeaa rastia, että on pisteytetty yhteensä 6 rastia.

Selitykset: (ei vaadita koevastauksessa)

- Alfasäteily koostuu alfahiukkasista, eli heliumatomin ytimistä, joten se on hiukkassäteilyä. Gammasäteily ja näkyvä valo ovat fotoneja, eli sähkömagneettista säteilyä.
- Ionisoivaksi säteilyksi luetaan kaikki riittävän korkeaenerginen säteily. Alfa- ja gammasäteily ovat hyvin korkeaenergisiiä, ja näin kuuluvat ionisoivaan säteilyyn, mutta näkyvän valon energia on sen verran matala, että se luokitellaan ei-ionisoivaksi.
- Alfahiukkasen suuren massan ja muuhun säteilyyn verrattuna pienen nopeuden takia se absorboituu helposti. Näkyvä valo tunnetusti ei pääse hirsiseinästä läpi. Gammasäteily on niin suurienergistä, että se läpäisee hirsiseinän helposti.

- Auringon ytimessä tapahtuvissa reaktioissa syntyy myös alfa- ja gammasäteilyä, mutta ne absorboituvat ja/tai siroavat auringon sisällä niin paljon, ettei niitä juuri pääse Maahan. Maahan pääsevä auringon säteily on pääosin infrapunasäteilyä, näkyvää valoa ja UV-säteilyä.

2. Levosta lähtevä rautakuula pudotetaan eri korkeuksilta. Kuulan putoamisaika mitataan. Putoamiskorkeudet ja -ajat on annettu taulukossa.

h (m)	1,00	5,00	10,0	15,0	20,0
t (s)	0,47	1,00	1,41	1,76	2,04

- a) Piirrä mittaustuloksista kuvaaja putoamiskorkeudesta putoamisajan neliön funktiona (t^2, h)-koordinaatistoon. (4 p.)
 b) Määritä kuvaajan avulla kuulan kiihtyvyys. (2 p.)

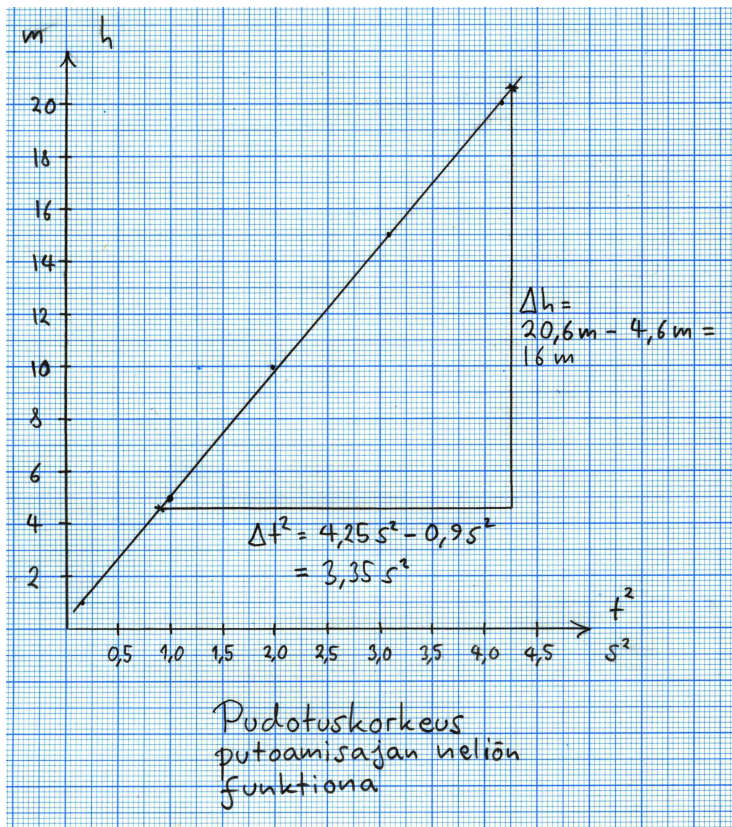
Ratkaisu.

- a) Taulukoidaan putoamisaikojen neliöt.

h (m)	1,00	5,00	10,0	15,0	20,0
t (s)	0,47	1,00	1,41	1,76	2,04
t^2 (s ²)	0,2209	1,00	1,9881	3,0976	4,1616

1p

Piirretään tulokset (t^2, h)-koordinaatistoon.



3p
(4p)

Pisteytys: Täysien pisteiden saamiseksi täytyy

- olla ilmaistuna, mitä kuvaaja esittää, eli “pudotuskorkeus putoamisen neliön funktiona”.
- olla merkitty suureet ja yksiköt akseleille.
- olla merkitty mitta-asteikot huolellisesti akseleille.
- akselien leikata origossa.
- mittaustulosten olla piirrettynä huolellisesti koordinaatistoon.
- suoran olla sovitettuna hyvin mittauspisteisiin.

- b) Kuula on rautaa, eli sen massa on suuri verrattuna sen kokoon, joten oletetaan, että ilmanvastus on painovoimaan verrattuna merkityksetön. Näin ollen kuula putoaa tasaisella kiihtyvyydellä a . Kuula lähti levosta, eli sen alkunopeus $v_0 = 0$. Näin ollen

$$h = \frac{1}{2}at^2.$$

Tämä on suora (t^2, h) -koordinaatistossa, jonka kulmakerroin on

$$\frac{\Delta h}{\Delta t^2} = \frac{1}{2}a. \quad \text{1p(5p)}$$

Kulmakerroin saadaan määritettyä a-kohdassa piirretystä kuvaajasta:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta h}{\Delta t^2} &= \frac{1}{2}a \quad || \cdot 2 \\ a &= 2 \cdot \frac{\Delta h}{\Delta t^2} \\ a &= 2 \cdot \frac{16 \text{ m}}{3,35 \text{ s}^2} \\ a &= 9,5522 \dots \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \\ &\approx 9,6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}. \end{aligned}$$

Vastaus: Kuulan kiihtyvyys on $9,6 \text{ m/s}^2$. 1p(6p)

3. Maija tutkii löytämänsä metalliketjun materiaalia koulunsa laboratoriossa.

- Maija punnitsee ketjun ja saa sen massaksi 522 g. Seuraavaksi hän määrittää ketjun tilavuuden upottamalla sen vedellä täytettyyn mittalasiin, jolloin hän saa tilavuudeksi 73 ml. Mikä materiaalin tunnistamiselle hyödyllinen suure voidaan näin määrittää? Kuinka suuri on suureen arvo kyseiselle metallille? (2 p.)
- Maija laittaa ketjun puoleksi tunniksi kiehuvaan veteen. Tämän jälkeen ketju upotetaan kalorimetriin, jossa on 0,400 litraa vettä, jonka lämpötila on 22,0 °C. Kalorimetrin veden lämpötila nousee arvoon 30,4 °C. Mikä ketjun materiaaliin liittyvä suure näin voidaan määrittää? Kuinka suuri on tämän suureen arvo? (3 p.)
- Mitä metallia ketju voi tulosten perusteella olla? (1 p.)

Ratkaisu.

a)

$$m = 522 \text{ g} = 0,522 \text{ kg}$$

$$V = 73 \text{ ml} = 73 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3$$

Näistä tiedoista voidaan määrittää esineen tiheys, _____ 1p
joka on

$$\rho = \frac{m}{V}$$

$$\rho = \frac{0,522 \text{ kg}}{73 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3}$$

$$\rho = 7150,68 \dots \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$\approx 7200 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}.$$

Vastaus: Voidaan määrittää tiheys, joka on 7200 kg/m³. _____ 1p(2p)

- Huomautus lukijalle:** Vettä on 0,400 l lämpötilassa 22 °C, joten luetaan taulukkokirjasta veden tiheys täsmälleen tässä lämpötilassa ja lasketaan veden massa sen avulla. Veden lämpötila vaihtelee tehtävässä välillä 22,0 °C - 30,4 °C. Taulukkokirjassa on kuvaaja veden ominaislämpökapasiteetista lämpötilan funktiona. Tästä saadaan kolmen numeron tarkkuudella, että tällä lämpötilavälillä veden ominaislämpökapasiteetti on 4,18 $\frac{\text{kJ}}{\text{kg}^\circ\text{C}}$.

Kyseisellä koejärjestelyllä voidaan määrittää ketjun materiaalin ominaislämpökapasiteetti, jos oletetaan ketjun koostuvan kokonaan samasta materiaalista. _____

1p(3p)

Ketjun lämpötila on $T_k = 100,0^\circ\text{C}$ heti kiehuvaasta vedestä nostamisen jälkeen.

$$\begin{aligned} V_v &= 0,400\text{ l} = 0,400 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \\ \rho_v(22^\circ\text{C}) &= 997,78 \text{ kg/m}^3 \\ m_v &= \rho_v V_v \\ T_1 &= 22,0^\circ\text{C} \\ T_2 &= 30,4^\circ\text{C} \\ T_k &= 100,0^\circ\text{C} \end{aligned}$$

Ketjun luovuttama lämpöenergia Q_k on yhtä suuri kuin veden vastaanottama lämpöenergia Q_v . _____

1p(4p)

$$\begin{aligned} Q_k &= Q_v \\ c_k m_k \Delta T_k &= c_v m_v \Delta T_v \end{aligned}$$

Sijoitetaan $\Delta T_k = T_k - T_2$, $\Delta T_v = T_2 - T_1$ ja $m_v = \rho_v V_v$.

$$\begin{aligned} c_k m_k (T_k - T_2) &= c_v \rho_v V_v (T_2 - T_1) \quad || : (m_k (T_k - T_2)) \\ c_k &= \frac{c_v \rho_v V_v (T_2 - T_1)}{m_k (T_k - T_2)} \\ c_k &= \frac{4,18 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}^\circ\text{C}} \cdot 997,78 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 0,400 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot (30,4^\circ\text{C} - 22,0^\circ\text{C})}{0,522 \text{ kg} \cdot (100,0^\circ\text{C} - 30,4^\circ\text{C})} \\ c_k &= 0,38571 \dots \frac{\text{kJ}}{\text{kg}^\circ\text{C}} \\ &\approx 0,386 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}^\circ\text{C}}. \end{aligned}$$

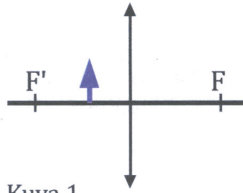
1p(5p)

Vastaus: Oletuksella, että ketju koostuu kokonaan samasta materiaalista, saadaan määritettyä kyseisen materiaalin ominaislämpökapasiteetti, joka on $0,386 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}^\circ\text{C}}$.

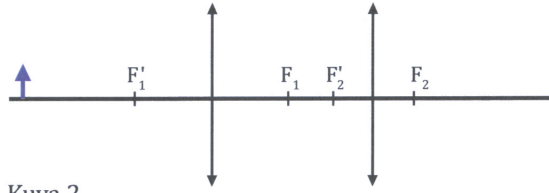
- c) Taulukkokirjasta huomataan, että sinkin ominaislämpökapasiteetti on $0,386 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}^\circ\text{C}}$ ja tiheys on $7130 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$.

Vastaus: Ketju voi tulosten perusteella koostua sinkistä. 1p(6p)

4. a) Suurennuslasissa on yksi kupera linssi. Piirrä säteiden kulku kuvan 1 suurennuslasissa ja osoita, että suurennuslasi muodostaa lähellä olevasta esineestä suurennetun, oikeinpäin olevan valekuvan.
- b) Keplerin kaukoputkessa on kaksi kuperaa linssiä kuvan 2 mukaisesti. Ensimmäinen linssi muodostaa kaukana olevasta esineestä kuvan polttopisteen F'_2 ja toisen linssin väliin. Piirrä säteiden kulku kaukoputkessa ja osoita, että se muodostaa kaukana olevasta esineestä suurennetun, ylösalaisin olevan valekuvan.



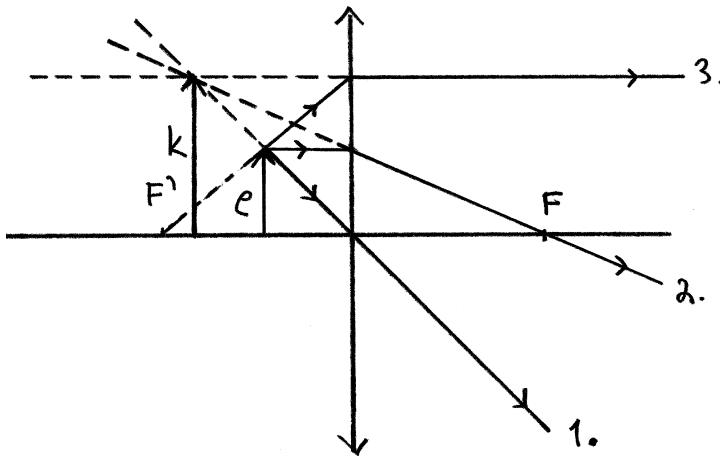
Kuva 1.



Kuva 2.

Ratkaisu.

a)



1p

Linssi on kupera, joten sen polttoväli f on positiivinen. Esineen etäisyys a linssistä on pienempi kuin linssin polttoväli f . Täten linssien kuvausyh-

tälöstä saadaan kuvan paikalle

$$\begin{aligned}\frac{1}{a} + \frac{1}{b} &= \frac{1}{f} \\ \frac{1}{b} &= \frac{1}{f} - \frac{1}{a} \\ b &= \left(\frac{1}{f} - \frac{1}{a} \right)^{-1} \\ b &= \left(\frac{a}{af} - \frac{f}{af} \right)^{-1} \\ b &= \left(\frac{a-f}{af} \right)^{-1} \\ b &= \frac{af}{a-f} \\ b &= -\frac{af}{f-a}\end{aligned}$$

Valekuva: Tästä nähdään, että koska $a < f$, sekä nimittäjä että osoittaja ovat positiiviset, joten b on negatiivinen, eli kuva on valekuva.

0.5p
(1.5p)

Suurennettu kuva: f on suurempi kuin $f - a$, joten

$$|b| = \frac{af}{f-a} = a \frac{f}{f-a} > a.$$

Näin ollen viivasuurennoksen kaavasta saadaan, että

$$\begin{aligned}\left| \frac{b}{a} \right| &= \frac{k}{e} \quad || \cdot e \\ k &= \left| \frac{b}{a} \right| \cdot e \\ k &> e,\end{aligned}$$

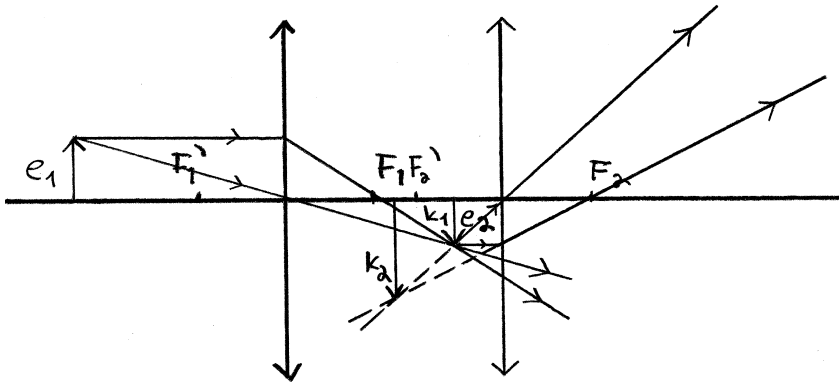
joten kuva on suurennettu.

1p
(2.5p)

Oikeinpäin oleva kuva: Kuva on valekuva, joten se on samalla puolella linssiä kuin esine. Näin ollen kuvan täytyy muodostua valonsäteiden jatkeelle, joka on samalla puolella pääakselia kuin esine, joten kuva on oikeinpäin.

0.5p
(3p)

b)



1p(4p)

Tarkastellaan ensin linssin 1 muodostamaa kuvaa. Kohdassa a johdettiin kuperalle linssille, että kuvan paikka on

$$b = \frac{af}{a - f}$$

Esineen etäisyys a linssistä 1 on suurempi kuin linssin 1 polttoväli f_1 , joten kuvan paikan lausekkeesta nähdään, että b on positiivinen, eli kuva on todellinen kuva. Kuvan täytyy muodostua linssin 1 keskikohdan läpi menevälle valonsäteelle, joten kyseessä on siis väärinpäin oleva todellinen kuva.

0.5p
(4.5p)

Ylösalaisin oleva valekuva: Tehtävänannon mukaan linssin 1 muodostama kuva on linssin 2 ja polttopisteen F_2' välissä, joten se on linssille 2 todellinen esine, joka on lähempänä linssiä kuin polttopiste. Kohdassa a osoitettiin, että tällöin syntyy oikeinpäin oleva (esineen kanssa samoin päin oleva) valekuva.

Näin olleen linssisysteemi muodostaa siis kaukana olevasta esineestä ylösalaisin olevan valekuvan.

1p
(5.5p)

Suurennettu kuva: Huomautus lukijalle: Tämän kohdan osoittamisessa tehtävänanto on monitulkintainen.

Tehtävänannossa sanottiin, että esine on kaukana. Tämä tarkoittaa fysiikan tehtävissä tavallisesti sitä, että sen voidaan olettaa olevan äärettömän kaukana. Tällöin tehtävässä pitäisi siis osoittaa, että jos esine on äärettömän kaukana, muodostuva kuva on suurennettu. Tämä ei kuitenkaan

yleisesti pidä paikkaansa, joten tätä tulkintaa ei siis luultavasti ole tarkoitettu tehtävänannossa.

Tehtävänannossa sanottiin, että esine on kaukana. Mitä kauempana esine on, sitä lähemmäksi polttopistettä F_1 kuva muodostuu. Tehtävänannossa sanottiin kuitenkin, että linssin 1 muodostama kuva on linssin 2 ja polttopisteen F'_2 välissä ja tehtävänannon kuvasta päätellen polttopiste F'_2 on jollain positiivisella etäisyydellä polttopisteestä F_1 oikealle, joten esine voi olla korkeintaan niin kaukana, että kuva muodostuu lähelle polttopistettä F'_2 linssin 2 ja polttopisteen F'_2 väliin.

Huomautus lukijalle: Koska tulkinta, että “kaukana” tarkoittaa “äärettömän kaukana” ei toiminut, tässä siis tulkitaan, että “kaukana” tarkoittaa “riittävän kaukana, muttei tiettyä rajaa kauempana”.

Käytetään tässä päättelyssä tietoa viivasuurenoksesta, eli linssin muodostaman kuvan ja esineen mittasuhte on kuvan etäisyyden linssistä ja esineen etäisyyden linssistä suhde.

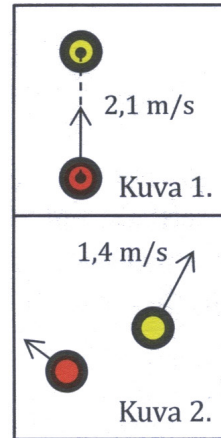
$$\frac{k}{e} = \left| \frac{b}{a} \right|.$$

Esine ei siis voi olla kuinka kaukana tahansa, joten viivasuurenoksen kaavan perusteella linssin 1 muodostaman kuvan suuruudella on jokin positiivinen alaraja. Kun linssin 1 muodostama kuva lähestyy polttopistettä F'_2 linssin 2 puolelta, linssin 2 muodostaman kuvan etäisyys linssistä 2, ja siten linssin 2 muodostama kuva kasvaa rajatta, joten kun linssin 1 muodostama kuva on tiettyä rajaa lähempänä polttopistettä F'_2 , eli esine on tiettyä rajaa kauempana, muodostuu suurennettu kuva.

0.5p
(6p)

Huomautus pisteytyksestä: Tehtävänannossa käytettiin sanaa “osoita”, eikä esimerkiksi “näytä piirtämällä”, joten yleensä tällöin täysiin pisteisiin vaaditaan täsmälliset perustelut eikä esimerkiksi pelkkä kuvien piirtäminen esimerkkitapauksista riitä. Tämän tehtävän tapauksessa kuitenkin b-kohdan suurennoksen epäselvyyteen ja YTL:n hyvän vastauksen piirteisä esitettyyn pisteytykseen nojaten pidämme todennäköisenä, että hyvin piirretyistä kuvista, joista näkee kysytyt kuvan ominaisuudet, saa täydet pisteet.

5. a) Curling-pelissä punainen ja keltainen joukkue laittavat vuorotellen kiven (massa 20,0 kg) liukumaan tasaista jäärataa pitkin kohti maalialuetta. Punaisen joukkueen kivi liikkuu nopeudella 2,1 m/s jäätä pitkin. Kivi törmää kimmoisasti vastustajan samanlaiseen, levossa olevaan keltaiseen kiveen kuvan 1 mukaisesti. Mihin suuntaan ja millä nopeudella kivet liikkuvat törmäyksen jälkeen? Perustele. (4 p.)



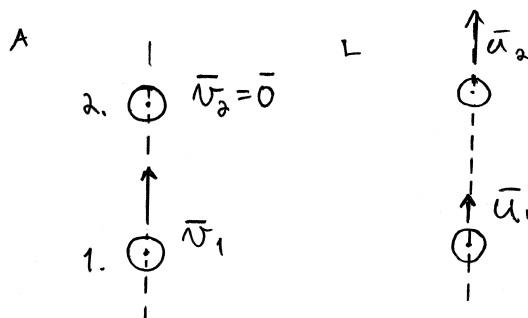
- b) Punainen kivi liikkuu kohti levossa olevaa vastustajan kiveä nopeudella 1,5 m/s. Punainen kivi törmää vinosti ja kimmoisasti keltaiseen kiveen. Osuman jälkeen kivet liikkuvat eri suuntiin kuvan 2 mukaisesti. Keltaisen kiven nopeus on 1,4 m/s. Kuinka suuri on punaisen kiven nopeus? (2 p.)

Ratkaisu.

a)

$$v_1 = 2,1 \text{ m/s} \quad (\text{punainen kivi})$$

Kivet törmäävät siten, että niiden keskipisteet sijaitsevat punaisen kiven etenemissuoralla.



2/3 p

Täten keltaisen kiven nopeus ($\bar{u}_2$) on törmäyksen jälkeen saman suuntainen kuin punaisen kiven nopeus ($\bar{v}_1$). Myös nopeus $\bar{u}_1$ on yhdensuuntainen (ei välttämättä samansuuntainen) nopeuden $\bar{v}_1$ kanssa.

Liikemäärä säilyy törmäyksessä.

$$\begin{aligned}
 \bar{p}_A &= \bar{p}_L \\
 m\bar{v}_1 &= m\bar{u}_1 + m\bar{u}_2 \\
 mv_1 &= mu_1 + mu_2 \quad || : m \\
 v_1 &= u_1 + u_2 \\
 u_1 &= v_1 - u_2
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

1p
($\frac{5}{3}$ p)

Törmäys on kimmoisa, joten systeemin liike-energia säilyy.

$$\begin{aligned}
 E_{kA} &= E_{kL} \\
 \frac{1}{2}mv_1^2 &= \frac{1}{2}mu_1^2 + \frac{1}{2}mu_2^2 \quad || \cdot \frac{2}{m} \\
 v_1^2 &= u_1^2 + u_2^2 \quad || \text{ sij. (1)} \\
 v_1^2 &= (v_1 - u_1)^2 + u_2^2 \\
 v_1^2 &= v_1^2 - 2v_1u_2 + u_2^2 + u_2^2 \\
 2u_2^2 - 2v_1u_2 &= 0 \quad || : 2 \\
 u_2(u_2 - v_1) &= 0 \\
 (u_2 = 0) \quad \text{tai} \quad u_2 &= v_1 \\
 u_2 &= 2,1 \text{ m/s}
 \end{aligned}$$

1p
($\frac{8}{3}$ p)

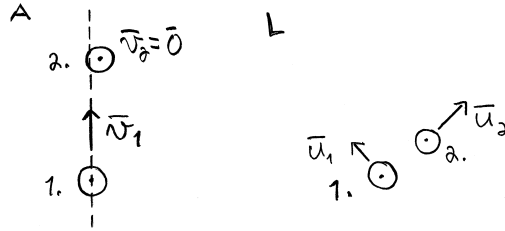
Ratkaisu $u_2 = 0$ vastaa tilannetta, jossa punainen kivi menisi keltaisen kiven ohi, eikä törmäystä tapahtuisi. Koska törmäys tapahtuu, tämä ratkaisu hylätään. Sijoitetaan $u_2 = v_1$ yhtälöön (1).

$$\begin{aligned}
 u_1 &= v_1 - v_1 \\
 u_1 &= 0
 \end{aligned}$$

Vastaus: Punaisen kiven nopeus on 0 ja keltaisen kiven nopeus on 2,1 m/s samaan suuntaan, johon punainen kivi liikkui ennen törmäystä.

b)

$$\begin{aligned}
 v_1 &= 1,5 \text{ m/s} \quad (\text{punainen kivi}) \\
 u_2 &= 1,4 \text{ m/s} \quad (\text{keltainen kivi})
 \end{aligned}$$

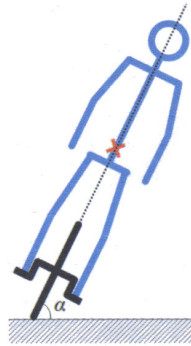


Törmäys on kimmoisa, joten systeemin liike-energia säilyy törmäyksessä.

$$\begin{aligned}
 E_{kA} &= E_{kL} \\
 \frac{1}{2}mv_1^2 &= \frac{1}{2}mu_1^2 + \frac{1}{2}mu_2^2 \quad || \cdot \frac{2}{m} \quad \text{1p(5p)} \\
 v_1^2 &= u_1^2 + u_2^2 \\
 u_1^2 &= v_1^2 - u_2^2 \\
 u_1 &= (\pm) \sqrt{v_1^2 - u_2^2} \\
 u_1 &= \sqrt{(1,5 \text{ m/s})^2 - (1,4 \text{ m/s})^2} \\
 u_1 &= 0,5385 \dots \text{ m/s} \\
 u_1 &\approx 0,54 \text{ m/s}
 \end{aligned}$$

Vastaus: Keltaisen kiven nopeus on 0,54 m/s. 1p(6p)

6. a) Valokuva esittää tilannetta, jossa testataan sähkökäyttöisen yksipyörän soveltuvuutta talviajoon. Kaavakuva esittää pitävällä alustalla kaarretta ajavaa yksipyörää ja sen kuljettajaa. Hahmottele kaavakuva vastauspaperiisi, mukaan lukien rastilla merkitty pyörän ja kuljettajan yhteinen massakeskipiste. Merkitse kuvaan kokonaisuuteen vaikuttavat voimat ja nimeä ne.



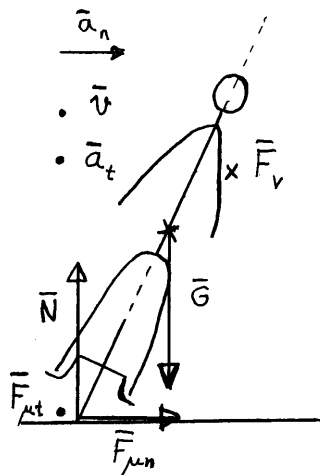
Lähde: YLE

Seuraavissa kohdissa liikevastuksia ei huomioida. Tarkastele liikettä massakeskipisteen liikkeenä.

- b) Yksipyörällä ajetaan vaakasuoralla kuivalla jäällä ympyrää huippunopeudella 15 km/h. Kuinka pientä ympyrää tällä nopeudella voi ajaa, ilman että pyörän kumirengas lähtee liukumään? Kumin ja jään välinen lepokitakerroin on 0,20.
- c) Kuinka suuri on b-kohdan tilanteessa pyöräilijän ja jään pinnan välinen kulma α pienintä mahdollista ympyrää ajettaessa? Tarkastele kokonaisuuteen kohdistuvia momentteja massakeskipisteen suhteen.

Ratkaisu.

a)



Pisteytys: $\frac{1}{4}p$ / oikein piirretty ja nimetty voima. Huom! Vaikka tässä on piirretty ja nimetty lepokitkavoiman molemmat komponentit, ne ovat yhdessä yksi voima.

$\vec{G}$ on pyörän ja kuljettajan yhteinen gravitaatiovoima

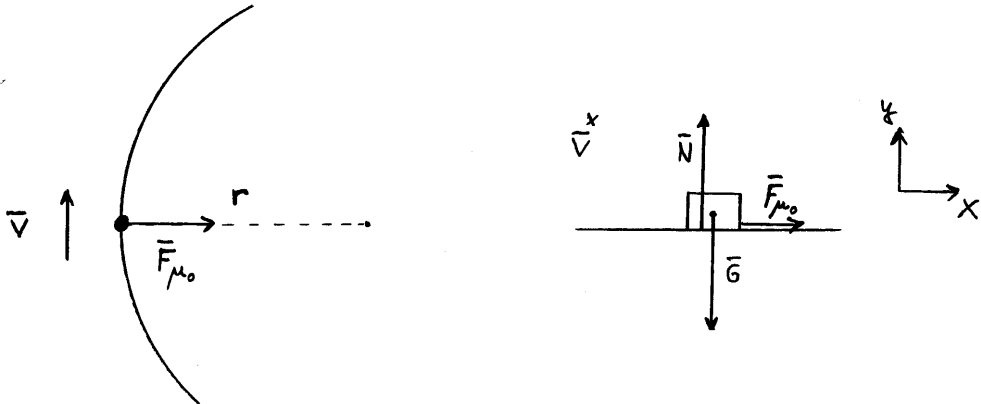
$\vec{N}$ on alustan pyörään kohdistama tukivoima ($N = G$)

$\vec{F}_v$ on pyörään ja kuljettajaan kohdistuva kokonaisvastusvoima (ilmanvastus + vierinvastus)

$\vec{F}_{\mu n}$ on renkaan ja alustan välisen kitkavoiman nopeutta vastaan kohtisuora komponentti

$\vec{F}_{\mu t}$ on renkaan ja alustan välisen kitkavoiman nopeuden suuntainen komponentti

b)



$$v = \frac{15}{3,6} \text{ m/s}, \quad \mu_0 = 0,20$$

Newtonin II lain nojalla y -suunnassa:

$$\begin{aligned} \sum \vec{F}_y &= m\vec{a} \\ N - G &= 0 \\ N &= mg \end{aligned} \tag{1}$$

Newtonin II lain nojalla x -suunnassa:

$$\sum \bar{F}_x = m\bar{a}$$

$$F_{\mu_0} = ma_n$$

$$\mu_0 N = m \frac{v^2}{r} \quad \parallel \text{ sij. (1)}$$

$$\mu_0 mg = m \frac{v^2}{r}$$

$$r = \frac{v^2}{\mu_0 g}$$

$$r = \frac{(15/3,6 \text{ m/s})^2}{0,20 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2}$$

$$r = 8,8486 \dots \text{ m}$$

$$r \approx 8,9 \text{ m}$$

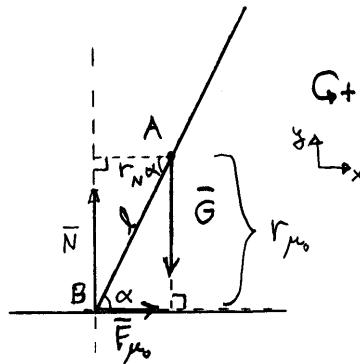
1p(3p)

Pyöritys ylöspäin, koska kysyttiin liukumatta pienintä mahdollista ympyrää.

Vastaus: Pienimmillään voidaan ajaa ympyrää, jonka säde on 8,9 m.

1p(4p)

c)

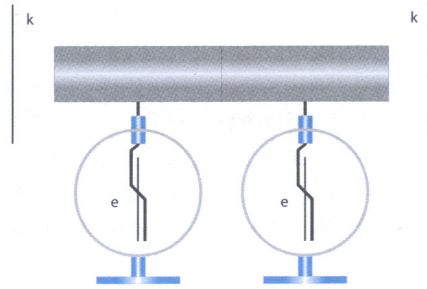


Kuvassa piste A on pyörän ja kuskin yhteinen massakeskipiste. Merkitään massakeskipisteen A ja alustan sekä renkaan kosketuskohdan B välistä

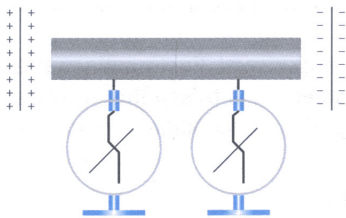
etäisyyttä ℓ :llä. Momenttien tasapainoehto pisteen A suhteen

$$\begin{aligned}\sum M_A &= 0 \\ F_{\mu_0} r_{\mu_0} - N \cdot r_N &= 0 && \text{1p(5p)} \\ \mu_0 N \ell \sin \alpha - N \ell \cos \alpha &= 0 \quad || : N \ell \cos \alpha && \text{2/3p} \\ \mu_0 \tan \alpha - 1 &= 0 && \text{(\frac{17}{3} p)} \\ \tan \alpha &= \frac{1}{\mu_0} \\ \tan \alpha &= \frac{1}{0,20} \\ \alpha &= 78,69 \dots^\circ (+ n \cdot 180^\circ) \\ \underline{\alpha \approx 79^\circ} &&& \text{\frac{1}{3}p} \\ &&& \text{(6p)}\end{aligned}$$

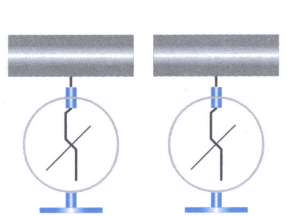
7. Kondensaattorin levyjen k väliin on sijoitettu kaksi metallisylinteriä, jotka on kytketty sähkövarauksen ilmaisimina toimiviin elektroskooppeihin e . Sylinterit on eristetty kondensaattorilevyistä ja maasta. Viereinen kuva esittää alkutilannetta, jossa sylinterit koskettavat toisiaan ja ne eivät ole varautuneet. Selitä, miksi sylinterien varaukset käyttäytyvät kohdissa a, b ja c esitetyillä tavoilla.



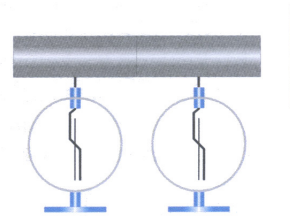
- a) Kondensaattori varataan, jolloin sylinterit varautuvat. (3 p.)



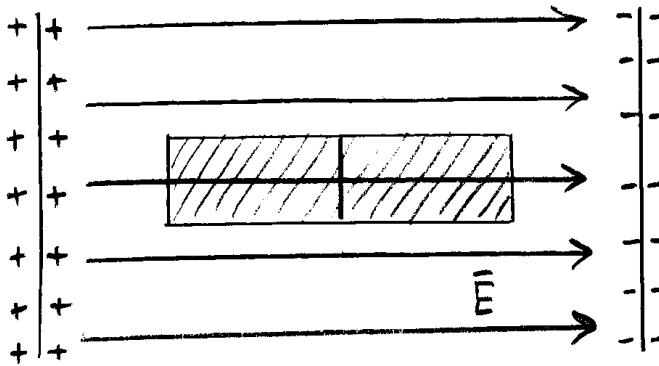
- b) Sylinterit erotetaan toisistaan ja kondensaattorin varaus puretaan. Sylinterit pysyvät varattuina. (2 p.)



- c) Sylinterit yhdistetään. Sylinterit eivät ole enää varautuneet. (1 p.)



Ratkaisu. a, b ja c) Alkutilanteessa sylinterit eivät ole varautuneet ja ne on eristetty kondensaattorilevyistä sekä maasta. Täten sylinterien yhteisvaraus on nolla ja sen täytyy pysyä samana. Kun kondensaattori varataan, kondensaattorilevyjen välille syntyy sähkökenttä positiivisesti varatusta navasta negatiivisesti varattua napaa kohti.

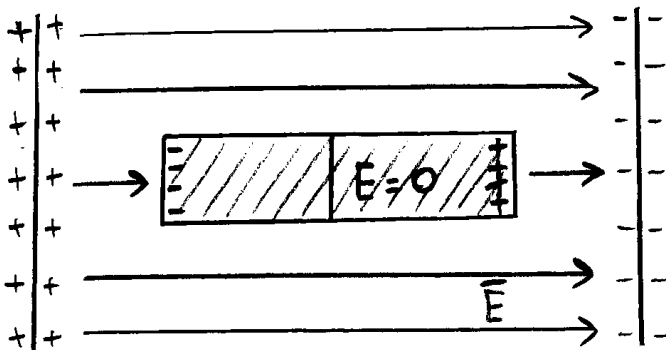


Sylinterit ovat metallisia, eli johteita, joten niissä on vapaita elektroneja, joihin kondensaattorilevyjen välinen sähkökenttä kohdistaa voiman. Näin ollen kuvassa sylinterien vasempaan pätyyn pakkautuu negatiivista varausta ja oikeaan pätyyn pakkautuu positiivista varausta. Muodostuva varausjakauma aiheuttaa sylinterien sisään ulkoisen sähkökentän kanssa vastakkaisuuntaisen kentän, ja varaukset asettuvat tasapainojakaumaan, jolloin sylinterien sisällä olevan sähkökentän voimakkuus on nolla. Näin ollen vasemman puoleiseen sylinteriin on syntynyt negatiivinen nettovaraus ja oikeanpuoleiseen sylinteriin vastaavan suuruinen positiivinen nettovaraus.

1p

1p(2p)

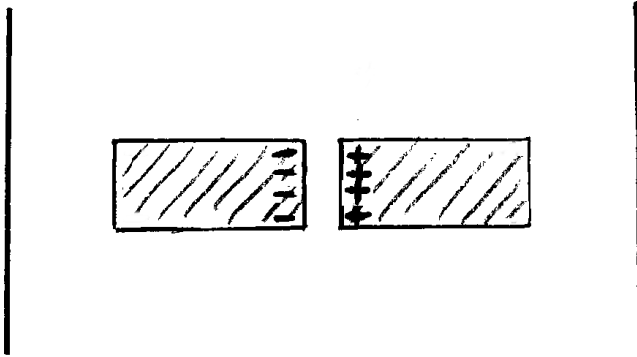
1p(3p)



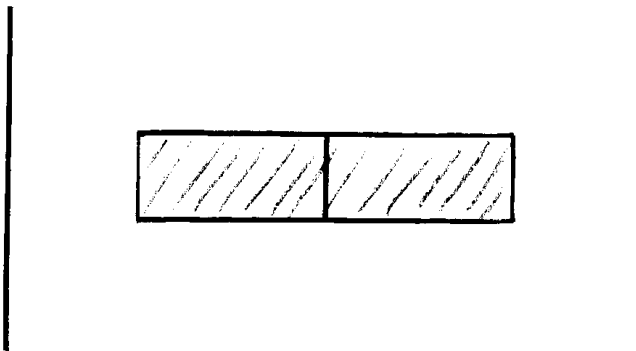
Kun sylinterit erotetaan toisistaan, niiden välillä ei pääse enää siirtymään varausta. Nyt vaikka kondensaattorin varaus puretaan, jolloin kondensaattorilevyjen välinen sähkökenttä katoaa, vasen ja oikea sylinteri säilyttävät aiemmin saamansa nettovaraukset.

1p(4p)

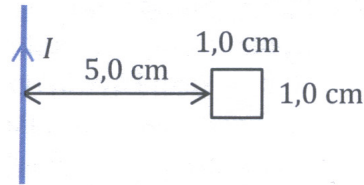
1p(5p)



Kun sylinterit nyt yhdistetään, niiden välillä pääsee siirtymään varausta. Koska kondensaattori ei ole varattu, sen levyjen välillä ei ole sähkökenttää, joka kohdistaisi sylindereissä oleviin varauksiin voiman. Näin ollen vasemman sylinterin negatiiviset varaukset ja oikean sylinterin positiiviset varaukset vetävät toisiaan puoleensa ja varaus sylinterien välillä tasoittuu. Täten sylinterit eivät ole enää varautuneet, koska kuten alussa todettiin, sylinterien yhteisvaraus on nolla.



8. Piirilevyllä on neliön muotoinen johdinsilmukka, jonka sivun pituus on 1,0 cm. Lähellä olevassa suorassa johtimessa kulkee 2,0 A:n sähkövirta. Johdin on silmukan tasossa, ja johtimen etäisyys silmukan reunasta on 5,0 cm kuvan mukaisesti.



- a) Arvioi silmukkaan indusoituvan jännitteen arvo, kun virta pienenee nol-
laan 1 μ s:n aikana. Käytä silmukan keskikohdan etäisyyttä johtimesta. (4 p.)
b) Miten jännitteen indusoitumista johdinsilmukkaan voitaisiin pienentää
tällaisessa virranmuutoksessa? Esitä kaksi tapaa. (2 p.)

Ratkaisu.

- a) Silmukan lähin etäisyys johtimeen on 5,0 cm ja sivun pituus 1,0 cm, joten silmukan keskikohdan etäisyys d johtimesta on 5,5 cm. Merkitään silmu-
kan pinta-alaa A :lla.

$$\Delta I = 0 \text{ A} - 2,0 \text{ A} = -2,0 \text{ A}$$

$$\Delta t = 1 \mu\text{s} = 10^{-6} \text{ s}$$

$$A = 1 \text{ cm} \cdot 1 \text{ cm} = 1 \text{ cm}^2 = 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$d = 5,5 \text{ cm} = 0,055 \text{ m}.$$

Johtimessa kulkevan virran muodostaman magneettikentän magneetti-
vuon tiheys etäisyydellä d johtimesta on

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi d}, \quad \text{1p}$$

joten

$$\Delta B = \frac{\mu_0}{2\pi d} \cdot \Delta I \quad (1) \quad \text{0.5p (1.5p)}$$

Magneettikenttä on kohtisuorassa silmukan tasoa vastaan, joten silmuk-

kaan indusoituu jännite

$$\begin{aligned}
 e &= -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \\
 &= -\frac{\Delta(BA)}{\Delta t} \quad \text{0.5p (2p)} \\
 &= -A \frac{\Delta B}{\Delta t} \quad \parallel \text{Sij. (1)} \\
 &= -A \cdot \frac{\mu_0}{2\pi d} \cdot \frac{\Delta I}{\Delta t} \quad \text{1p(3p)} \\
 &= -10^{-4} \text{ m}^2 \cdot \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}}{2\pi \cdot 0,055 \text{ m}} \cdot \frac{-2,0 \text{ A}}{10^{-6} \text{ s}} \\
 &= 7,2727 \dots \cdot 10^{-4} \text{ V} \\
 &\approx 0,73 \text{ mV}.
 \end{aligned}$$

Vastaus: Silmukkaan indusoituu likimain 0,73 mV:n jännite. 1p(4p)

b) Indusoituva jännite on

$$e = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}.$$

Tapoja pienentää johdinsilmukkaan indusoituvaa jännitettä: **Huomautus lukijalle: koevastauksessa vaadittiin 2 kpl.**

1. Siirretään silmukka kauemmaksi.

Perustelu: Suoran virtajohtimen magneettivuon tiheys on

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r},$$

missä r on siitä mitattu etäisyys. Jos r kasvaa, magneettivuon tiheys pienenee, jolloin magneettivuon $\Phi = BA$ muutos samassa ajassa on pienempi, ja näin indusoituu siis pienempi jännite.

2. Käännetään silmukka siten, että se ei ole kohtisuorassa magneettikenttää vastaan.

Perustelu: Silmukan läpäisevä magneettivuo on

$$\Phi = BA_{\perp},$$

missä B on magneettivuon tiheys ja $A_{\perp}$ on magneettikenttää vastaan kohtisuora pinta-ala. Kääntämällä silmukkaa voidaan pienentää tätä kohtisuoraa pinta-alaa, jolloin magneettivuon muutos samassa ajassa on pienempi, ja näin indusoituu siis pienempi jännite.

3. Täytetään silmukka diamagneettisella aineella.

Perustelu: Diamagneettinen aine heikentää ulkoista magneettikenttää, joten tällöin silmukan läpäisevä magneettivuon tiheys on pienempi, jolloin magneettivuo $\Phi = BA$ muuttuu vähemmän samassa ajassa, eli indusoituva jännite on pienempi.

2p(6p)

Pisteytys: 1p / oikea (lyhyesti) perusteltu tapa pienentää indusoitunutta jännitettä.

9. Hiukkaskiihdyttimellä tuotetaan radioaktiivista fluorin ^{18}F -isotooppia, jonka puoliintumisaika on 109,77 minuuttia. Sitä käytetään merkkiaineena lääketieteellisessä PET-kuvauksessa (positroniemissiotomografia). Radioaktiivinen fluori yhdistetään glukoosiliuokseen, ja näyte injektoidaan kuvattavan potilaan verenkiertoon, josta aine kulkeutuu aineenvaihdunnaltaan nopeisiin kudoksiin, kuten aivoihin ja syöpäkasvaimiin.
- ^{18}F -isotooppi hajoaa β^+ -hajoamisella. Kirjoita vastaava reaktioyhtälö. (1 p.)
 - Näyte injektoidaan potilaaseen 45 minuutin kuluttua sen valmistamisesta. Injektoitaessa näytteen aktiivisuus on 250 MBq. Kuinka suuri oli näytteen aktiivisuus heti sen valmistamisen jälkeen? (2 p.)
 - Miksi näyte täytyy antaa potilaalle mahdollisimman nopeasti valmistamisen jälkeen? Miksi tunnin suuruusluokkaa oleva puoliintumisaika on sovellova PET-kuvauksessa käytettävälle merkkiaineelle? Mitä säteilyä PET-kuvauksessa havaitaan? (3 p.)

Ratkaisu.

- a) Kyseisen β^+ -hajoamisen reaktioyhtälö on



- b)

$$\begin{aligned} t &= 45 \text{ min} \\ T_{1/2} &= 109,77 \text{ min} \\ A &= 250 \cdot 10^6 \text{ Bq} \end{aligned}$$

Hajoamislain mukaan on

$$\begin{aligned} A &= A_0 e^{-\lambda t} \quad || \cdot e^{\lambda t} \\ A_0 &= A e^{\lambda t} \quad || \text{ sij. } \lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} \\ A_0 &= A e^{\frac{\ln 2 \cdot t}{T_{1/2}}} \\ A_0 &= 250 \cdot 10^6 \text{ Bq} \cdot e^{\frac{\ln 2 \cdot 45 \text{ min}}{109,77 \text{ min}}} \\ A_0 &= 332,159 \dots \cdot 10^6 \text{ Bq} \\ &\approx 330 \text{ MBq} \end{aligned}$$

$\boxed{2\text{p}(3\text{p})}$

Vastaus: Näytteen aktiivisuus oli 330 MBq.

c) Näyte on annettava mahdollisimman nopeasti valmistamisen jälkeen, jotta siinä olisi jäljellä tutkimukseen tarvittava määrä radioaktiivista fluoria. Radioaktiivinen fluori hajoaa nopeasti johtuen lyhyestä puoliintumisajasta. _____

1p(4p)

Tunnin suuruusluokkaa oleva puoliintumisaika on sopiva näytteelle, sillä niin lyhyen puoliintumisajan omaava näyte poistuu kehosta lähes kokonaan suhteellisen nopeasti, eikä aiheuta tämän vuoksi tarpeettoman pitkää säteilyaltistusta. _____

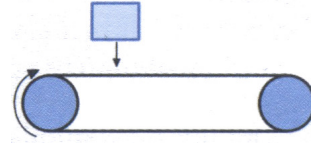
1p(5p)

PET-kuvauksessa käytettävä merkkiaine ^{18}F on β^+ -aktiivista, joten se emittoi positroneja. Emittoituvat positronit osuvat kudoksen atomien elektroneihin ja tällöin positroni ja elektroni annihiloituvat. Yleensä annihilaatiossa syntyy kaksi fotonia. Tällöin fotonien energiat ovat hieman suurempia kuin elektronin lepomassaa vastaava energia. Tämä on noin 511 keV, joten syntyvä säteily on gammasäteilyä. _____

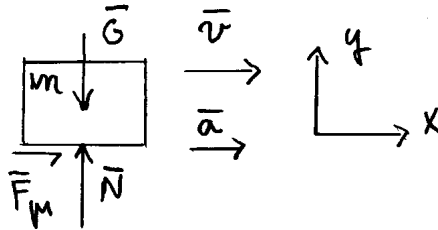
1p(6p)

10. Pakkauskone pudottaa laatikon liukuhihnalle, joka liikkuu vaakasuunnassa vakionopeudella $1,5 \text{ m/s}$. Laatikon massa on 15 kg . Aluksi laatikko liukuu hihnalla. Hihnan ja laatikon välinen liikekitkakerroin on $0,45$.

- Kuinka pitkän ajan kuluttua hihnalle putoamisesta laatikko lakkaa liukumasta?
- Kuinka pitkän matkan laatikko liukuu hihnalla? Kuinka pitkän matkan laatikko tällöin etenee maan suhteen?
- Tarkastellaan kitkavoiman laatikkoon tekemän työn tehoa ajan funktiona, kun laatikko liukuu hihnalla. Piirrä tehon kuvaaja sekä hihnalla olevan havaitsijan että hihnan vieressä seisovan havaitsijan kannalta.



Ratkaisu.



xy -koordinaatisto on sidottu maan pintaan.

$\vec{G}$ on laatikkoon kohdistuva painovoima.

$\vec{N}$ on hihnan laatikkoon kohdistama tukivoima.

$\vec{F}_\mu$ on hihnan laatikkoon kohdistama kitkavoima.

$\vec{v}$ ja $\vec{a}$ ovat laatikon nopeus ja kiihtyvyys mielivaltaisella hetkellä, kun laatikko on vielä kiihtyvässä liikkeessä.

$m = 15 \text{ kg}$

$\mu = 0,45$

t_L on liukumiseen kuluva aika.

$\vec{v}_{HM}$ on liukuhihnan nopeus maan suhteen $1,5 \text{ m/s}$.

- Oletetaan, että laatikon pystysuuntainen liike loppuu hyvin nopeasti tiputuksen jälkeen ja tarkastelun alussa laatikko on paikallaan maan suhteen. Tiputuksen jälkeen laatikko koskettaa hihnaa ja siihen kohdistuu yllä olevan vapaakappalekuvion mukaiset voimat. Kitkavoima $\vec{F}_\mu$ saa laatikon

kiihtyvään liikkeeseen. Laatikko on kiihtyvässä liikkeessä niin kauan, kunnes se saavuttaa saman nopeuden kuin hihna, jolloin liukumista ei enää tapahdu.

NII y -suunnassa:

$$\overline{N} + \overline{G} = \overline{0}$$

$$N - G = 0$$

$$N = mg.$$

Kitkavoima

$$F_\mu = \mu N = \mu mg. \quad (1)$$

NII x -suunnassa:

$$\overline{F}_\mu = m\overline{a}$$

$$\mu mg = ma \quad || : m$$

$$a = \mu g. \quad (2) \quad 1p$$

Tasaisesti kiihtyvässä liikkeessä

$$v = at_L.$$

Laatikko lakkaa liukumasta, kun $v = v_{HM}$, josta

$$v_{HM} = at_L \quad || \text{ sij. (2)}$$

$$v_{HM} = \mu gt_L \quad || : (\mu g)$$

$$t_L = \frac{v_{HM}}{\mu g}$$

$$t_L = \frac{1,5 \text{ m/s}}{0,45 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2}$$

$$t_L = 0,3397 \dots \text{ s}$$

$$\approx 0,34 \text{ s}$$

Vastaus: Laatikko lakkaa liukumasta 0,34 s kuluttua putoamisesta.

1p(2p)

b) Laatikon alkunopeus on nolla, joten se liikkuu maan suhteen matkan

$$s_{LM} = \frac{1}{2}at_L^2$$

$$= \frac{1}{2}\mu gt_L^2$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 0,45 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot (0,3397 \dots \text{ s})^2$$

$$= 0,2548 \dots \text{ m}$$

$$\approx 0,25 \text{ m.} \quad 1p(3p)$$

Hihna liikkuu samassa ajassa maan suhteen matkan

$$\begin{aligned}
 s_{HM} - s_{LM} &= v_{HM}t_L - s_{LM} \\
 &= 1,5 \text{ m/s} \cdot 0,3397 \dots \text{ s} - 0,2548 \dots \text{ m} \\
 &= 0,2548 \dots \text{ m} \\
 &\approx 0,25 \text{ m.}
 \end{aligned}$$

1p(4p)

Vastaus: Laatikko liukuu hihnalla matkan 0,25 m ja laatikko etenee maan pinnan suhteen matkan 0,25 m.

- c) Voiman tekemän työn teho on $P = Fv$. Kun voima on nopeuden suuntaainen, teho on positiivinen ja muuten negatiivinen.

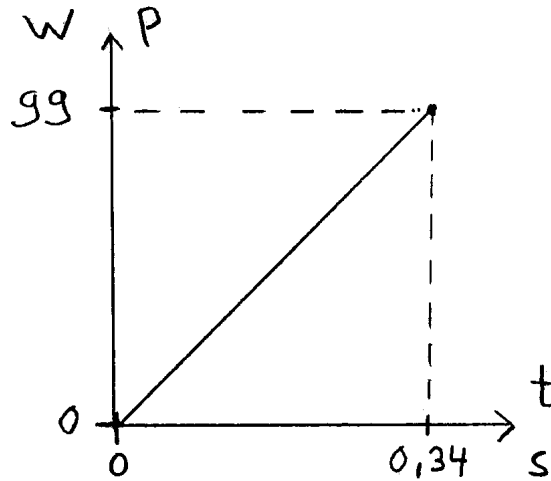
Tarkastellaan ensin kitkavoiman tekemän työn tehoa hihnan vieressä (maassa) seisovan havaitsijan kannalta. Merkitään kyseistä tehoa P_M :llä. a-kohdan mukaan laatikko lähtee maan suhteen levosta ja tämän jälkeen sekä nopeus että voima ovat koko kiihdytyksen ajan samaan suuntaan. Näin ollen teho P_M on positiivinen. Merkitään laatikon nopeutta maan suhteen v_{LM} :llä. Laatikko on tasaisesti kiihtyvässä liikkeessä, joten v_{LM} :n kuvaaja on suora. Koska kitkavoima F_μ on vakio, myös tehon

$$P_M = F_\mu v_{LM}$$

kuvaaja on suora. Lasketaan kuvaajan piirtämiseksi kaksi pistettä, eli teho liu'un alussa ja lopussa:

$$\begin{aligned}
 P_M(0 \text{ s}) &= F_\mu v_{LM}(0 \text{ s}) \quad \parallel \text{ sij. } v_{LM}(0 \text{ s}) = 0 \\
 &= F_\mu \cdot 0 \text{ m/s} \\
 &= 0 \text{ W} \\
 P_M(t_L) &= F_\mu v_{LM}(t_L) \quad \parallel \text{ sij. } v_{LM}(t_L) = v_{HM} \text{ ja (1)} \\
 &= \mu mg v_{HM} \\
 &= 0,45 \cdot 15 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 1,5 \text{ m/s} \\
 &= 99,326 \dots \text{ W} \\
 &\approx 99 \text{ W}
 \end{aligned}$$

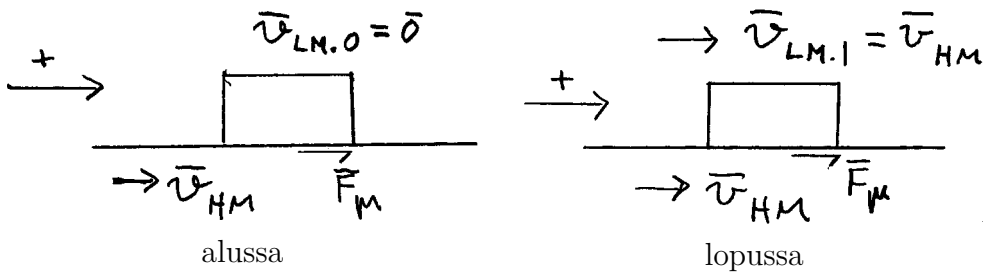
Saadaan kuvaaja:



Teho hihnan vieressä olevan havaitsijan kannalta.

1p(5p)

Tarkastellaan seuraavaksi tehoa hihnalla seisovan havaitsijan kannalta. Merkitään tehoa P_H :lla. Koska hihna on tasaisessa liikkeessä, on laatikon kiihtyvyys hihnan suhteen sama kuin maan suhteen. Laatikon liike hihnan suhteen on siis tasaisesti kiihtyvää liikettä. Selvitetään laatikon nopeus hihnan suhteen liu'un alussa ($v_{LH,0}$) ja lopussa ($v_{LH,1}$).



Yllä olevassa kuvassa on esitetty laatikon nopeus maan suhteen liu'un alussa ($v_{LM,0}$) ja lopussa ($v_{LM,1}$). Hihnan nopeus maan suhteen on koko liu'un ajan vakio v_{HM} . Suhteellisen liikkeen kaavasta saadaan yleisesti

$$v_{LM} = v_{HM} + v_{LH},$$

josta

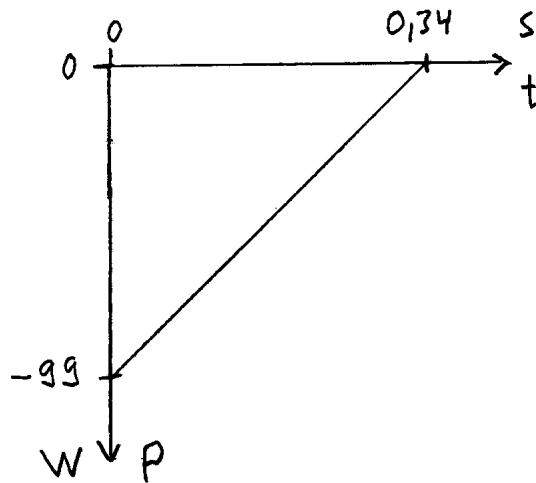
$$v_{LH} = v_{LM} - v_{HM}.$$

Viimeistä kaavaa soveltamalla saadaan

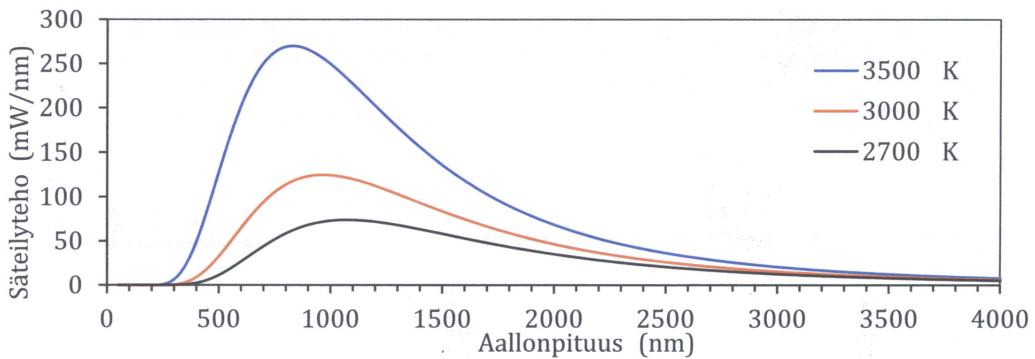
$$\begin{aligned} v_{LH.0} &= v_{LM.0} - v_{HM} \quad \parallel \text{ sij. } v_{LM.0} = 0 \text{ m/s} \\ &= 0 \text{ m/s} - v_{HM} \\ &= -v_{HM}. \end{aligned} \quad (3)$$

Liu'un lopussa hihna ja laatikko liikkuvat maan suhteen samalla nopeudella, joten laatikko on hihnan suhteen paikallaan ja $v_{LH.1} = 0 \text{ m/s}$. Liu'un ajan laatikon nopeus hihnaan nähden on siis negatiiviseen suuntaan eli vasemmalle, kun taas voima F_μ on koko liu'un ajan oikealle. Teho P_H on siis negatiivinen.

$$\begin{aligned} P_H(0 \text{ s}) &= F_\mu v_{LH.0} \quad \parallel \text{ sij. (1) ja (2)} \\ &= \mu mg \cdot (-v_{HM}) \\ &= -0,45 \cdot 15 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 1,5 \text{ m/s} \\ &= -99,326 \dots \text{ W} \\ &\approx -99 \text{ W} \\ P_H(t_L) &= F_\mu v_{LH.1} \quad \parallel \text{ sij. } v_{LH.1} = 0 \text{ m/s} \\ &= F_\mu \cdot 0 \text{ m/s} \\ &= 0 \text{ W} \end{aligned}$$

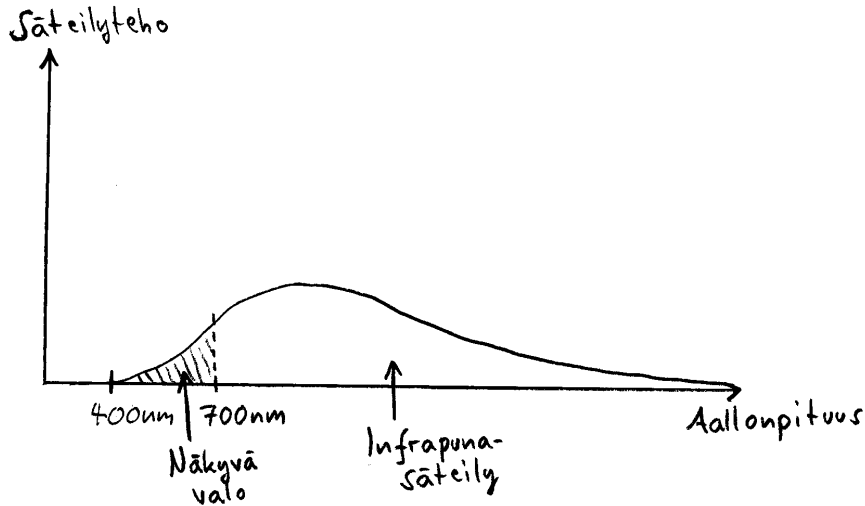


11. a) Kuvassa on esitetty mustan kappaleen säteilytehon jakauma aallonpituuden funktiona eri lämpötiloissa. Hehkulampun, jonka sähköteho on 60 W ja valovirta 700 lm, säteilytehon jakauma voidaan mallintaa 2700 K:n lämpötilassa olevan mustan kappaleen säteilyinä. Selitä, miksi hehkulampun valotehokkuus (lm/W) on pieni.
- b) Selitä oheisen kuvaajan avulla, miten mustan kappaleen säteilytehon jakauma muuttuu, kun mustan kappaleen lämpötila kasvaa. Millaisia eroja havaitaan lampun lähettämässä valossa, kun lämpötilaa kasvatetaan?



Ratkaisu.

- a) Valotehokkuus on valonlähteen (tässä hehkulampun) tuottama valovirta jaettuna sen sähköteholla. Se siis kuvaa sitä, kuinka paljon näkyvää valoa hehkulamppu tuottaa suhteessa siihen, kuinka suuri sen tehonkulutus on. Näkyvän valon aallonpituudet ovat välillä 400 nm - 700 nm ja tätä suuremmat tehtävänannon kuvaajassa esiintyvät aallonpituudet ovat infrapunasäteilyä, eli lämpösäteilyä. Merkitään tehtävänannon kuvaajaan 2700 K:n mustan kappaleen säteilylle, mikä osa säteilystä on näkyvän valon alueella ja mikä infrapunasäteilyä.



Huomataan, että vain hyvin pieni osa hehkulampun tuottamasta säteilystä on näkyvää valoa, _____

2p

ja toisaalta osa tehonkulutuksesta menee lampun lämmittämiseen johtumalla _____

1p(3p)

, joten valovirta on pieni verrattuna hehkulampun tehonkulutukseen ja näin ollen hehkulampun valotehokkuus on pieni.

- b) **Erot säteilytehon kuvaajien välillä:** Kuvaajista nähdään, että 3000 K:n lämpötilassa säteilyteho on keskimäärin suurempi kuin 2700 K:n lämpötilassa, ja 3500 K:n lämpötilassa se on lähes kaksinkertainen verrattuna 3000 K:n lämpötilaan. Säteilyteho siis kasvaa merkittävästi lämpötilan kasvaessa. _____

2/3p
($\frac{11}{3}$ p)

Tarkastellaan seuraavaksi säteilytehon jakaumien huippuja. Kuvaajista nähdään, että 2700 K:n lämpötilassa suurin säteilyteho on noin aallonpituudella 1080 nm, 3000 K:n lämpötilassa aallonpituudella 960 nm ja 3500 K:n lämpötilassa aallonpituudella 830 nm. Kuvaajan huippu, eli aallonpituus, jota vastaava säteilyteho on suurin, siirtyy siis kohti pienempiä aallonpituuksia lämpötilan kasvaessa. _____

2/3p
($\frac{13}{3}$ p)

Erot lampun lähettämässä valossa: Hehkulamppu lähettää enemmän näkyvää valoa (ja jopa hieman UV-säteilyä) suhteessa infrapunasäteilyyn, kun lampun värilämpötila kasvaa kohti lämpötilaa 3500 K. _____

2/3p
(5p)

Lämpötilassa 2700 K valtaosa valosta on aallonpituusalueella 550 nm - 700 nm, mikä sisältää keltaista, oranssia ja punaista valoa. Lämpötilassa

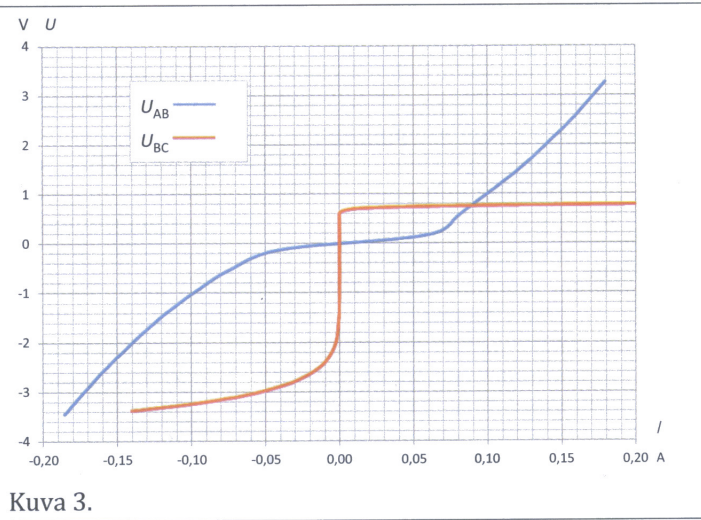
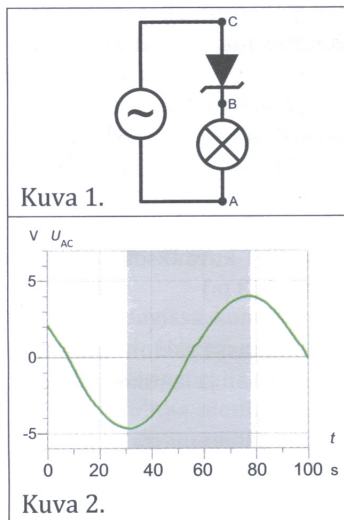
3000 K valossa on jo keltaisen, oranssin ja punaisen lisäksi jonkin verran vihreää ja lämpötilassa 3500 K valossa on merkittävästi vihreää.

Koska silmän suhteellinen väriherkkyys on suurimmillaan vihreän valon kohdalla ja pienenee merkittävästi kohti punaista, lämpötilassa 2700 K nähdään siis punertavan keltaista valoa, lämpötilassa 3000 K kellertävän valkoista valoa ja lämpötilassa 3500 K kirkkaan valkoista valoa. _____

1p(6p)

+12. Vaihtojännitelähde, zenerdiodi ja hehkulamppu on kytketty virtapiiriksi kuvan 1 esittämän kytkentäkaavion mukaisesti. Kuvassa 2 on esitetty jännitelähteen napajännite U_{AC} ajan funktiona. Piirin käyttäytymistä tarkastellaan kuvassa 2 harmaaksi merkityllä aikavälillä. Kuvassa 3 esitetään hehkulampun jännite U_{AB} ja zenerdiodin jännite U_{BC} piirin sähkövirran funktiona tarkasteltavalla aikavälillä.

- Noudattavatko hehkulamppu ja zenerdiodi Ohmin lakia mittausalueella? Miten tämä ilmenee kuvasta 3? (2 p.)
- Miten hehkulampun käyttäytyminen selittyy lampun rakenteella ja toiminnalla? (3 p.)
- Kuinka suuri on virtapiirissä kulkevan sähkövirran voimakkuus, kun U_{AC} on 3,5 V? (2 p.)
- Heikoin sähkövirran voimakkuus, jolla lamppu valaisee havaittavasti, on 0,075 A. Millä virtalähteen napajännitteen arvoilla lamppu ei valaise? (2 p.)



Ratkaisu.

- Ohmin lain mukaan jännitteen ja sähkövirran suhteen pitäisi olla vakio ja tämän suhteen arvo on komponentin resistanssi R . Jos tällöin piirretään jännite sähkövirran funktiona, pitäisi kuvaajasta tulla suora, _____

1p

$$U(I) = RI.$$

Kuvan 3 perusteella ei kuitenkaan ole näin, koska sekä lampun että zenerdiodin virta-jännite -kuvaajat eivät kyseisellä mitta-alueella ole suoria. Näin ollen hehkulamppu ja zenerdiodi eivät noudata Ohmin lakia mitta-alueella.

1p(2p)

- b) Hehkulampun hehkulanka on pitkä ja hyvin ohut metallista (usein volframi) valmistettu johdin. Tällöin sen resistanssi

$$R = \rho \frac{\ell}{A},$$

on merkittävä. Virran kulkiessa johtimessa elektronit törmäilevät langan rakenneosiin ja lämpöliike lisääntyy. Lämpöliikkeen lisääntyessä törmäyksiä tapahtuu entistä enemmän, eli langan resistanssi kasvaa sähkövirran kasvun ja siitä aiheutuvan lämpötilan nousun seurauksena.

1p(3p)

Kuvan 3 sininen käyrä esittää hehkulampun jännitettä sen läpi kulkevan virran funktiona. Koska hyvin pienillä virroilla lamppu ei valaise, eli hehkulanka on kylmä, on resistanssikin pienempi ja suhteellisen vakio. Näin on lampun $U = U(I)$ kuvaajassa lähellä kohtaa $I = 0$, eli likimain virran arvojen $-0,05 \text{ A}$ ja $0,05 \text{ A}$ välillä.

1p(4p)

Suuremmilla virroilla jännitteen suuruus kasvaa voimakkaammin, koska myös resistanssi kasvaa virran kasvaessa. Siksi jännitehäviön $U = RI$ kuvaaja kaartuu vasemmalle mentäessä alaspäin ja oikealle mentäessä ylöspäin.

1p(5p)

- c) Zenerdiodi ja lamppu on kytketty sarjaan, joten

1/3p
(16/3 p)

$$U_{AC} = U_{AB} + U_{BC}. \quad (1)$$

1/3p
(17/3 p)

Katsotaan siis kuvan 3 kuvaajista, millä virran I arvolla zenerdiodin jännitteen U_{BC} ja hehkulampun jännitteen U_{AB} summa on $+3,5 \text{ V}$.

1/3p
(6p)

Kuvaajasta nähdään, että kun virta $I = 0,163 \text{ A}$,

$$U_{AB} = 2,7 \text{ V ja}$$

1/3p
(19/3 p)

$$U_{BC} = 0,8 \text{ V,}$$

1/3p
(20/3 p)

eli $U_{AC} = 2,7 \text{ V} + 0,8 \text{ V} = 3,5 \text{ V}$.

Vastaus: Sähkövirta on $0,163 \text{ A}$.

1/3p
(7p)

- d) Lamppu ei valaise (havaittavasti) virran ollessa välillä $-0,075 \text{ A} < I < 0,075 \text{ A}$. _____

2/3p
($\frac{23}{3}$ p)

Lisäksi zenerdiodin ja lampun $U = U(I)$ kuvaajat ovat kasvavan funktion kuvaajia. Siten lamppu ei valaise, kun virtalähteen napajännite U_{AC} on välillä

$$U_{AC}(-0,075 \text{ A}) < U_{AC} < U_{AC}(0,075 \text{ A}) \quad \parallel \text{ sij. (1)}$$

$$U_{AB}(-0,075 \text{ A}) + U_{BC}(-0,075 \text{ A}) < U_{AC} < U_{AB}(0,075 \text{ A}) + U_{BC}(0,075 \text{ A})$$

Luetaan arvot kuvaajasta (kuva 3), jolloin saadaan

$$\begin{aligned} -0,55 \text{ V} + (-3,15 \text{ V}) &< U_{AC} < 0,4 \text{ V} + 0,75 \text{ V} \\ -3,7 \text{ V} &< U_{AC} < 1,15 \text{ V} \end{aligned}$$

Vastaus: Lamppu ei valaise, kun virtalähteen napajännite U_{AC} on välillä $-3,7 \text{ V} \dots 1,15 \text{ V}$.

4/3p
(9p)

Pisteytys: Rajoilla luetuista lampun ja diodin jännitteiden arvoista saa 1/3p kustakin ja oikein lasketuista jännitelähteen jännitteen rajoista, eli lopullisesta vastauksesta saa 2/3p.

- +13. Monet maapallolla käytetyt energialähteet ovat peräisin joko suoraan tai välillisesti Auringosta. Mainitse neljä tällaista energialähdettä. Kuvaile, miten nämä energialähteet syntyvät tai ovat syntyneet ja miten niitä hyödynnetään energiantuotannossa. Selvitä vastauksessasi, mitä fysikaalisia ilmiöitä niiden syntyy ja hyödyntämiseen liittyy. Käsittele monipuolisesti erilaisia energialähteitä.

Ratkaisu. Huomautus lukijalle: Vastauksessa täytyy olla selitettynä 4 energialähdettä. Alla on esitetty 7 vaihtoehtoa, joista 4 siis riittää täysiin pisteisiin. Jos esim. sähkön tuottaminen generaattorissa on selitetty yhden energialähteen kohdalla, niin sitä ei tarvitse toistaa samalla tarkkuudella seuraavan energialähteen selityksessä.

Vesivoima: Auringosta tuleva lämpösäteily lämmittää merien ja sisävesistöjen vettä sekä vettä sisältäviä kasvien osia. Korkea lämpötila kiihdyttää veden höyrystymistä. Kaasumaisessa olomuodossa oleva vesi nousee ilmavirtojen mukana korkealle meren pinnan yläpuolelle. Mainitut ilmavirrat aiheutuvat myös auringon lämpösäteilyn vaikutuksesta, kuten kohdassa ”Tuulivoima” on selitetty. Korkealla ilmakehässä oleva vesihöyry tiivistyy vedeksi, kun höyryn paine ylittää kylläisen höyryn paineen. Näin tapahtuu, kun ilman lämpötila laskee tai paine kasvaa esim. sen vuoksi, että virtaava ilma kohtaa vuoren seinämän. Näin aiheutuu sadetta. Maahan tippuva vesi kertyy puroiksi ja joiksi, jotka laskevat maan pinnan kallistuksen suuntaan järviin ja usein lopulta mereen. Veden laskeutuessa maan pintaa pitkin alaspäin sen potentiaalienergia pienenee. Potentiaalienergian muutos voidaan muuttaa turbiinissa mekaaniseksi energiaksi ja edelleen generaattorissa sähköenergiaksi sähkömagneettisen induktion avulla. Teknisesti vesivoimala toteutetaan yleensä siten, että jokeen rakennetaan pato, jonka avulla synnytetään suuri vesiallas. Vesialtaan pohjalta päästetään vettä pois hallitusti poistokanavien kautta turbiinien läpi.

Tuulivoima: Auringosta tuleva lämpösäteily lämmittää Maan pintaa epätasaisesti, koska erilaiset pinnat, kuten lumi, hiekka, merivesi, asfaltti jne. absorboivat lämpösäteilyä ja johtavat ja kuljettavat lämpöä eri tavalla. Maan pinnasta lämpö johtuu ilmaan ja lisäksi lämpösäteily lämmittää suoraan ilmaa tai siinä leijuvia partikkeleita. Lopputuloksena on se, että auringon lämpösäteilyn vaikutuksesta ilma lämpenee epätasaisesti, mikä aiheuttaa ilmaan paineeroja ja paine-erot taas aiheuttavat ilmavirtauksia, joita kutsutaan tuuleksi. Tuulivoiman hyödyntäminen perustuu tuuliturbiiniin, joka muuttaa virtaavan ilman liike-energiaa turbiinin pyörimisenergiaksi ja edelleen generaattorin avulla sähköenergiaksi.

Fossiiliset polttoaineet (kivihiili, maakaasu, öljy ja turve): Maapallolta löytyy erilaisia uusiutumattomia tai hitaasti uusiutuvia polttoaineita, joiden sisältämä energia on peräisin auringosta. Tällaisia ovat fossiiliset polttoaineet kivihiili, maakaasu, öljy ja turve.

Kivihiilen synty: Miljoonia vuosia sitten osa metsistä on hautautunut esimerkiksi tulvien vaikutuksesta maan alle. Maan alle jäätyään kasviperäinen aines on lakannut hapettumasta ja biologinen hajoaminen on myös pysähtynyt. Suuren paineen alla ja korkeassa lämpötilassa aines on muuttunut ajan myötä yhä hiilipitoisemmaksi ja lopulta erittäin hiilipitoiseksi kivihiileksi.

Maakaasun ja öljyn synty: Öljy ja maakaasu ovat syntyneet meren pohjassa mereneliöiden jäänteistä, jotka ovat hautautuneet miljoonia vuosia sitten merenpohjaan, maakerrosten alle. Suuressa paineessa ja korkeassa lämpötilassa eliöistä peräisin oleva orgaaninen aines on muuttunut öljyksi ja maakaasuksi.

Turpeen synty: Turve syntyy, kun eloperäinen aines hajoaa epätäydellisesti happamissa ja hapettomissa olosuhteissa. Osa turpeesta voi olla miljoonia vuosia vanhaa, mutta merkittävä osa Maapallon turpeesta on peräisin vain tuhansien vuosien takaa.

Koska kaikki edellä mainitut polttoaineet ovat peräisin eloperäisestä aineksesta, on niiden energiasisältö alunperin peräisin auringon säteilyenergiasta. Polttoaineisiin varastoitunut energia saadaan hyödynnettyä polttamalla niitä. Polttaessa vapautuvan lämmön avulla tuotetaan vedestä kuumaa vesihöyryä, joka edelleen ohjataan pyörittämään turbiineita. Turbiinien mekaaninen energia muutetaan generaattoreiden avulla sähköenergiaksi.

Bioenergia: Bioenergiaa tuotetaan vastaavasti kuin fossiilisista polttoaineista ja turpeesta, mutta polttoaineena toimivat uusiutuvat eloperäiset energialähteet, kuten puuhake tai kasviöljy. Niiden sisältämä energia on peräisin kasvien yhteyttämisprosessista, jossa kasvi tuottaa kemiallista energiaa sisältäviä yhdisteitä auringon valosta saamansa energian avulla. Biopolttoaineet voidaan edelleen jalostaa esimerkiksi biokaasuksi, etanoliksi tai dieseliksi, jolloin niitä voidaan käyttää autojen energianlähteenä.

Aurinkoenergia: Aurinkoenergia on auringon säteilyn sisältämää energiaa, joka voidaan hyödyntää suoraan lämpöenergiana tai muuttaa sähköenergiaksi. Sähköenergiaa voidaan tuottaa esimerkiksi siten, että linssien tai peilien avulla suunnataan suuri määrä auringon lämpösäteilyä pienelle pinta-alalle. Näin saadaan lämpöenergiaa, joka voidaan muuttaa sähköenergiaksi, kuten on selitetty aiemmin polttoaineiden yhteydessä. Toinen, yleisempi vaihtoehto tuottaa sähköenergiaa on aurinkokennojen hyödyntäminen. Aurinkokennot

ovat puolijohteista valmistettuja laitteita. Aurinkokennon toiminta perustuu siihen, että auringon säteilyn fotonit irrottavat puolijohteen pinnalta elektroneja, mistä aiheutuu aurinkokennoon jännite ja edelleen ulkoiseen piiriin sähkövirta, joka voidaan käyttää hyödyksi energiantuotannossa.

Aurinkolämmityksellä tarkoitetaan sitä, että auringon lämpösäteilyn avulla lämmitetään käyttövettä tai huoneilmaa. Lämpö otetaan talteen aurinkokeräimellä, jossa auringon säteily absorboituu väliaineeseen ja nostaa tämän lämpötilaa. Aurinkokeräimistä lämpö voidaan siirtää välineesteellä edelleen käyttökohteeseen tai varata varaajaan myöhempää käyttöä varten.

Maalämpö (lämpöä maaperästä, vesistöistä ja ilmasta): Lämpöopin 0. pääsäännön mukaan lämpö virtaa spontaanisti lämpimämmästä kappaleesta kylmempään kappaleeseen. Lämpöpumpun avulla lämpöä voidaan kuitenkin siirtää kylmäsäiliöstä (esim. maaperä talon alla) lämpösäiliöön (esim. lämmin huoneilma). Lämpöpumppu tarvitsee kuitenkin energiaa toimiakseen. Merkitään tietystä ajassa lämpöpumpun käyttämää sähköenergiaa W :llä, kylmäsäiliöstä otettua lämpöä Q_2 :lla ja lämpösäiliöön siirrettyä lämpöä Q_1 :llä. Lämpöopin 1. pääsäännön mukaan

$$Q_1 = W + Q_2.$$

Lämpöpumppu lämmittää taloa tehokkaammin kuin suora sähkölämmitys, koska sitä käytettäessä vain kulutettu sähköenergia W saataisiin muutettua lämmöksi Q_1 , mutta lämpöpumpun avulla saadaan siis otettua lisäksi maasta lämpö Q_2 ja taloon siirtyvä lämpö

$$Q_1 = W + Q_2 > W.$$

Lämpöpumpun suorituskky $\epsilon = \frac{Q_1}{W}$ kuvaa sitä, kuinka moninkertainen lämmitysteho lämpöpumpulla on suoraan sähkölämmitykseen verrattuna. Lämpöpumppu kykenee siirtämään lämpöä alhaisessakin lämpötilassa olevasta kylmäsäiliöstä, mutta suorituskky on sitä parempi, mitä lähempänä kylmäsäiliön lämpötila on lämpösäiliön lämpötilaa. Sen vuoksi voidaan sanoa, että epäsuorasti myös osa maalämmöllä tuotetusta lämpöenergiasta on peräisin auringosta, koska ilman auringon lämpösäteilyä käytetty kylmäsäiliö (maaperä, vesi, ilma) olisi huomattavasti alemmassa lämpötilassa, kuin mitä se on.

Aaltovoima: Auringon lämpösäteily synnyttää ilmaan tuulia, kuten on selitetty kohdassa ”Tuulivoima”. Tuulet aiheuttavat veteen pinta-aaltoja. Suurilla merillä pinta-aallot kasvavat isoiksi ja kuljettavat suuren määrän energiaa.

Aaltovoimala on laitos, joka muuttaa pinta-aaltojen synnyttämää veden liike-energiaa sähköenergiaksi generaattorin avulla.

Merivirtavoima: Auringon lämpösäteily aiheuttaa meriveteen lämpötilaeroja, mikä aiheuttaa veteen virtauksia eli merivirtoja. Lisäksi merivirtoja aiheuttavat tuulet, jotka keskimäärin puhaltavat tiettyyn suuntaan. Myös tuulet ovat auringon aikaansaamia. Merivirran aiheuttama veden mekaaninen energia voidaan muuttaa turbiinin avulla sähköenergiaksi.

9p

Pisteytys: 2,25 p / hyvin selitetty oikea energiamuoto.