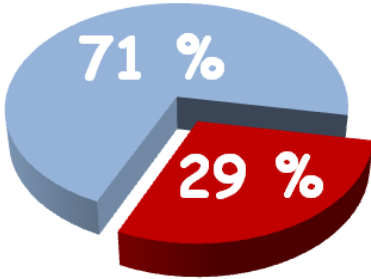


Tiesitkö tätä?

MAFY:n lääkiskurssi 2,6-kertaistaa mahdollisuutesi päästä sisään yhdellä yrityksellä. Poikkeuksellisen kovista tuloksista johtuen lääikset alkavatkin täytyä MAFY:n kurssilaisista.



29 % vuonna 2016 Helsingin suomenkieliseen yleislääkikseen päässeistä tuli MAFY:n kurssilta.

Lääkiskurssi

- 5-8 täysmittaista harjoituspääsykoetta oikeassa koelaisissa.
- Yksilöllinen opetus mahdollistaa etenemisen omassa tahdissa. Kaikissa ryhmissä on korkeintaan 16 oppilasta yhtä opettajaa kohden.
- Voit aloittaa valintasi mukaan 29.8., 31.10., 9.1., 20.2. tai 28.3. Oppitunnin ajankohdaksi voi yleensä valita aamun, iltapäivän tai illan.

DI-pääsykoekurssi

- Voit harjoitella matematiikkaa, fysiikkaa ja kemiaa pääsykoetta varten.
- 4 täysmittaista harjoituskoea kustakin aineesta ja pitkällä kurssilla lisäksi 2 yo-harjoituskoea kustakin aineesta.
- Pitkäkurssi 28.3.-26.5. ja kevätkurssi 20.2.-26.5.

Fysiikka, kevät 2017

Mallivastaukset, 15.3.2017

Mallivastausten laatimisesta ovat vastanneet filosofian maisteri Teemu Kekkonen ja diplomi-insinööri Antti Suominen. Antti ja Teemu ovat perustaneet MAFY-valmennuksen, jota ennen Teemu opetti 5 vuotta lukiossa ja Antti toimi tuntiopettajana TKK:lla. Nykyään Teemu vastaa MAFY:n Jyväskylän kursseista ja Antti vastaa Mafynetti-ohjelman kehityksestä. Muut mallivastaustiimin jäsenet ovat Sakke Suomalainen, Matti Virolainen, Viljami Suominen ja Joonas Suorsa. Nämä mallivastaukset ovat Antti Suominen Oy:n omaisuutta.

MAFY-valmennus on Helsingissä toimiva, valmennuskursseihin sekä matematiikan ja luonnontieteiden opetukseen erikoistunut yritys. Palveluitamme ovat

- lääketieteellisen valmennuskurssit
- DI-valmennuskurssit
- yo-kokeisiin valmentavat kurssit
- Mafynetti - sähköinen oppimateriaali.

Julkaisemme internet-sivuillamme kaiken palautteen, jonka asiakkaat antavat kursseistamme. Näin varmistamme, että palveluistamme kiinnostuneilla ihmisillä on mahdollisuus saada tarkka ja rehellinen kuva siitä, mitä meiltä voi odottaa.

Tämä asiakirja on tarkoitettu yksityishenkilöille opiskelukäyttöön. Kopion tästä asiakirjasta voi ladata MAFY-valmennuksen sivuilta www.mafyvalmennus.fi. Käyttö kaikissa kaupallisissa tarkoituksissa on kielletty. Lukion fysiikan opettajana voit käyttää tätä tehtäväpakettia oppimateriaalina lukiokursseilla.

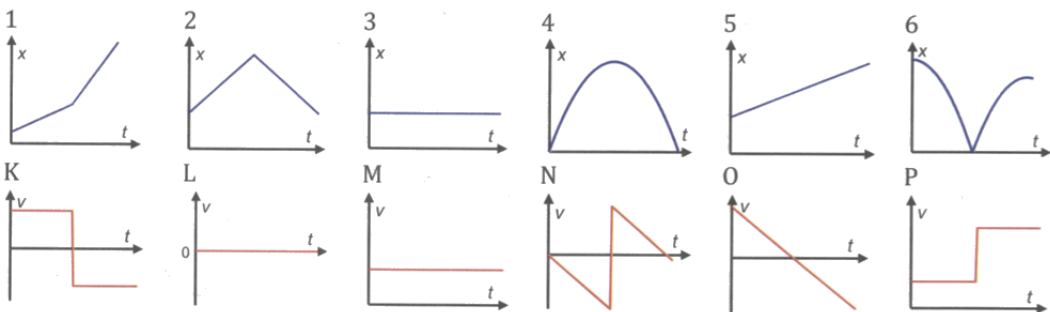
MAFY-valmennuksen yhteystiedot:

www.mafyvalmennus.fi/yhteystiedot

info@mafyvalmennus.fi

1. Tarkastellaan pallon liikettä. Valitse kutakin tilannetta a–f vastaava paikan kuvaaja 1–6 ja nopeuden kuvaaja K–P. Anna vastaukseksi kuhunkin tilanteeseen sopiva numero-kirjainpari.

- Pallo on levossa.
- Pallo vierii vaakasuoralla tasolla.
- Pallo vierii vaakasuoralla tasolla. Liikkeen aikana palloa lyödään mailalla liikkeen suuntaan.
- Pallo vierii vaakasuoralla tasolla, törmää esteeseen ja kimpoaa takaisin tulosuuntaansa.
- Pallo heitetään pystysuoraan ylöspäin.
- Pallo pudotetaan kädestä, osuu lattiaan ja kimpoaa ylöspäin.



Ratkaisu.

a) 3L 1p

Selitys: Pallo on levossa, joten sen nopeus on nolla ja sen paikka pysyy muuttumattomana.

b) 5M 1p(2p)

Selitys: Pallo vierii vaakasuoralla alustalla, joten ainoa alustan suunnassa siihen vaikuttava voima on hyvin pieni vierimisvastus. Näin ollen pallon nopeus on likimain vakio, ja sen paikka muuttuu siis likimain tasaisesti.

c) 1P 1p(3p)

Selitys: Pallo vierii vaakasuoralla alustalla, kuten b-kohdassa, joten aluksi sen nopeus on vakio ja paikka muuttuu tasaisesti. Tämän jälkeen sitä lyödään mailalla liikkeen suuntaan, joten sen nopeus kasvaa äkisti, ja pysyy sen jälkeen taas vakiona, koska maila ei enää osu palloon. Paikka muuttuu mailan osuman jälkeen tasaisesti, mutta nopeammin kuin ennen osumaa.

d) 2K

1p(4p)

Selitys: Pallo vierii vaakasuoralla alustalla, joten sen nopeus on vakio ja sen paikka muuttuu tasaisesti, kuten b-kohdassa. Kun se törmää esteeseen ja kimpoaa takaisin tulosuuntaansa, sen nopeus muuttuu äkisti negatiiviseksi (suunnan muutos), jonka jälkeen nopeus on jälleen vakio. Esteeseen törmäämisen jälkeen paikkakoordinaatti muuttuu jälleen tasaisesti, mutta eri suuntaan kuin ennen törmäystä.

e) 4O

1p(5p)

Selitys: Kun pallo heitetään ylöspäin, sen alkunopeus on ylöspäin (positiivinen suunta). Palloon vaikuttaa vain painovoima, joten sen kiihtyvyys on putoamiskiihtyvyys alaspäin, eli sen nopeus pienenee tasaisesti ensin nol- laan ja sitten negatiiviseksi, kun pallo lähtee putoamaan alaspäin. Pallon (pystysuuntainen) paikkakoordinaatti ensin kasvaa hidastuvasti, ja sitten pienenee takaisin kiihtyvästi (paraabeli).

f) 6N

1p(6p)

Selitys: Kun pallo pudotetaan kädestä, sen alkunopeus on nolla ja sen liike alkaa kiihtyä tasaisesti putoamiskiihtyvyydellä alaspäin. Kun pallo osuu lattiaan, sen nopeuden suunta muuttuu ylöspäin ja se irtoaa lattiasta. Ylöspäin mennessään pallon nopeus hidastuu tasaisesti putoamiskiihty- vyydellä.

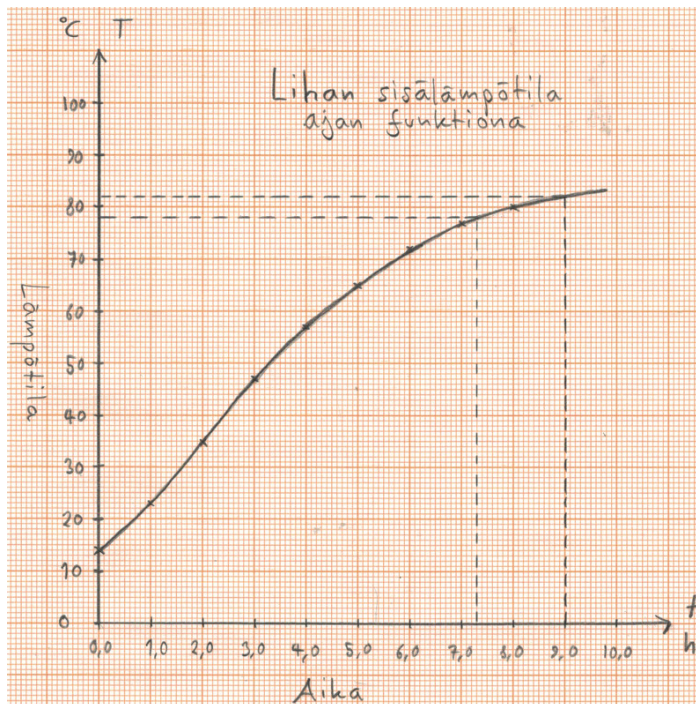
2. Perheen isä valmistaa ylikypsää porsaanniskaa. Lihaa kypsennetään 100°C uunissa, kunnes paistolämpömittari näyttää lihan sisälämpötilaksi $78\text{--}82^{\circ}\text{C}$. Seuraavassa taulukossa on esitetty paistolämpömittarin lukemia eri ajankohdina.

$t(\text{h})$	0,0	1,0	2,0	3,0	4,0	5,0	6,0	7,0	8,0
$T(^{\circ}\text{C})$	14	23	35	47	57	65	72	77	80

- a) Piirrä lämpötilan kuvaaja ajan funktiona. (3 p.)
 b) Millä ajanhetkellä lihan sisälämpötila on 78°C ? (1 p.)
 c) Arvioi kuvaajan avulla lihan sisälämpötila 9,0 tunnin kuluttua. (2 p.)

Ratkaisu.

a)



3p

- b) Luetaan a-kohdan kuvaajalta lämpötilaa 78°C vastaava ajanhetki, joka on $t \approx 7,3 \text{ h}$.

Vastaus: Ajanhetkellä 7,3 tuntia.

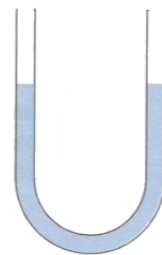
1p
(4p)

- c) Luetaan a-kohdan kuvaajalta ajanhetkeä 9,0 h vastaava lämpötila, joka on $T \approx 82^{\circ}\text{C}$.

Vastaus: Liha sisälämpötila on 82°C .

2p
(6p)

3. U-putkessa, joka on auki molemmista päistä, on vettä. Putken toiseen haaraan kaadetaan 5,0 cm kerros ruokaöljyä, jonka tiheys on $0,86 \text{ kg/dm}^3$. Havaitaan, että nestepinnat asettuvat eri korkeuksille putken haaroissa.

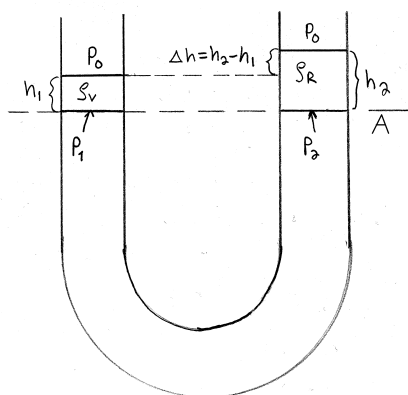


- a) Onko ulkoisella ilmanpaineella vaikutusta nestepintojen korkeuseroon? Perustele. (2 p.)
 b) Kuinka suuri on nestepintojen korkeusero? (4 p.)

Ratkaisu. a) ja b)

Veden tiheys on $\rho_V = 0,9982 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$.

Ruokaöljyn tiheys on $\rho_R = 0,86 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$.



Kuvaan on merkitty öljypatsaan alapinnan korkeustaso ja sitä on merkitty A:lla. Määritetään tällä tasolla, eri puolilla u-putkea olevat paineet p_1 ja p_2 tiheyksien ρ_V ja ρ_R sekä korkeuksien h_1 ja h_2 avulla. Paine nesteessä on summa ilmanpaineesta ja hydrostaattisesta paineesta.

$$p_1 = p_0 + p_{h1} = p_0 + \rho_V g h_1$$

$$p_2 = p_0 + p_{h2} = p_0 + \rho_R g h_2$$

1p

Virtaamattomassa homogeenisessä nesteessä samalla korkeudella paine on jokaisessa kohdassa yhtä suuri. Tason A alapuolella on pelkkää vettä, joten neste on homogeenista ja p_1 ja p_2 vallitsevat samalla korkeustasolla. Näin ollen

$$p_1 = p_2$$

$$p_0 + \rho_V g h_1 = p_0 + \rho_R g h_2 \quad || : (g\rho_V)$$

$$h_1 = \frac{\rho_R}{\rho_V} h_2$$

(1)

1p
(2p)

Muodostetaan lauseke korkeuserolle Δh .

$$\Delta h = h_2 - h_1 \quad \text{||Sij. (1)}$$

$$\Delta h = h_2 - \frac{\rho_R}{\rho_V} h_2$$

$$\Delta h = \left(1 - \frac{\rho_R}{\rho_V}\right) h_2 \quad (2) \quad \boxed{1\text{p} (4\text{p})}$$

Tästä nähdään, että ulkoisella ilmanpaineella ei ole merkitystä korkeuseroon.

Vastaus a-kohtaan: Ulkoisella ilmanpaineella ei ole vaikutusta korkeuseroon. $\boxed{1\text{p} (5\text{p})}$

Lasketaan kysytty korkeusero yhtälöstä (2).

$$\Delta h = \left(1 - \frac{\rho_R}{\rho_V}\right) h_2$$

$$\Delta h = \left(1 - \frac{0,86 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}}{0,9982 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}}\right) \cdot 5,0 \text{ cm}$$

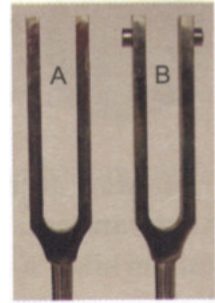
$$= 0,6922... \text{ cm}$$

$$\approx 0,69 \text{ cm}$$

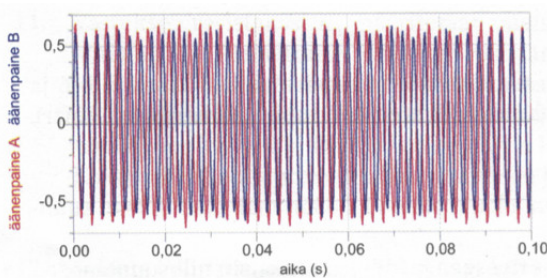
Vastaus b-kohtaan: Nestepintojen korkeusero on 0,69 cm $\boxed{1\text{p} (6\text{p})}$

Jos käyttää veden tiheytenä arvoa $1,0 \text{ kg/dm}^3$, niin vastaus pyöristyy arvoon $0,70 \text{ cm}$. Myös tästä vastauksesta saa mahdollisesti täydet pisteet.

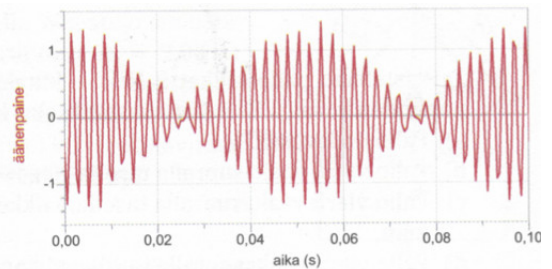
4. Ääniraudat A ja B ovat muuten samanlaiset, mutta B:hen on kiinnitetty pienet painot. Äänirauta A soi 440 Hz taajuudella ja B tätä alemmalla taajuudella. Kuvassa 1 on äänirautojen äänenpaineet erikseen mitattuina. Kuvassa 2 on yhtä aikaa soivien äänirautojen tuottama äänenpaine.



- a) Selitä, miten yhdistetyn äänen paine määräytyy ja millaiselta yhtä aikaa soivien äänirautojen ääni kuulostaa. (4 p.)
- b) Kuinka suurella taajuudella äänirauta B soi? (2 p.)



Kuva 1



Kuva 2

Ratkaisu.

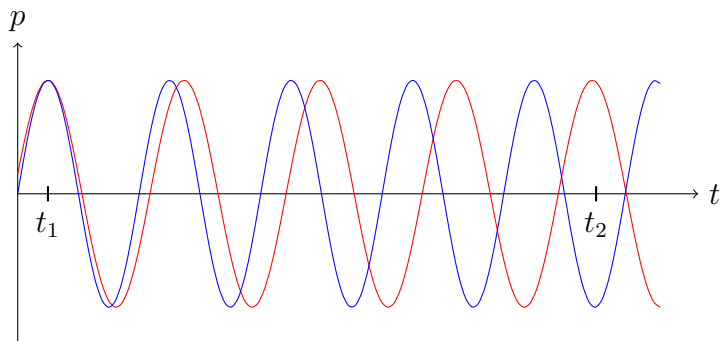
- a) Kun kumpi tahansa äänirautoista soi yksinään, se aiheuttaa nopean painenvaihtelun, joka etenee ilmassa pitkittäisenä aaltoliikkeenä, ja paine vaihtelee likimain sinimuotoisesti tietyn arvon ympärillä. Kun ääniraudat soivat yhtä aikaa, niiden aiheuttamat pitkittäiset aaltoliikkeet interferoivat keskenään, eli tietyssä kohdassa painenvaihtelu on eri äänirautojen aiheuttamien painenvaihteluiden summa. _____

1p

Äänirautojen taajuudet ovat hieman eri suuruiset. Tästä seuraa, että tietyssä tarkastelupisteessä eri äänirautojen aiheuttamat paineaallot ovat jollain hetkellä t_1 samassa vaiheessa, eli vahvistavat toisiaan. Tämän jälkeen eri äänirautojen aiheuttamat paineaallot ovat hieman eri vaiheessa, joten ne vahvistavat toisiaan jonkin verran. Tietyn ajan kuluttua ajanhetkellä t_2 eri äänirautojen aiheuttamat paineaallot ovat vastakkaisessa vaiheessa toisiinsa nähden, eli ne heikentävät toisiaan. _____

1p
(2p)

Alla olevassa kuvassa on piirretty eri taajuuksilla värähtelevät paineaallot tietyssä pisteessä ja merkitty sinne ajanhetki t_1 , jolloin paineaallot vahvistavat toisiaan sekä ajanhetki t_2 , jolloin paineaallot heikentävät toisiaan.

1p
(3p)

Kun kuvassa esitetyt paineaallot lasketaan superpositioperiaatteen mukaisesti yhteen, saadaan summa-aalto, jonka taajuus (äänen korkeus) pysyy vakiona, mutta sen amplitudi vaihtelee siten, että hetkellä t_1 amplitudi on suurin ja hetkellä t_2 pienin, ollen siinä kohtaa nolla. Yhdessä soivien äänirautojen ääni kuulostaa siis taajuudeltaan (äänen korkeudeltaan) muuttumattomalta, mutta äänen voimakkuus vaihtelee jaksollisesti, mitä ilmiötä kutsutaan huojunnaksi. Sitä taajuutta, jolla äänenvoimakkuus vaihtelee, kutsutaan huojuntataajuudeksi.

1p
(4p)

- b) Huojuntataajuus on kahden interferoivan äänen taajuuksien erotuksen itseisarvo.

$$f_H = |f_A - f_B|$$

Tehtävänannon mukaan ääniraudan A taajuus f_A on suurempi kuin ääniraudan B taajuus f_B , joten

$$f_H = f_A - f_B$$

$$f_B = f_A - f_H$$

Huojunnan taajuus f_H on huojunnan jaksonajan T_H käänteisluku, joten

$$f_B = f_A - \frac{1}{T_H}. \quad (1)$$

Tehtävänannon oikeanpuolisesta kuvaajasta voidaan viivaimen avulla mitata, että 5,9 cm pituinen osa aika-akselia vastaa 0,08 sekunnin pituista aikaväliä. Viivaimen avulla voidaan myös mitata, että huojunnan jaksonaika (aikaväli kahden peräkkäisen saman vaiheen välillä) vastaa 3,7 cm

pituista osaa. Lasketaan tästä huojunnan jaksonaika T_H .

$$\begin{aligned}\frac{T_H}{3,7 \text{ cm}} &= \frac{0,08 \text{ s}}{5,9 \text{ cm}} \quad || \cdot 3,7 \text{ cm} \\ T_H &= \frac{0,08 \text{ s}}{5,9 \text{ cm}} \cdot 3,7 \text{ cm} \\ T_H &= 0,050169 \dots \text{ s}\end{aligned}$$

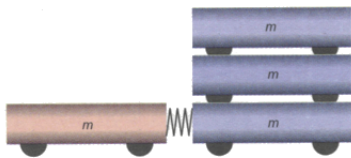
Sijoitetaan $f_A = 440 \text{ Hz}$ ja huojunnan jaksonaika yhtälöön (1).

$$\begin{aligned}f_B &= 440 \text{ Hz} - \frac{1}{0,050169 \dots \text{ s}} \\ f_B &= 420,0675 \dots \text{ Hz} \\ f_B &\approx 420 \text{ Hz}.\end{aligned}$$

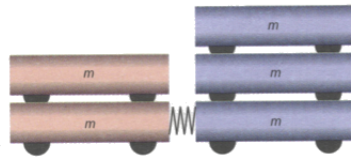
Vastaus: Äänirauta B soi taajuudella 420 Hz.

2p
(6p)

5. Kuvat esittävät vaakasuoraa rataa ja pyörävaunuja, joilla on kaikilla sama massa. Radan ja vaunujen välinen liikevastus on pieni. Päällekkäin asetetut vaunut eivät pääse liikkumaan toistensa suhteen. Alkutilanteessa vaunut ovat levossa.
- a) Tarkastellaan kuvan A tilannetta. Yhden vaunun ja kolmen vaunun pinon väliin on puristettu kevyt jousi. Kun jousi laukaistaan, kolmen vaunun pino saa nopeuden $0,55 \text{ m/s}$. Kuinka suuren nopeuden yksin liikkuva vaunu tällöin saa? (2 p.)
- b) Kuvan B tilanteessa jousi puristetaan vaunupinojen väliin samalla tavalla kuin a-kohdassa ja laukaistaan. Kuinka suuret nopeudet kahden ja kolmen vaunun pinot saavat? (4 p.)



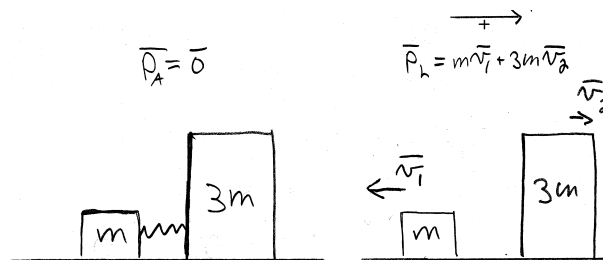
Kuva A



Kuva B

Ratkaisu.

a)



Liikemäärä säilyy, joten

$$\vec{p}_L = \vec{p}_A$$

 $\frac{2}{3}\text{p}$

$$m\vec{v}_1 + 3m\vec{v}_2 = \vec{0}$$

$$-mv_1 + 3mv_2 = 0 \quad || : m$$

$$-v_1 + 3v_2 = 0$$

$$v_1 = 3v_2$$

$$v_1 = 3 \cdot 0,55 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$= 1,65 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\approx 1,7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Vastaus: Yksin liikkuva vaunu saa nopeuden $1,7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

 $\frac{2}{3}\text{p}$
(2p)

- b) Kohdassa a jousen potentiaalienergia muuttuu vaunujen liike-energiaksi, joten alussa jouseen varastoitunut potentiaalienergia on

$$E_{pJ} = E_{k1} + E_{k2}$$

$$E_{pJ} = \frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2} \cdot 3mv_2^2 \quad || \text{Sij. } v_1 = 3v_2$$

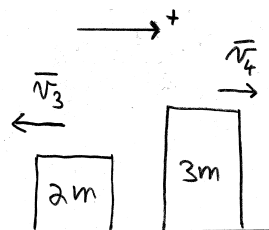
$$E_{pJ} = \frac{1}{2}m \cdot (3v_2)^2 + \frac{1}{2} \cdot 3mv_2^2$$

$$E_{pJ} = 6mv_2^2$$

(1)

 $\frac{2}{3}\text{p}$
(2 $\frac{2}{3}$ p)

Kuvan B tilanteessa jousen laukaisun jälkeen jousen potentiaalienergia muuttuu vaunujen (massat $2m$ ja $3m$) liike-energiaksi.



$$E_{pJ} = E_{k3} + E_{k4} \quad || \text{Sij. (1)}$$

$$6mv_2^2 = \frac{1}{2} \cdot 2mv_3^2 + \frac{1}{2} \cdot 3mv_4^2 \quad || \cdot \frac{2}{m}$$

$$12v_2^2 = 2v_3^2 + 3v_4^2$$

(2)

 $\frac{2}{3}\text{p}$
(3 $\frac{1}{3}$ p)

Liikemäärä säilyy, joten

$$\begin{aligned}\vec{p}_L &= \vec{p}_A \\ 2m\vec{v}_3 + 3m\vec{v}_4 &= \vec{0} \\ -2mv_3 + 3mv_4 &= 0 \quad || : m \\ -2v_3 + 3v_4 &= 0 \\ 2v_3 &= 3v_4 \quad || : 2 \\ v_3 &= \frac{3}{2}v_4\end{aligned}\tag{3}$$

1p
(4 $\frac{1}{3}$ p)

Sijoitetaan (3) yhtälöön (2).

$$\begin{aligned}12v_2^2 &= 2\left(\frac{3}{2}v_4\right)^2 + 3v_4^2 \\ 12v_2^2 &= \frac{15}{2}v_4^2 \quad || \cdot \frac{2}{15} \\ v_4^2 &= \frac{8}{5}v_2^2 \\ v_4 &= (\pm) \sqrt{\frac{8}{5}v_2^2} \\ v_4 &= \sqrt{\frac{8}{5} \cdot (0,55 \frac{\text{m}}{\text{s}})^2} \\ &= 0,6957 \dots \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ &\approx 0,70 \frac{\text{m}}{\text{s}}\end{aligned}$$

$\frac{2}{3}$ p
(5p)

Yhtälöstä (3):

$$v_3 = \frac{3}{2}v_4 = \frac{3}{2} \cdot 0,6957 \dots \frac{\text{m}}{\text{s}} = 1,0435 \dots \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 1,0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Vastaus: Kahden vaunun nopeuden suuruus on $1,0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ ja kolmen vaunun

pinon $0,70 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

1p
(6p)

6. Työmaalla rakentaja nostaa betonisäkin maasta 2,8 m korkeudella olevalle tasanteelle. Nostossa käytetään lavaa, köyttä ja väkipyörää kuvan mukaisesti. Väkipyörään vaikuttaa 0,12 Nm vastusmomentti, ja pyörän säde on 5,0 cm. Säkin massa on 25 kg ja lavan 2,9 kg. Köyden massaa ei oteta huomioon.



- Kuinka suurella voimalla rakentajan on vedettävä köyttä, kun säkkiä ja lavaa nostetaan tasaisella nopeudella? (2 p.)
- Kuinka suuren työn rakentaja tekee a-kohdassa? (1 p.)
- Useita betonisäkkejä nostetaan yksi kerrallaan. Nostoa voidaan helpottaa vastapainon avulla. Tällöin kuitenkin lavaa maahan laskeuttaessa täytyy vastapainoa nostaa ylös, jolloin joudutaan tekemään työtä. Kuinka suurta vastapainoa kannattaa käyttää, että yhdessä edestakaisessa liikkeessä rakentajan tekemä työ on pienin mahdollinen? Vastusmomenttia ei oteta huomioon. (3 p.)

Ratkaisu.

$$m_k = 25 \text{ kg}$$

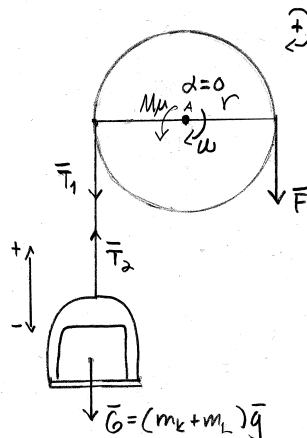
$$m_L = 2,9 \text{ kg}$$

$$r = 5,0 \text{ cm} = 0,05 \text{ m}$$

$$h = 2,8 \text{ m}$$

$$M_\mu = 0,12 \text{ Nm}$$

- Kun lava liikkuu tasaisella nopeudella, pyörii väkipyörä tasaisella kulmanopeudella ja tällöin sen kulmakiiktyvyys on 0.



$\frac{2}{3} \text{ p}$

$\bar{F}$ on köyttä vetävä voima,

$\bar{T}_1$ on köyden väkipyörään kohdistama voima,

$\overline{T}_2$ on köyden taakkaan kohdistama voima ja

$\overline{G} = (m_K + m_L)\overline{g}$ on taakan painovoima.

Pyörimisen liikeyhtälö:

$$\sum M_A = J\alpha, \quad \text{sij. } \alpha = 0.$$

$$Fr - M_\mu - T_1 r = 0 \quad || : r$$

$$F = T_1 + \frac{M_\mu}{r} \quad (1)$$

$\frac{2}{3}\text{p}$
($1\frac{1}{3}\text{p}$)

Taakkaan vaikuttavat voimat $\vec{T}_2$ ja $\vec{G}$. Taakka on tasaisessa liikkeessä, joten NII:n mukaan

$$\begin{aligned} \sum \vec{F} &= m\vec{a} = \vec{0} \\ \Rightarrow \vec{T}_2 + \vec{G} &= \vec{0} \\ -T_2 + G &= 0 \quad || \text{sij. } G = (m_k + m_L)g \\ T_2 &= (m_k + m_L)g \end{aligned} \quad (2)$$

$\overline{T}_1$ ja $\overline{T}_2$ ovat köyden jännitysvoimia. Köysi on kevyt, joten

$$\begin{aligned} T_1 &= T_2 \quad || \text{sij. (2)} \\ T_1 &= (m_k + m_L)g \end{aligned} \quad (3)$$

Sij. (3) yhtälöön (1).

$$\begin{aligned} F &= (m_k + m_L)g + \frac{M_\mu}{r} \\ F &= (25 \text{ kg} + 2,9 \text{ kg}) \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} + \frac{0,12 \text{ Nm}}{0,05 \text{ m}} \\ &= 276,099 \text{ N} \\ &\approx 280 \text{ N} \end{aligned}$$

Vastaus: Kysytty voiman suuruus on 280 N.

$\frac{2}{3}\text{p}$
(2p)

- b) Köysi oletetaan venymättömäksi, joten voiman $\vec{F}$ tekemän työn suuruus on

$$\begin{aligned} W &= Fh = 276,099 \text{ N} \cdot 2,8 \text{ m} \\ &\approx 770 \text{ J} \end{aligned}$$

Vastaus: Kysytty työn suuruus on 770 J.

1p
(3p)

- c) Merkitään lavaa alaindeksillä l , hiekkasäkkiä alaindeksillä h ja vastapainoa alaindeksillä v .

Jos vastapainon massa on suurempi kuin hiekkasäkin ja lavan massa yhteensä:

Tällöin vastapaino vetää itse koko kuorman ylös, jolloin kuormaa nostettaessa ei tarvitse tehdä lainkaan työtä. Tämän jälkeen vastapaino täytyy kuitenkin nostaa takaisin ylös, jolloin tehty työ on

$$W = G_v h - G_l h > (G_h + G_l) h - G_l h = G_h h, \quad \underline{\hspace{2cm}}$$

0.5p
(3.5p)

sillä lava auttaa rakentajaa nostamaan vastapainon.

Jos vastapainon massa on pienempi kuin pelkän lavan massa:

Kun kuorma nostetaan ylös, vastapainon painovoima auttaa rakentajaa, ja rakentaja joutuu tekemään työn

$$W = G_l h + G_h h - G_v h > G_h h, \quad \underline{\hspace{2cm}}$$

0.5p
(4p)

sillä vastapaino oli kevyempi kuin lava. Lava putoaa itsekseen alas ja vetää vastapainon ylös.

Jos vastapainon massa on suurempi kuin tyhjän lavan massa, mutta pienempi kuin hiekkasäkin ja lavan massa yhteensä:

Tällöin kun nostetaan kuorma ylös, vastapainon painovoima auttaa rakentajaa ja rakentaja joutuu tekemään työn

$$W_1 = G_l h + G_h h - G_v h$$

Tämän jälkeen rakentajan täytyy kuitenkin nostaa vastapaino takaisin ylös, jossa lavan painovoima auttaa häntä, jolloin hänen täytyy tehdä työ

$$W_2 = G_v h - G_l h.$$

Yhdessä edestakaisessa liikkeessä rakentaja siis tekee yhteensä työn

$$W_1 + W_2 = G_l h + G_h h - G_v h + G_v h - G_l h = G_h h \quad \underline{\hspace{2cm}}$$

1p(5p)

Tapauksissa, joissa vastapaino oli joko massaltaan pienempi kuin pelkkä lavan massa 2,9 kg tai suurempi kuin lavan ja hiekkasäkin yhteismassa 2,9 kg + 25 kg = 27,9 kg, rakentajan tekemä työ oli suurempi kuin tapauksessa, jossa vastapainon massa on välillä [2,9 kg; 27,9 kg]. Tällä välillä

rakentajan tekemä työ oli kaikilla vastapainon massoilla yhtäsuuri, joten kannattaa käyttää vastapainoa, jonka massa on välillä [2,9 kg; 27,9 kg].

1p(6p)

Lisäselitys: Jos haluat ymmärtää paremmin tehtävän ratkaisua, ajattele tilannetta seuraavasti.

Ainoa energianlähde on työmies, joka liikuttaa sekä lavaa että vastapainoa. Vastapaino täytyy palauttaa aina takaisin samalle korkeudelle, jolta se otettiin, joten edestakaisessa liikkeessä sen potentiaalienergia ei nettomääräisesti muutu. Näin ollen sen painovoima ei tee nettomääräisesti työtä nostettavaan kappaleeseen edestakaisen liikkeen aikana.

Näin ollen tehtävän ratkaisussa on selvitettävä, kuinka suuri vastapainon tulee olla, että energiahäviöt saadaan minimoitua. Energiahäviöitä syntyy silloin, jos vastapaino on liian suuri tai pieni, koska jos vastapaino on niin suuri, että se nostaa ilman apua kuorman ylös, se iskeytyy noston päätteeksi maahan ja menettää liike-energiansa häviöinä. Vastaavasti, jos vastapaino on kevyempi kuin lava, niin vastapainoa ei tarvitse kuorman nostamisen jälkeen nostaa takaisin ylös, vaan lavan paino nostaa sen takaisin paikoilleen lavan laskeutuessa ilman apua. Kun lava iskeytyy maahan, se menettää liike-energiansa törmäyksessä hukkaenergiaksi.

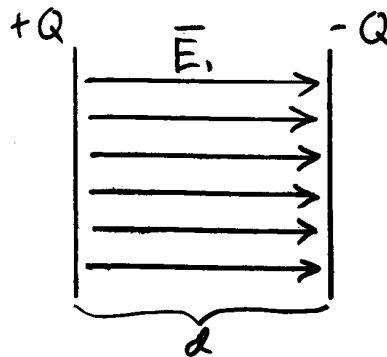
Kun vastapainon massa on välillä [2,9 kg; 27,9 kg], se ei kykene nostamaan sakkia ilman apua ja toisaalta vastapaino täytyy nostaa lopuksi takaisin paikoilleen, koska lavan paino ei riitä nostamaan sitä. Tästä seuraa, että työmiehen on tehtävä työtä noston molemmissa vaiheissa, mutta energiaa ei mene hukkaan, koska sekä kuorman nosto, että vastapainon palautus tapahtuvat hallitusti siten, että työmies käyttää vain sen verran energiaa, mitä tarvitaan nostotöihin, eikä kappaleilla ole ylimääräistä liike-energiaa niiden törmätessä alustalleen.

7. Ilmatäytteinen varattu levykondensaattori on irrotettu jännitelähteestä. Toiseen kondensaattorilevyyn kiinnitetään väliainelevy, jonka paksuus on puolet kondensaattorilevyjen välisestä ilmaraosta.
- Miten kondensaattorilevyjen välinen sähkökenttä muuttuu, kun väliaine on i) eriste, ii) johde?
 - Miten kondensaattorin kapasitanssi muuttuu, kun väliaine on i) eriste, ii) johde?

Ratkaisu.

Kondensaattori on irrotettu jännitelähteestä, joten sen varaus pysyy muuttumattomana. Merkitään alaindeksillä 1 suureita ennen väliainelevyn lisäämistä, alaindeksillä 2 eristelevyn lisäämisen jälkeen ja alaindeksillä 3 johdelevyn lisäämisen jälkeen.

- Merkitään sähkökentän voimakkuutta kondensaattorilevyjen välissä ennen eristelevyn lisäämistä E_1 :llä.



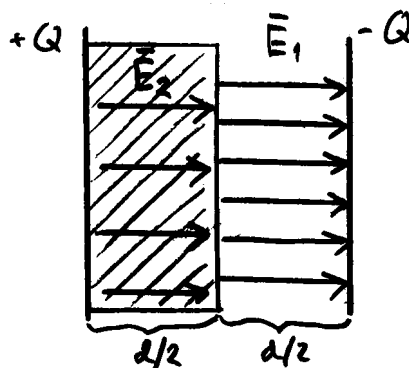
Tutkitaan ensin tilannetta, jossa toiseen kondensaattorilevyyn kiinnitetään eristelevy. Merkitään eristelevyn suhteellista permittiivisyyttä ϵ_r :llä. Suhteellinen permittiivisyys on aina suurempi tai yhtä suuri kuin 1. Eristelevy heikentää ulkoista sähkökenttää sen kohdalla siten, että eristelevyn sisällä sähkökentän voimakkuus on

$$\underline{\underline{E_2 = \frac{E_1}{\epsilon_r}}}$$

1p

Eristelevyn ulkopuolella on edelleen sama sähkökenttä kuin ennen eristelevyn lisäämistä.

0.5p
(1.5p)

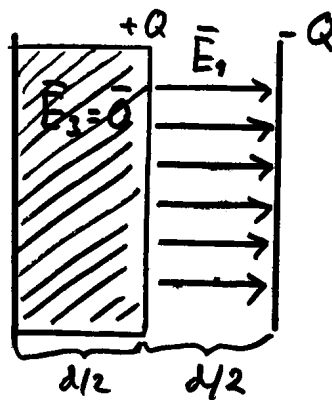


Kun toiseen kondensaattorilevyyn kiinnitetään johdelevy, johdelevyyn muodostuu sellainen varausjakauma, että sen sähkökenttä kumoaa ulkoisen kentän ja lopulta johdelevyn sisällä sähkökentän voimakkuus on nolla.

1p
(2.5p)

Koska alla olevassa kuvassa johdelevyn oikeaan reunaan muodostuu samanlainen varausjakauma, kuin siinä levyssä oli alunperin, johon johdelevy kiinnitettiin, ja toisen kondensaattorilevyn varausjakauma pysyy muuttumattomana, johdelevyn ulkopuolisessa tilassa kondensaattorilevyjen välissä sähkökenttä on sama kuin ennen levyn lisäämistä.

0.5p
(3p)

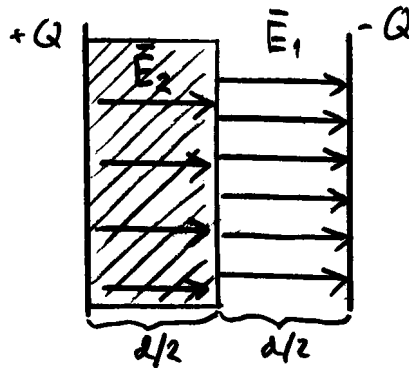


- b) Merkitään kondensaattorilevyjen välimatkaa d :llä, kondensaattorin kapasitanssia ennen väliainelevyn lisäämistä C_1 :llä ja kondensaattorin jännitettä ennen väliainelevyn lisäämistä U_1 :llä. Tällöin kondensaattorilain mukaan kondensaattorin vakiona pysyvä varaus on

$$Q = C_1 U_1 = C_1 E_1 d. \quad (1)$$

1p
(4p)

Tutkitaan tilannetta, jossa kondensaattorilevyjen väliin lisätään eristelevy.



Kondensaattorilevyjen välinen jännite on tässä tapauksessa

$$\begin{aligned}
 U_2 &= E_2 \cdot \frac{d}{2} + E_1 \frac{d}{2} \\
 &= \frac{E_1}{\epsilon_r} \frac{d}{2} + E_1 \frac{d}{2} \\
 &= \left(\frac{1}{\epsilon_r} + 1 \right) \frac{E_1 d}{2} \\
 &= \left(\frac{1}{\epsilon_r} + 1 \right) \frac{E_1 d}{2} \quad (2)
 \end{aligned}$$

Koska kondensaattorin varaus pysyy samana, kondensaattorilaista saadaan

$$Q = C_2 U_2$$

Sijoitetaan (1) ja (2).

$$\begin{aligned}
 C_1 \cancel{E_1 d} &= C_2 \cdot \left(\frac{1}{\epsilon_r} + 1 \right) \frac{\cancel{E_1 d}}{2} \quad || : \frac{\left(\frac{1}{\epsilon_r} + 1 \right)}{2} \\
 C_2 &= \frac{2}{\frac{1}{\epsilon_r} + 1} \cdot C_1.
 \end{aligned}$$

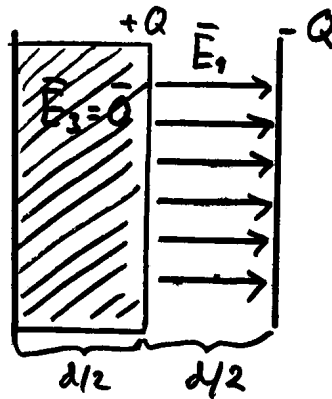
Eristelevyn tapauksessa kapasitanssi kasvaa siis $\frac{2}{\frac{1}{\epsilon_r} + 1}$ -kertaiseksi.

1p
(5p)

Lisäselitys: Täysien pisteiden varmistamiseksi voi varalta perustella, että C_1 :n edessä oleva kerroin on suurempi kuin 1. Sen voi tehdä esimerkiksi seuraavasti.

$$\epsilon_r \cdot \frac{2}{\frac{1}{\epsilon_r} + 1} = \frac{2\epsilon_r}{1 + \epsilon_r} = \frac{\epsilon_r + \epsilon_r}{1 + \epsilon_r} > \frac{1 + \epsilon_r}{1 + \epsilon_r} = 1.$$

Tarkastellaan vielä tilannetta, jossa kondensaattorilevyyn kytkettävä väliainelevy on johde.



RATKAISUVAIHTOEHTO 1:

Kondensaattorilevyjen välinen jännite on nyt

$$U_3 = E_1 \cdot \frac{d}{2} = \frac{E_1 d}{2}. \quad (3)$$

Kondensaattorilaista saadaan

$$Q = C_3 U_3$$

Sijoitetaan (1) ja (3).

$$C_1 \cancel{E_1 d} = C_3 \frac{\cancel{E_1 d}}{2} \quad || \cdot 2$$

$$C_3 = 2C_1.$$

Johdelevyn tapauksessa kapasitanssi kasvaa siis 2-kertaiseksi.

1p
(6p)

RATKAISUVAIHTOEHTO 2:

Johdelevyn lisäyksen jälkeen kondensaattori on muuten identtinen alkuperäisen kanssa, mutta levyjen välimatka on vain $d/2$. Levykondensaattorin kapasitanssin kaavalla

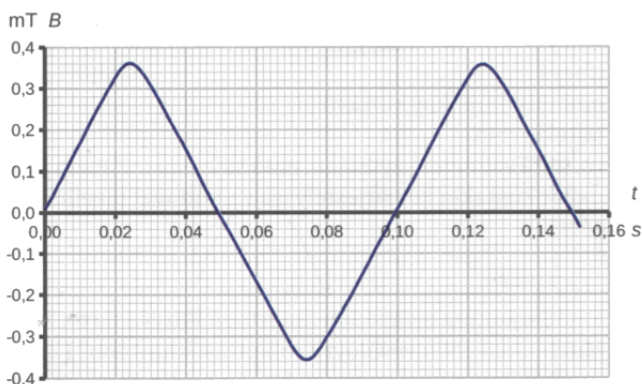
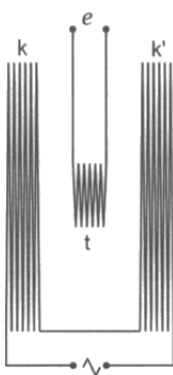
$$\begin{aligned}C_3 &= \epsilon_0 \frac{A}{d/2} \\&= 2 \cdot \epsilon_0 \frac{A}{d} \\&= 2C_1.\end{aligned}$$

Johdelevyn tapauksessa kapasitanssi kasvaa siis 2-kertaiseksi.

1p
(6p)

8. Kaavakuva esittää induktion tutkimiseen käytettävää laitetta. Siinä on kaksi kenttäkäämiä k ja k' sekä niiden välissä testikäämi t . Kenttäkäämeissä kulkeva sähkövirta synnyttää käämien väliin homogeenisen magneettikentän. Testikäämissä on 3600 kierrosta, ja sen poikkileikkaus on neliö, jonka sivun pituus on 42 mm.

- a) Kuvaaja esittää kenttäkäämien välistä magneettivuon tiheyttä ajan funktiona. Piirrä testikäämiin indusoituvan jännitteen kuvaaja. (4 p.)
- b) Testikäämiä käännetään niin, että sen akseli muodostaa 65° kulman kenttäkäämien akselin kanssa. Kuinka suuri on nyt testikäämin jännitteen maksimi? (2 p.)



Ratkaisu.

a)

$$N = 3600$$

$$a = 42 \text{ mm} = 42 \cdot 10^{-3} \text{ m.}$$

Käämiin indusoituva jännite saadaan Faradayn induktiolailla.

$$\begin{aligned} e &= -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \\ e &= -N \frac{\Delta(AB)}{\Delta t} \\ e &= -NA \frac{\Delta B}{\Delta t} \\ e &= -Na^2 \frac{\Delta B}{\Delta t}, \end{aligned}$$

missä magneettivuon tiheyden muutosnopeuden $\frac{\Delta B}{\Delta t}$ suuruus voidaan määrittää (t, B) -kuvaajasta fysikaalisena kulmakertoimenä. Kuvaaja koostuu hyvällä tarkkuudella neljästä suorasta osasta, joten lasketaan näiden osien kulmakertoimet.

Kulmakerroin välillä $[0,002 \text{ s}; 0,02 \text{ s}]$:

$$\frac{\Delta B_1}{\Delta t_1} = \frac{0,33 \cdot 10^{-3} \text{ T} - 0,04 \cdot 10^{-3} \text{ T}}{0,02 \text{ s} - 0,002 \text{ s}} = 0,016111 \dots \frac{\text{T}}{\text{s}}.$$

Tätä muutosnopeutta vastaava indusoitunut jännite:

$$\begin{aligned} e_1 &= -Na^2 \frac{\Delta B_1}{\Delta t_1} \\ e_1 &= -3600 \cdot (42 \cdot 10^{-3} \text{ m})^2 \cdot 0,016111 \dots \frac{\text{T}}{\text{s}} \\ e_1 &= -0,102311 \dots \text{ V} \\ e_1 &\approx -0,10 \text{ V}. \end{aligned}$$

Kulmakerroin välillä $[0,03 \text{ s}; 0,07 \text{ s}]$:

$$\frac{\Delta B_2}{\Delta t_2} = \frac{-0,32 \cdot 10^{-3} \text{ T} - 0,31 \cdot 10^{-3} \text{ T}}{0,07 \text{ s} - 0,03 \text{ s}} = -0,01575 \frac{\text{T}}{\text{s}}.$$

Tätä muutosnopeutta vastaava indusoitunut jännite:

$$\begin{aligned} e_2 &= -Na^2 \frac{\Delta B_2}{\Delta t_2} \\ e_2 &= -3600 \cdot (42 \cdot 10^{-3} \text{ m})^2 \cdot \left(-0,01575 \frac{\text{T}}{\text{s}} \right) \\ e_2 &= 0,100018 \dots \text{ V} \\ e_2 &\approx 0,10 \text{ V}. \end{aligned}$$

Kulmakerroin välillä $[0,08 \text{ s}; 0,114 \text{ s}]$:

$$\frac{\Delta B_3}{\Delta t_3} = \frac{0,24 \cdot 10^{-3} \text{ T} - (-0,30 \cdot 10^{-3} \text{ T})}{0,114 \text{ s} - 0,08 \text{ s}} = 0,0158823 \dots \frac{\text{T}}{\text{s}}.$$

Tätä muutosnopeutta vastaava indusoitunut jännite:

$$\begin{aligned} e_3 &= -Na^2 \frac{\Delta B_3}{\Delta t_3} \\ e_3 &= -3600 \cdot (42 \cdot 10^{-3} \text{ m})^2 \cdot 0,0158823 \dots \frac{\text{T}}{\text{s}} \\ e_3 &= -0,10085 \dots \text{ V} \\ e_3 &\approx -0,10 \text{ V}. \end{aligned}$$

Kulmakerroin välillä $[0,132\text{ s}; 0,148\text{ s}]$:

$$\frac{\Delta B_4}{\Delta t_4} = \frac{0,02 \cdot 10^{-3} \text{ T} - 0,28 \cdot 10^{-3} \text{ T}}{0,148 \text{ s} - 0,132 \text{ s}} = -0,01625 \frac{\text{T}}{\text{s}}.$$

Tätä muutosnopeutta vastaava indusoitunut jännite:

$$e_4 = -Na^2 \frac{\Delta B_4}{\Delta t_4}$$

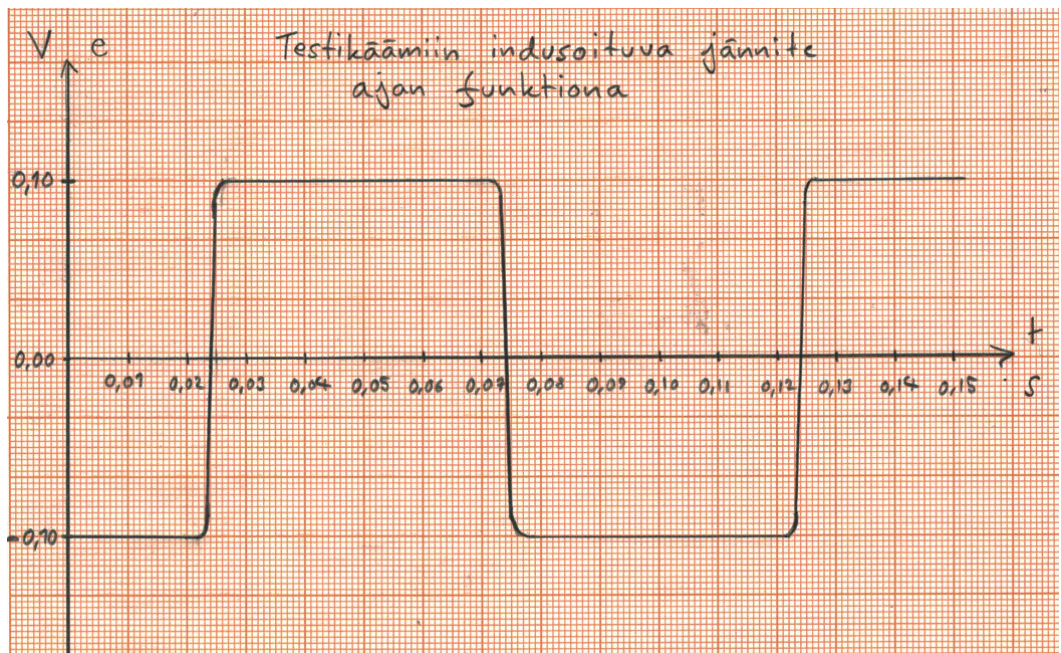
$$e_4 = -3600 \cdot (42 \cdot 10^{-3} \text{ m})^2 \cdot \left(-0,01625 \frac{\text{T}}{\text{s}} \right)$$

$$e_4 = 0,10319 \dots \text{ V}$$

$$e_4 \approx 0,10 \text{ V}.$$

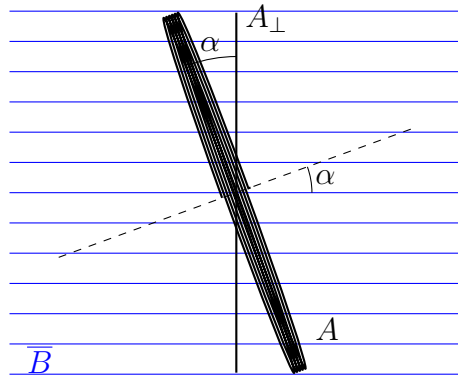
2p

Piirretään (t, e) -kuvaaja. Tehtävänannon kuvaajasta nähdään, että jännitteen merkki vaihtuu kohdissa $0,024\text{ s}$, $0,74\text{ s}$ ja $0,124\text{ s}$. Kulmakerroin muuttuu noin $0,004\text{ s}$ aikana jännitteen merkin vaihtumisen kohdalla.



2p(4p)

b)



Oletetaan, että magneettikenttä muuttuu samalla tavalla kuin a-kohdassa. Magneettivuo b-kohdan tilanteessa on

$$\Phi = BA_{\perp} = BA \cos(\alpha) = Ba^2 \cos(\alpha),$$

joten indusoituva jännite on

$$e = -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = -N \frac{\Delta(Ba^2 \cos(\alpha))}{\Delta t} = -Na^2 \frac{\Delta B}{\Delta t} \cdot \cos(\alpha) = e_a \cdot \cos(\alpha), \quad \text{1p(5p)}$$

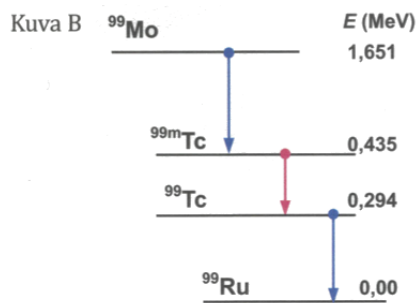
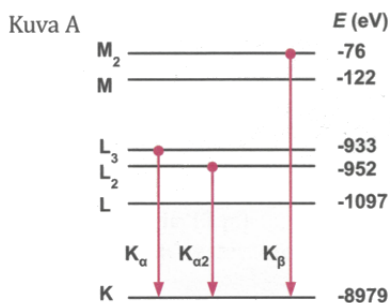
missä e_a on a-kohdassa testikäämiin indusoitunut jännite. Suurin a-kohdassa indusoitunut jännite on $e_{a,max} = e_4 = 0,10319 \dots \text{ V}$, joten b-kohdan tilanteessa maksimijännite on

$$e_{b,max} = 0,10319 \dots \text{ V} \cdot \cos(65^\circ) = 0,043611 \dots \text{ V} \approx 44 \text{ mV}.$$

Vastaus: Kysytty maksimijännite on 44 mV. 1p(6p)

9. Kuvissa A ja B oleviin energiatasokaavioihin on merkitty mahdolliset siirtymät eri energiatasojen välillä. Kuva A liittyy röntgensäteilyn tuottamiseen Cu-anodilla, kun anodiin osuu kiihdytettyjä elektroneja. Kuva B liittyy radioisotooppi ^{99m}Tc tuottamiseen ja sen käyttöön lääketieteellisessä kuvantamisessa, jossa havainnoidaan gammasäteilyä. Vastaa lyhyesti seuraaviin kysymyksiin.

- Mistä atomin rakenneosien energiatasoista on kyse kuvassa A, ja mikä perusvuorovaikutus on keskeinen niiden muodostumisessa? Miten viritystilat syntyvät? (2 p.)
- Mistä atomin rakenneosien energiatasoista on kyse kuvassa B, ja mitkä perusvuorovaikutukset ovat keskeisiä niiden muodostumisessa? Miten teknetiumytimen viritystila ^{99m}Tc syntyy? (3 p.)
- Laske emittoituvan sähkömagneettisen säteilyn suurin mahdollinen aallonpituus sekä kuvassa A että kuvassa B esitetyissä siirtymissä. (1 p.)



Ratkaisu.

- Kuvassa A on esitetty atomin elektronien erilaisia mahdollisia energiatiiloja. Elektronien energiatiilojen muodostumisessa atomissa keskeinen vuorovaikutus on sähköinen vuorovaikutus sekä ytimen ja elektronin välillä että elektronien välillä. _____

1p

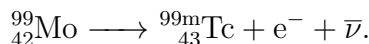
Viritystilat syntyvät, kun kupariatomiin törmää kiihdytetty elektroni, jonka energia on niin suuri, että se ionisoi kupariatomin, eli poistaa kupariatomista elektronin. Jos poistunut elektroni lähti alemmalla energiatasolta, kuin missä atomilla oli elektroneja, syntynyt ioni on viritystilassa, joka voi purkautua ylemmällä kuorella olevan elektronin pudotessa alemmalle kuorelle. _____

1p(2p)

- Kuvassa B on esitetty atomien ytimien energiatiiloja. Kyse on siis protonien ja neutronien järjestymisestä ytimessä. Ytimen energiatiilojen muodostumisessa keskeiset vuorovaikutukset ovat vahva vuorovaikutus ja sähköinen vuorovaikutus. _____

1p(3p)

Molybdeenin isotooppi ^{99}Mo on beeta-miinus-aktiivinen. Beetahajoamisen seurauksena syntyy teknetiumin isotooppia, joka voi olla hajoamisen jälkeen metastabiilissa viritystilassa $^{99\text{m}}\text{Tc}$. Hajoamisen reaktioyhtälö on tällöin



2p(5p)

Lisätieto: Metastabiili viritystila tarkoittaa sitä, että ydin on virittyneessä tilassa mahdollisesti pitkäänkin verrattuna siihen, että tyypillisesti ytimien viritystilat purkautuvat lähes välittömästi. Viritystila purkautuu emittoiden gammakvantin.

c) Emittoituvan sähkömagneettisen säteilyn energia on

$$E = hf$$

Aaltoliikkeen perusyhtälöstä sähkömagneettiselle aaltoliikelle $c = f\lambda$ saadaan, että $f = \frac{c}{\lambda}$.

$$\begin{aligned} E &= h \cdot \frac{c}{\lambda} \quad \parallel \cdot \frac{\lambda}{E} \\ \lambda &= \frac{hc}{E}. \end{aligned} \quad (1)$$

Yhtälöstä (1) nähdään, että suurinta mahdollista aallonpituutta vastaa pienin mahdollinen energia. Viritystilan purkautumisessa emittoituvan sähkömagneettisen säteilyn energia siirtymän energiatilojen erotus. Kuvan A tapauksessa pienin energiatilojen erotus kuvaan merkityissä siirtymissä on

$$E_A = E_{L_2} - E_K.$$

Lasketaan tästä siirtymästä emittoituvan fotonin aallonpituus yhtälöstä (1).

$$\begin{aligned} \lambda_A &= \frac{hc}{E_A} \\ &= \frac{hc}{E_{L_2} - E_K} \\ &= \frac{4,135669 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 2,99792458 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{-952 \text{ eV} - (-8979 \text{ eV})} \\ &= 0,154458 \dots \cdot 10^{-9} \text{ m} \\ &\approx 0,154 \text{ nm}. \end{aligned}$$

0.5p
(5.5p)

Kuvan B tapauksessa pienin energiatilojen erotus merkityissä siirtymissä on

$$E_B = E_{99\text{mTc}} - E_{99\text{Tc}}.$$

Lasketaan tästä siirtymistä emittoituvan fotonin aallonpituus yhtälöstä (1).

$$\begin{aligned}\lambda_B &= \frac{hc}{E_B} \\ &= \frac{hc}{E_{99\text{mTc}} - E_{99\text{Tc}}} \\ &= \frac{4,135669 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 2,99792458 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{0,435 \cdot 10^6 \text{ eV} - 0,294 \cdot 10^6 \text{ eV}} \\ &= 8,793208 \dots \cdot 10^{-12} \text{ m} \\ &\approx 8,79 \text{ pm}.\end{aligned}$$

0.5p
(6p)

Vastaus: Suurin mahdollinen emittoituvan sähkömagneettisen säteilyn aallonpituus on kuvan A tapauksessa 0,154 nm ja kuvan B tapauksessa 8,79 pm.

10. Maapalloa kiertävä kansainvälinen ISS-avaruusasema on ympyräradalla, jonka etäisyys maanpinnasta on 405 km.
- Kuinka suuri on avaruusaseman nopeus? Piirrä kuvio, josta ilmenevät avaruusasemaan vaikuttavat voimat sekä avaruusaseman nopeus ja kiihtyvyys. (3 p.)
 - Kuinka kauan kestää avaruusaseman yksi kierros maapallon ympäri? Maapallon pyörimistä ei huomioida. (1 p.)
 - Selitä, miksi avaruusasemalla oleva ihminen kokee olevansa painoton. (2 p.)

Ratkaisu.

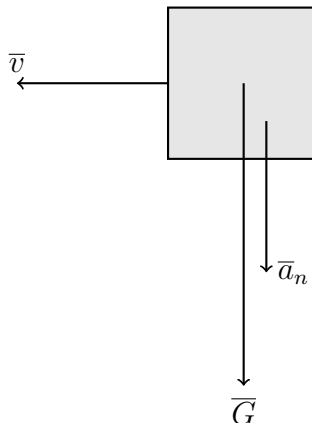
- a) Tehtävänannon perusteella ei tiedetä, missä maanpinnan yläpuolella ISS kulkee, joten lasketaan maapallon säde napasäteen ja ekvaattorisäteen keskiarvona.

$$R = \frac{6378,140 \text{ km} + 6356,755 \text{ km}}{2} = 6367,4475 \text{ km}.$$

Avaruusaseman etäisyys maanpinnasta on $h = 405 \text{ km}$, joten sen etäisyys Maan keskipisteestä sen ympyräradalla on siis

$$r = R + h = 6367,4475 \text{ km} + 405 \text{ km} = 6772,4475 \text{ km}.$$

Avaruusasemaan vaikuttaa Maapallon aiheuttama painovoima $\overline{G}$, joka aiheuttaa sille keskeiskiihtyvyyden $\overline{a}_n$ kohti ympyräradan keskipistettä, eli maapallon keskipistettä. Avaruusasemalla on ratanopeus $\overline{v}$, joka on ympyräradan tangentin suuntainen, eli kohtisuorassa keskeiskiihtyvyyttä vastaan.



1p

Merkitään avaruusaseman massaa m :llä ja maapallon massaa M :llä. Avaruusaseman liikeyhtälö on Newtonin II lain nojalla

$$\begin{aligned}\sum \vec{F} &= m\vec{a} \\ \vec{G} &= m\vec{a}_n \\ G &= ma_n\end{aligned}$$

Sijoitetaan $G = \gamma \frac{mM}{r^2}$ ja $a_n = \frac{v^2}{r}$.

$$\begin{aligned}\gamma \frac{mM}{r^2} &= m \frac{v^2}{r} \\ \gamma \frac{M}{r} &= v^2\end{aligned}$$

1p(2p)

$$v = \left(\pm\right) \sqrt{\frac{\gamma M}{r}}$$

$$v = \sqrt{\frac{6,67259 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2} \cdot 5,974 \cdot 10^{24} \text{ kg}}{6772,4475 \cdot 10^3 \text{ m}}}$$

$$v = 7671,971 \dots \text{ m/s}$$

$$\approx 7670 \text{ m/s.}$$

Vastaus: Avaruusaseman nopeus on 7670 m/s.

1p(3p)

- b) Avaruusasema kulkee tehtävänannon mukaan ympyräradalla, jonka säde on r , joten yhdellä kierroksella kuljettu matka on $s = 2\pi r$.

$$v = \frac{s}{\Delta t} \quad \parallel \cdot \frac{\Delta t}{v}$$

$$\Delta t = \frac{s}{v}$$

$$\Delta t = \frac{2\pi r}{v}$$

$$\Delta t = \frac{2\pi \cdot 6772,4475 \cdot 10^3 \text{ m}}{7671,971 \dots \text{ m/s}}$$

$$= 5546,493 \dots \text{ s}$$

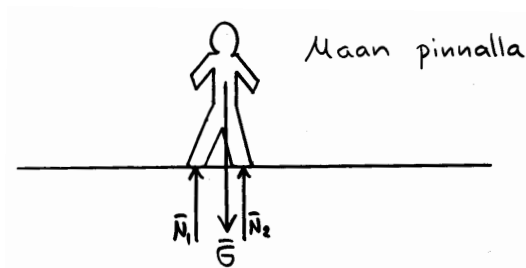
$$= 92,441 \dots \text{ min}$$

$$\approx 92,4 \text{ min.}$$

Vastaus: Yksi kierros maapallon ympäri kestää 92,4 min.

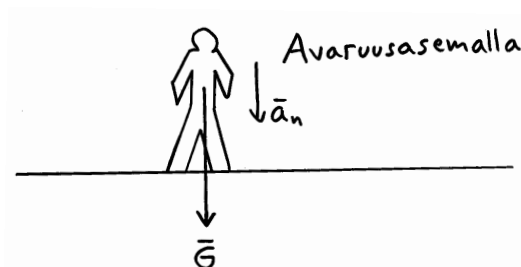
1p(4p)

- c) Kun ihminen on maapallon pinnalla ja esimerkiksi istuu tuolissa tai seisoo maanpinnalla, häneen vaikuttaa painovoiman lisäksi pinnan tukivoima.



Lisäksi jos ihminen maanpinnalla esimerkiksi hyppää ilmaan, hän havaitsee putoavansa kiihtyvästi aina samaan suuntaan (eli alaspäin) ympäristöönsä nähden.

Avaruusasemalla oleva ihminen on avaruusaseman mukana ympyräliikkeessä, joten ihmiseen kohdistuva maapallon aiheuttama painovoima aiheuttaa ihmiselle saman keskeiskiihtyvyyden kuin avaruusasemallakin on. Näin ollen kun ihminen istuu tuolilla tai seisoo lattialla avaruusasemalla, häneen ei kohdistu merkittävää pinnan tukivoimaa.

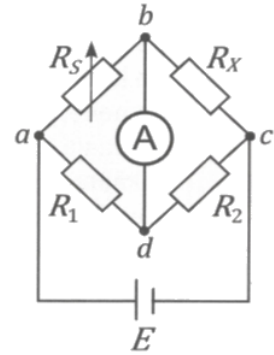


Toisaalta jos ihminen hyppää avaruusasemalla ilmaan, hän leijailee (avaruusaseman suhteen) hypyn suuntaan, koska hän ja avaruusasema ovat molemmat samanlaisessa painovoiman alaisessa liikkeessä.

Painon kokemus syntyy tukivoiman tuntemuksesta sekä siitä, että näkee putoavansa ympäristön suhteen. Avaruusasemalla näitä ei ole, joten ihminen kokee olevansa painoton.

2p(6p)

11. Vastuksen resistanssi R_X määritetään oheisella Wheatstonen siltakytkenällä. Tunnettujen vastusten resistanssit ovat $R_1 = 2,00 \text{ k}\Omega$ ja $R_2 = 3,00 \text{ k}\Omega$. Piirissä on myös säätövastus. Kun sen resistanssi säädetään arvoon $R_S = 1,48 \text{ k}\Omega$, niin pisteiden b ja d väliseksi potentiaalieroksi tulee 0 V . Tällöin virtamittarin läpi ei kulje sähkövirtaa. Kuinka suuri on tuntemattoman vastuksen resistanssi R_X ?



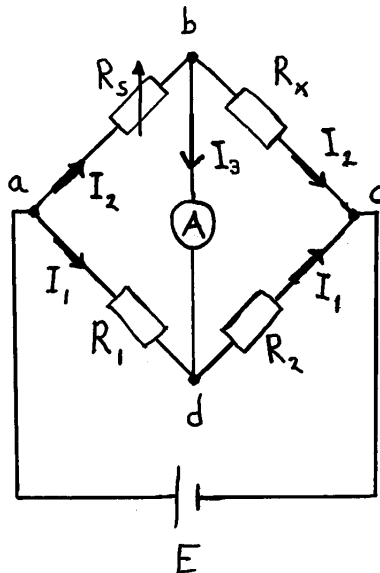
Ratkaisu.

$$R_1 = 2,00 \text{ k}\Omega$$

$$R_2 = 3,00 \text{ k}\Omega$$

$$R_S = 1,48 \text{ k}\Omega$$

RATKAISUVAIHTOEHTO 1:



Koska $I_3 = 0$, kulkee vastusten R_S ja R_X läpi sama virta I_2 ja vastusten R_1 ja R_2 läpi sama virta I_1 . Tehtävänannon mukaan $V_b = V_d$, joten

$$\begin{cases} U_{ab} = U_{ad} \\ U_{bc} = U_{dc} \end{cases}$$

2p

Ohmin lain nojalla $U = RI$.

$$\begin{cases} R_S I_2 = R_1 I_1 & (1) \\ R_X I_2 = R_2 I_1 & (2) \end{cases}$$

2p(4p)

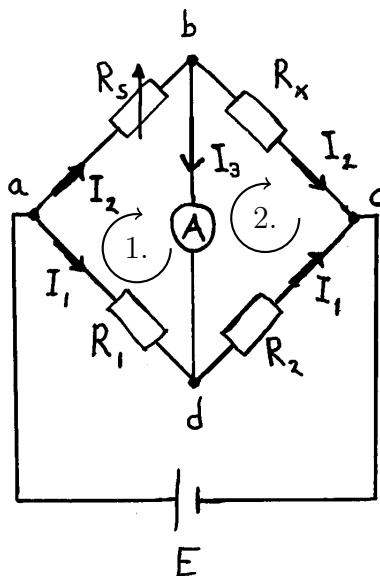
Tästä seuraa, että

$$\begin{aligned} \frac{R_X I_2}{R_S I_2} &= \frac{R_2 I_1}{R_1 I_1} \parallel \cdot R_S \\ R_X &= \frac{R_2}{R_1} R_S \\ R_X &= \frac{3,00 \text{ k}\Omega}{2,00 \text{ k}\Omega} \cdot 1,48 \text{ k}\Omega \\ &= 2,22 \text{ k}\Omega \end{aligned}$$

Vastaus: Kysytty resistanssi on 2,22 kΩ.

2p(6p)

RATKAISUVAIHTOEHTO 2:



Kirchhoffin II lain nojalla silmukoista 1 ja 2 saadaan

$$1 : \quad \sum_d \Delta V = 0$$

$$R_1 I_1 - R_S I_2 = 0$$

$$R_S I_2 = R_1 I_1 \quad (3) \quad 2\text{p}$$

$$2 : \quad \sum_b \Delta V = 0$$

$$-R_X I_2 + R_2 I_1 = 0$$

$$R_X I_2 = R_2 I_1 \quad (4) \quad 2\text{p}(4\text{p})$$

Tästä seuraa, että

$$\frac{R_X \cancel{I_2}}{R_S \cancel{I_2}} = \frac{R_2 \cancel{I_1}}{R_1 \cancel{I_1}} \parallel \cdot R_S$$

$$R_X = \frac{R_2}{R_1} R_S$$

$$R_X = \frac{3,00 \text{ k}\Omega}{2,00 \text{ k}\Omega} \cdot 1,48 \text{ k}\Omega$$

$$= 2,22 \text{ k}\Omega$$

Vastaus: Kysytty resistanssi on 2,22 kΩ. 2p(6p)

+12. Selosta jokin menetelmä, jolla voidaan määrittää läpinäkyvän nesteen

- a) tiheys
- b) ominaislämpökapasiteetti
- c) taitekerroin.

Kerro, mitä välineitä käytetään, mitä suureita mitataan ja miten kysytty suure lasketaan. Mitkä tekijät kussakin koejärjestelyssä vaikuttavat oleellisesti tuloksen luotettavuuteen ja tarkkuuteen?

Ratkaisu.

- a) Punnitaan vaa'alla tyhjä mittalasi ja kirjataan lukema muistiin (m_1). Mitataan mittalasiin tietty tilavuus nestettä ja kirjataan lukema muistiin (V). Punnitaan mittalasi uudestaan, kun siellä on mitattu tilavuus nestettä, ja kirjataan lukema muistiin (m_2).

Lasketaan tutkittavan nesteen tiheys.

$$\rho = \frac{m_N}{V}$$
$$\rho = \frac{m_2 - m_1}{V}$$

Tuloksen tarkkuuteen vaikuttaa punnittaessa käytetyn vaa'an tarkkuus. Mittauksen luotettavuuteen punnittaessa vaikuttaa se, miten tarkasti vaa'ka on kalibroitu. Tilavuutta mitattaessa tarkkuuteen vaikuttaa mitta-pullon mitta-asteikon tarkkuus sekä luotettavuuteen se, miten huolellisesti mittaaja lukee tuloksen mitta-asteikolta. Mittaus kannattaa toistaa useamman kerran ja laskea keskiarvo niistä arvoista, jotka eivät poikkea merkittävästi muista.

3p

- b) Punnitaan nesteen massa a-kohdassa esitetyllä tavalla (m_N) ja laitetaan neste hyvin eristettyyn kalorimetriin. Mitataan lämpömittarilla nesteen lämpötila ja merkitään se muistiin (T_1).

Vaihtoehto 1: Punnitaan tarkasti metalliesine (massa m_M), jonka ominaislämpökapasiteetti tunnetaan. Lämmitetään se kiehuvaan veteen $T_M = 100^\circ\text{C}$:n lämpötilaan ja laitetaan tuntemattoman nesteen kanssa kalorimetriin. Konvektion takia nesteen ja metalliesineen lämpötilat tasoittuvat nopeasti. Mitataan nesteen loppulämpötila (T_2).

Lasketaan tutkitun nesteen ominaislämpökapasiteetti, kun tiedetään, että metallikappaleen luovuttama lämpömäärä on yhtä suuri kuin nesteen vastaanottama lämpömäärä.

$$Q_N = Q_m$$

$$c_N m_N \Delta T_N = c_M m_M \Delta T_M$$

Sijoitetaan $\Delta T_N = T_2 - T_1$ ja $\Delta T_M = T_M - T_2$

$$c_N m_N (T_2 - T_1) = c_M m_M (T_M - T_2) \quad || : m_N (T_2 - T_1)$$

$$c_N = \frac{c_M m_M (T_M - T_2)}{m_N (T_2 - T_1)}.$$

Nesteen ja metallikappaleen lämpötilat tasoittuvat nopeasti ja kun lisäksi kalorimetri on hyvin eristetty, lämpövuodot ovat vähäiset, eivätkä aiheuta suurta virhettä. Nesteen ja metallikappaleen punnituksessa tarkkuuteen ja luotettavuuteen vaikuttavat samat asiat kuin a-kohdassa. Lisäksi lämpötilan mittauksessa tarkkuuteen vaikuttaa mittarin tarkkuus ja luotettavuuteen mittarin kalibrointi. Mikäli kyseessä on analoginen lämpömittari, luotettavuuteen vaikuttaa myös se, miten huolellisesti mittaaaja lukee mitta-asteikkoa. Tarkkuuteen vaikuttaa myös se, miten tarkasti metalliesineen ominaislämpökapasiteetti on annettu käytetyssä taulukossa.

Tässäkin mittaus kannattaa toistaa useamman kerran ja laskea keskiarvo niistä arvoista, jotka eivät poikkea merkittävästi muista.

Vaihtoehto 2: Laitetaan kalorimetriin uppolämmitin. Teho, jolla lämmitin lämmittää nestettä, voi joko olla ilmoitettu lämmittimessä tai sen voi selvittää mittaamalla lämmittimen jännitteen (U) ja sähkövirran (I) yleismittarilla, sillä lämmittimessä kuluva sähköteho $P = UI$ ilmenee vastuslangan lämpenemisenä ja siitä lähtevänä lämpösäteilynä, joten lämmitin kuluttama sähköenergia on hyvällä tarkkuudella sama kuin nesteen vastaanottama lämpö.

Mitataan tarkasti sekuntikellolla aika (Δt), kun uppolämmitin lämmittää nestettä kalorimetrissä, ja lämmityksen päätyttyä mitataan nesteen lämpötila T_2 . Lasketaan nesteen ominaislämpökapasiteetti.

$$Q_{\text{lämmitin}} = Q_N$$

$$UI \Delta t = c_N m_N \Delta T_N$$

$$UI \Delta t = c_N m_N (T_2 - T_1) \quad || : (m_N (T_2 - T_1))$$

$$c_N = \frac{UI \Delta t}{m_N (T_2 - T_1)}.$$

Lämpövuodot ovat vähäiset, jos kalorimetri on hyvin eristetty. Lämpötilan tasoittumista voi nopeuttaa sekoittamalla nestettä varovasti samalla, kun sitä lämmitetään. Nesteen punnituksen tarkkuuteen ja luotettavuuteen vaikuttavat asiat ovat samat kuin a-kohdassa, ja lämpötilan mittauksen tarkkuuteen ja luotettavuuteen vaikuttavat asiat ovat samat kuin vaihtoehdossa 1. Mittauksen tarkkuuteen vaikuttaa myös yleismittarin tarkkuus tai se, kuinka tarkasti lämmittimessä ilmoitettu teho vastaa sen todellista tehoa.

Tässäkin mittausta kannattaa toistaa useamman kerran ja laskea keskiarvo niistä arvoista, jotka eivät poikkea merkittävästi muista.

3p(6p)

Lisävaihtoehto 3: Täydet pisteet olisi mahdollisesti saanut myös selostamalla Joulen kokeen. Joulen kokeessa langan varassa putoaa hitaasti punnus, ja lanka pyörittää akselia, jossa on kiinni siivekkeitä, jotka sekoittavat vettä eristetyssä astiassa. Kun astia on hyvin eristetty ja nesteen lämpötilanmuutos mitataan veden virtauksen lakattua, voidaan kohtuullisella tarkkuudella olettaa, että nesteen vastaanottama lämpömäärä on yhtä suuri kuin punnituksen potentiaalienergian muutos.

- c) Laitetaan neste läpinäkyvään astiaan. Asetetaan astian taakse kulmaastelevy siten, että levy on pystysuorassa esimerkiksi taulua vasten ja siten, että astia lepää pöydän päällä. Annetaan nestepinnan tasoittua täysin ja kohdistetaan sitten esim. kynälaserilla valonsäde veden pintaan. Kohdistus tehdään niin, että kulmaastelevystä voidaan lukea valonsäteiden tulo- ja taitteulma (α_1). Näin tehden voidaan lukea myöskin taittuneen säteen taitteulma (α_2).

Lasketaan tutkitun nesteen taitekerroin. Katsotaan ilman taitekerroin (n_1) taulukosta.

Taittumislain mukaan on

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{n_2}{n_1} \quad \parallel \cdot n_1$$

$$n_2 = \frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} \cdot n_1$$

Mittauksen tarkkuuteen vaikuttaa mitta-astelevyn mitta-asteikon tarkkuus. Lisäksi tarkkuuteen vaikuttaa se, miten tarkasti ilman taitekerroin on annettu käytetyssä taulukossa. Mittauksen luotettavuuteen vaikuttaa

se, miten tarkasti mitta-astelevy saadaan asetettua samaan tasoon nestepinnan kanssa. Luotettavuuteen vaikuttaa myös se, miten huolellisesti mittaaaja lukee mitta-asteikkoa. Mittaus kannattaa toistaa useamman kerran ja laskea keskiarvo niistä arvoista, jotka eivät poikkea merkittävästi muista.

3p(9p)

- +13. a) Mitä tarkoittaa maapallon ilmastoon liittyvä termi kasvihuoneilmiö? (2 p.)
b) Miten ilmakehän vesihöyry vaikuttaa ilmastoon? (2 p.)
c) Ilmakehässä on luonnostaan hiilidioksidia. Ihmisen toiminnassa syntyy hiilidioksidia esimerkiksi käytettäessä hiiliperäisiä polttoaineita. Mistä johtuu, että ilmakehän lisääntynyt hiilidioksidipitoisuus muuttaa ilmastoja? (3 p.)
d) Ilmastonmuutoksessa keskilämpötilan ennustetaan nousevan erityisesti napaluilla. Miten mannerjäätiköiden ja napa-alueiden merijäätiköiden sulaminen voi kiihdyttää lämpötilan nousua? (2 p.)

Ratkaisu.

- a) Auringosta tuleva lyhytaaltainen säteily absorboituu maanpintaan ja kaasukehään lämmittäen niitä. Osa ilmakehän kaasuista estää tehokkaasti maanpinnan ja ilmakehän emittoiman pidempiaaltoisen lämpösäteilyn karkaamisen avaruuteen, koska lämpösäteily absorboituu tehokkaasti näihin ns. kasvihuonekaasuihin ja heijastuu osittain takaisin maanpinnalle. Näin lämpöä ei karkaa maapallolta läheskään niin tehokkaasti kuin tapahtuisi ilman kaasukehää, ja maapallon keskilämpötila pysyy korkeampana. Tätä kutsutaan kasvihuoneilmiöksi. _____ 2p
- b) Ilmakehän vesihöyry on merkittävin kasvihuonekaasu, eli se absorboi tehokkaasti maanpinnan säteilemää lämpösäteilyä ja myös heijastaa sitä takaisin maanpinnalle nostaten maapallon keskilämpötilaa. _____ 2p(4p)
- c) Hiilidioksidi on vesihöyryn jälkeen merkittävin kasvihuonekaasu, jonka lisääntyminen ilmakehässä jo sinänsä voimistaa a-kohdassa kuvattua kasvihuoneilmiötä ja nostaa maapallon keskilämpötilaa. Lämpeneminen taas lisää vesihöyryn määrää ilmakehässä, mikä entisestään vahvistaa kasvihuoneilmiötä ja maapallon lämpenemistä. _____ 3p(7p)
- d) Vaaleat jäätikköalueet heijastavat tehokkaasti auringosta tulevaa säteilyenergiaa takaisin pois maapallolta ja estävät säteilyn absorboitumisen jään alla olevaan tummempaan maanpintaan. Kun kasvihuoneilmiöstä johtuen maapallon lämpötila nousee, jäätä sulaa ja jäätikköalueet vähenevät, jolloin tämä maapallon lämpenemistä hillitsevä jäätiköiden vaikutus vähenee. Tämä kiihdyttää sitten entisestään lämpötilan nousua. Ikiroidan ja merijään sulaessa vapautuu ilmakehään niiden sisältämää metaania, joka on myös kasvihuonekaasu. _____ 2p(9p)