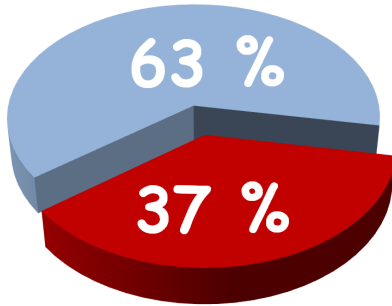


Tiesitkö tätä?

MAFY:n lääkiskurssi 2,2-kertaistaa mahdollisuutesi päästä sisään yhdellä yrityksellä. Poikkeuksellisen kovista tuloksista johtuen lääkikset alkavatkin täyttyä MAFY:n kurssilaisista.



**MAFY:n asiakkaat veivät 37 %
Helsingin suomenkielisen
yleislääkiksen paikoista vuonna
2017.**

Lääkiskurssi

- 4-8 täysmittaista harjoituspääsykoetta oikeassa koelassissa.
- Yksilöllinen opetus mahdollistaa etenemisen omassa tahdissa. Kaikissa kemian ja biologian ryhmissä korkeintaan 16 oppilasta yhtä opettajaa kohden ja fysiikassa korkeintaan 11 oppilasta yhtä opettajaa kohden.
- Voit aloittaa valintasi mukaan 30.10., 8.1., 19.2. tai 27.3. Oppitunnin ajankohdaksi voi yleensä valita aamun, iltapäivän tai illan.
- **Helsinki – Tampere – Jyväskylä**

DI-pääsykoekurssi

- Voit harjoitella matematiikkaa, fysiikkaa ja kemiaa pääsykoetta varten.
- 4 täysmittaista harjoituskoetta kustakin aineesta ja pitkällä kurssilla lisäksi 2 yo-harjoituskoetta kustakin aineesta.
- Pitkä kurssi 27.3. - 25.5. ja kevätkurssi 19.2. - 25.5.
- **Helsinki – Jyväskylä**

Fysiikka, syksy 2017

Mallivastaukset, 18.9.2017

Mallivastausten laatimisesta ovat vastanneet filosofian maisteri Teemu Kekkonen ja diplomi-insinööri Antti Suominen. Antti ja Teemu ovat perustaneet MAFY-valmennuksen, jota ennen Teemu opetti 5 vuotta lukiossa ja Antti toimi tuntiopettajana TKK:lla. Nykyään Teemu vastaa MAFY:n Jyväskylän kursseista ja Antti vastaa Mafynetti-ohjelman kehityksestä. Muut mallivastaustiimin jäsenet ovat Sakke Suomalainen, Matti Virolainen ja Viljami Suominen. Nämä mallivastaukset ovat Antti Suominen Oy:n omaisuutta.

MAFY-valmennus on Helsingissä toimiva, valmennuskursseihin sekä matematiikan ja luonnontieteiden opetukseen erikoistunut yritys. Palveluitamme ovat

- lääketieteellisen valmennuskurssit
- DI-valmennuskurssit
- yo-kokeisiin valmentavat kurssit
- Mafynetti - sähköinen oppimateriaali.

Julkaisemme internet-sivuillamme kaiken palautteen, jonka asiakkaat antavat kurssleistamme. Näin varmistamme, että palveluistamme kiinnostuneilla ihmisillä on mahdollisuus saada tarkka ja rehellinen kuva siitä, mitä meiltä voi odottaa.

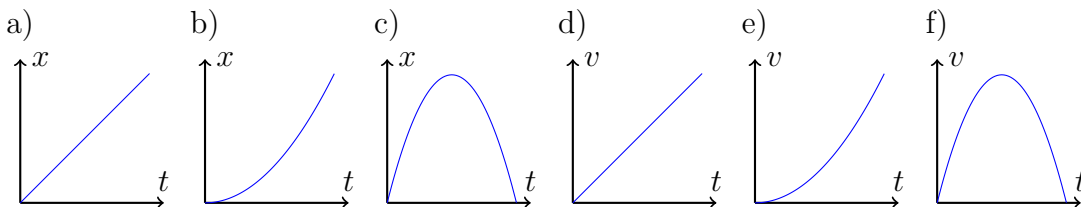
Tämä asiakirja on tarkoitettu yksityishenkilöille opiskelukäyttöön. Kopion tästä asiakirjasta voi ladata MAFY-valmennuksen sivuilta www.mafyvalmennus.fi. Käyttö kaikissa kaupallisissa tarkoituksissa on kielletty. Lukion fysiikan opettajana voit käyttää tätä tehtäväpakettia oppimateriaalina lukiokursseilla.

MAFY-valmennuksen yhteystiedot:

www.mafyvalmennus.fi/yhteystiedot

info@mafyvalmennus.fi

1. Kuvaajat a-f esittävät erilaisia tilanteita, joissa kappale liikkuu suoraviivaisesti. Kuvaajissa t on aika, x kappaleen paikka ja v kappaleen nopeus. Jokaisessa kuvaajassa akselit leikkaavat origossa. Kopioi oheinen taulukko vastauspaperiisi ja valitse jokaiseen tilanteeseen parhaiten sopivat liikkeen kuvaukset. Jokaiseen tilanteeseen sopii yksi tai useampi vaihtoehto.



	a	b	c	d	e	f
A) Kappaleen liike on tasaista.						
B) Kappaleen liike on kiihtyvää tai hidastuvaa.						
C) Hetkellä $t = 0$ s kappale on levossa.						
D) Kappale on samassa paikassa liikkeen alussa ja lopussa.						

Ratkaisu.

	a	b	c	d	e	f
A) Kappaleen liike on tasaista.	X					
B) Kappaleen liike on kiihtyvää tai hidastuvaa.		X	X	X	X	
C) Hetkellä $t = 0$ s kappale on levossa.		X		X	X	X
D) Kappale on samassa paikassa liikkeen alussa ja lopussa.			X			

1p/oikein täytetty sarake_____

6p

Huomautus korjaajalle: Ratkaisussa on tulkittu tehtävänannon sanamuoto ”parhaiten sopivat” siten, että jos kuvaajan lukutarkkuudella liikkeen kuvaus näyttäisi olevan totta, eikä lukutarkkuuden rajoissa voida päätellä päinvastaista, tulkitaan liikkeen kuvaus sopivaksi kyseiseen tilanteeseen.

Tämän tulkinnojan nojalla on valittu, että kuvaus B sopii tilanteeseen c, sillä liike on jokaisella hetkellä joko kiihtyvää tai hidastuvaa, mutta kuvaus B ei sovi tilanteeseen f, sillä siinä kiihtyvyys on hetkellisesti nolla. Tulkinnojan nojalla

on myös valittu, että kuvaus C sopii tilanteeseen b, sillä kuvaajasta katsoen paikan kuvaajan tangentin kulmakerroin lähestyy nollaa, kun lähestytään oikealta ajanhetkeä $t = 0$, eikä kuvaaja erityisesti näytä siltä, että tangentti olisi muuta kuin vaakasuora.

Lisäselitykset, joita ei vaadita vastauksessa:

Liikkeen kuvaus A: Liike on tasaista, jos nopeus pysyy vakiona. Tällöin paikan kuvaaja on suora ja nopeuden kuvaaja on vaakasuora. Näin ollen kuvaus A sopii hyvin vain tilanteeseen a.

Liikkeen kuvaus B: Liike on kiihtyvää tai hidastuvaa, jos kiihtyvyys ei ole nolla. Kuvaajassa a liike on tasaista, joten kiihtyvyys on nolla, eli kuvaus B ei sovi kuvaajaan a. Kuvaajassa b tangentti jyrkkenee ajan kuluessa, eli nopeus kasvaa koko ajan, jolloin kiihtyvyys on koko ajan positiivinen. Näin ollen kuvaus B sopii kuvaajaan b. Vastaavasti kuvaajassa c tangentin kulmakerroin pienenee ajan kuluessa nollaan ja sitten pienenee negatiiviseksi, joten nopeus pienenee siinä nollaan ja sitten kappale vaihtaa suuntaa ja nopeuden suuruus kasvaa. Kiihtyvyys on siis koko ajan negatiivinen, eli kuvaus B sopii tilanteeseen c. Kuvaajien d ja e tapauksessa nopeus kasvaa koko ajan, joten kiihtyvyys on koko ajan positiivista ja kuvaus B sopii siis myös tilanteisiin d ja e. Nopeuden kuvaajassa f tangentin kulmakerroin on tietyllä hetkellä nolla (suurin nopeus), jolloin kiihtyvyys on hetkellisesti nolla. Tällöin kuvaajan f tapauksessa liikkeen kuvaus B ei ole tosi tällä hetkellä, joten tulkitaan, että liikkeen kuvaus B ei vastaa ”parhaiten” tilannetta f.

Liikkeen kuvaus C: Se, että kappale on levossa, tarkoittaa sitä, että kappaleen nopeus on nolla. Kuvaajien d, e ja f tapauksessa nähdään selkeästi, että kuvaajat lähtevät origosta, joten nopeus on nolla hetkellä $t = 0$, eli kuvaus C sopii tilanteisiin d, e ja f. Tilanteessa b kuvaajan tangentin kulmakerroin lähestyy nollaa, kun lähestytään oikealta ajanhetkeä $t = 0$, joten kuvaajan lukutarkkuuden rajoissa näyttää siltä, että nopeus on ollut nolla hetkellä $t = 0$. Näin ollen liikkeen kuvaus C sopii tilanteeseen b. Kuvaajien a ja c tangentin kulmakerroin on positiivinen hetkellä $t = 0$, joten niiden nopeus ei ole tällöin nolla ja siis liikkeen kuvaus C ei sovi tilanteisiin a ja c.

Liikkeen kuvaus D: Kuvaajissa a ja b paikkakoordinaatti on lopuksi eri kuin aluksi, ja kuvaajissa d, e ja f nopeus on koko ajan positiivinen, joten kappale kulkee niissä koko ajan samaan suuntaan. Näin ollen liikkeen kuvaus D ei sovi tilanteisiin a, b, d, e ja f. Kuvaajassa c paikkakoordinaatti on aluksi ja lopuksi nolla, joten se on samassa paikassa liikkeen alussa ja lopussa, eli liikkeen kuvaus D sopii tilanteeseen c.

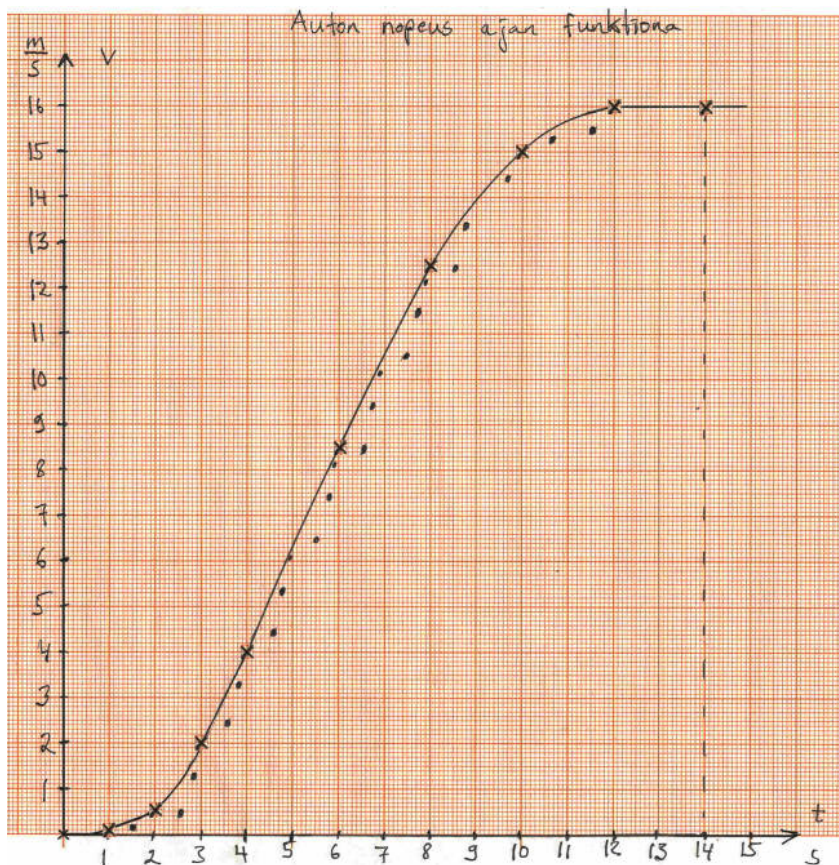
2. Liikennevaloista suoraan eteenpäin lähtevän auton nopeus mitattiin ajan funktiona. Mitatut arvot on annettu oheisessa taulukossa.

t (s)	0,0	1,0	2,0	3,0	4,0	6,0	8,0	10,0	12,0	14,0
v (m/s)	0,0	0,1	0,5	2,0	4,0	8,5	12,5	15,0	16,0	16,0

- Piirrä kuvaaja auton nopeudesta v ajan t funktiona. (3 p.)
- Määritä auton kulkema matka aikavälillä $0,0 \dots 14,0$ s käyttäen graafista integrointia tai laskinta. (2 p.)
- Määritä auton keskinopeus aikavälillä $0,0 \dots 14,0$ s. (1 p.)

Ratkaisu.

- Merkitään kuvaajan alle jäävät puolikkaat ruudut pienillä pisteillä laske-
misen helpottamiseksi.



3p

- b) Matkaa vastaa t - v -kuvaajassa käyrän $v(t)$ ja t -akselin rajoittama fysikaalinen pinta-ala. Kuvaajassa käyrän $v(t)$ ja t -akselin väliin aikavälillä $0 \dots 14$ s jää 22 puolikasta ruutua ja 118 kokonaista ruutua.

Yksi ruutu vastaa matkaa

$$1 \text{ m/s} \cdot 1 \text{ s} = 1 \text{ m.}$$

1p(4p)

Siten aikavälillä $0 \dots 14$ s auton kulkema matka on

$$\frac{22}{2} \cdot 1 \text{ m} + 118 \cdot 1 \text{ m} = 129 \text{ m} \approx 130 \text{ m}.$$

Vastaus: Kysytty matka on 130 m.

1p(5p)

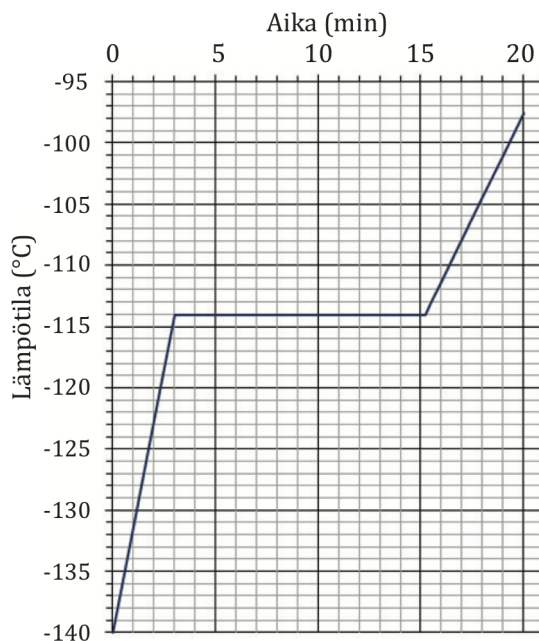
- c) Edellisen kohdan perusteella kuljettu matka $s = 129$ m. Keskinopeus:

$$v_k = \frac{s}{t} = \frac{129 \text{ m}}{14 \text{ s}} = 9,21428 \dots \text{ m/s} \approx 9,2 \text{ m/s}$$

Vastaus: Keskinopeus on 9,2 m/s.

1p(6p)

3. Kylmää kiinteää kappaletta, jonka massa on 0,394 kg, aletaan lämmittää 55,0 W vakioteholla. Kappaleen lämpötila ajan funktiona on esitetty kuvassa.
- Jonkin ajan kuluttua lämmityksen aloittamisesta aine, josta kappale muodostuu alkaa sulaa. Missä lämpötilassa tämä tapahtuu? (1 p.)
 - Määritä aineen ominaissulamislämpö kuvaajan avulla. (2 p.)
 - Määritä aineen ominaislämpökapasiteetti nesteinä. (2 p.)
 - Mikä aine on kyseessä? (1 p.)



Ratkaisu.

- a) Kun kappaletta lämmitetään, sen lämpötila kasvaa, paitsi olomuodon muutosten aikana. Olomuodon muutoksen aikana lämpötila taas on vakio, sillä energia ei mene kappaleen lämmittämiseen, vaan olomuodon muutokseen. Siten aika-lämpötila-kuvaajassa käyrän vaakasuoralla osalla tapahtuu olomuodon muutos, eli tässä sulaminen. Kuvaajasta nähdään, että tämä tapahtuu -114 °C:n lämpötilassa.

1p

- b) Kuvaajan vaakasuoran osan pituus, eli sulamisaika, on

$$t_S = 15,3 \text{ min} - 3,0 \text{ min} = 12,3 \text{ min} = 12,3 \cdot 60 \text{ s} = 738 \text{ s}.$$

Sulamisen aikana kappale vastaanottaa lämpömäärän

$$\begin{aligned}
 Q &= sm \\
 Pt_S &= sm \quad \text{1p(2p)} \\
 s &= \frac{P \cdot t_S}{m} \\
 s &= \frac{55,0 \text{ W} \cdot 738 \text{ s}}{0,394 \text{ kg}} \\
 s &= 103\,020,30 \dots \text{ J/kg} \\
 &\approx \underline{\underline{103 \text{ kJ/kg}}} \quad \text{1p(3p)}
 \end{aligned}$$

- c) Kun aine on nesteenä, lämpötilan kuvaaja on suora. Aine vastaanottaa aikavälillä Δt lämpömäärän

$$\begin{aligned}
 Q &= c_n m \Delta T \\
 P \Delta t &= c_n m \Delta T \quad \text{1p(4p)} \\
 \frac{\Delta T}{\Delta t} &= \frac{P}{c_n m} = k, \quad (1)
 \end{aligned}$$

missä k on suoran kulmakerroin.

Aine on nestettä kuvaajan oikeassa osassa ajanhetkestä $t = 15,3 \text{ min}$ alkaen. Tällöin kulmakerroin on

$$k = \frac{\Delta T}{\Delta t} = \frac{-97,7^\circ\text{C} - (-114^\circ\text{C})}{20 \text{ min} - 15,3 \text{ min}} = \frac{16,3^\circ\text{C}}{282 \text{ s}} = 0,057801 \dots ^\circ\text{C/s}$$

Yhtälöstä (1) saadaan

$$\begin{aligned}
 c_n &= \frac{P}{mk} \\
 c_n &= \frac{55,0 \text{ W}}{0,394 \text{ kg} \cdot 0,057801 \dots ^\circ\text{C/s}} \\
 c_n &= 2\,415,06026 \dots \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}} \\
 c_n &\approx \underline{\underline{2,42 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}}} \quad \text{1p(5p)}
 \end{aligned}$$

- d) Taulukkokirjasta etanolille löytyy arvot

sulamispiste $-114,1^{\circ}\text{C}$

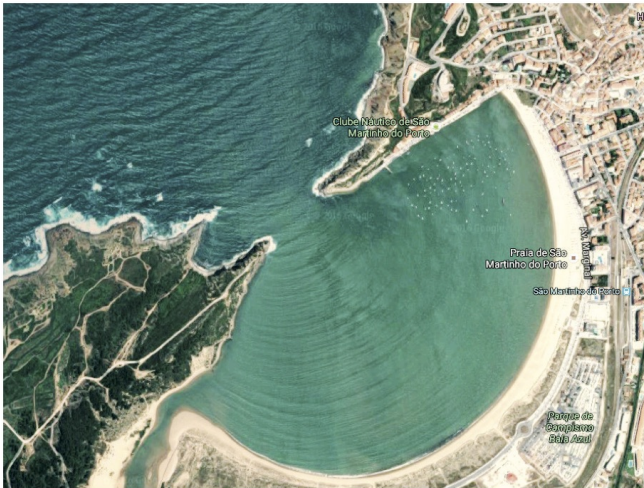
ominaissulamislämpö 102 kJ/kg

ominaislämpökapasiteetti (neste) $2,43\frac{\text{kJ}}{\text{kg}\cdot^{\circ}\text{C}}$

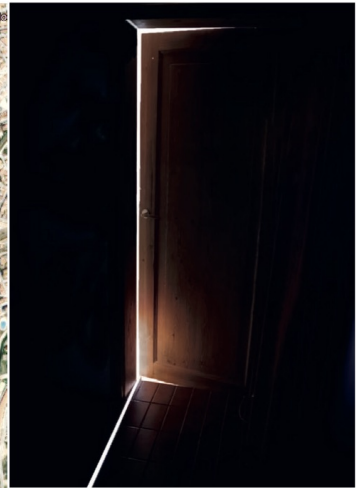
Nämä ovat kaikki niin lähellä kuvaajasta pääteltyjä arvoja (-114°C , 103 kJ/kg ja $2,42\frac{\text{kJ}}{\text{kg}\cdot^{\circ}\text{C}}$), että kyseinen aine on etanolia.

1p(6p)

4. a) Satelliittikuvassa A näkyy erään portugalilaisen kylän edustalla sijaitseva poukama. Avomereltä saapuvat aallot kulkevat poukamaan 200 m leveään aukon lävitse. Arvioi kuvan perusteella mereltä aukkoon saapuvien mairinkien aallonpituus. (1 p.)
- b) Selitä kuvassa A näkyvä aaltorintamien muodon muuttuminen. (2 p.)
- c) Kuvassa B on esitetty pimeään huoneeseen kapeasta ovenraosta kajastava valo. Miksi kuvassa A vesiaallot leviävät täyttäen poukaman, mutta kuvassa B valo ei leviä ovenraosta kulkiessaan? (3 p.)



Kuva A (kuva: Google Maps)



Kuva B (kuva: YTL)

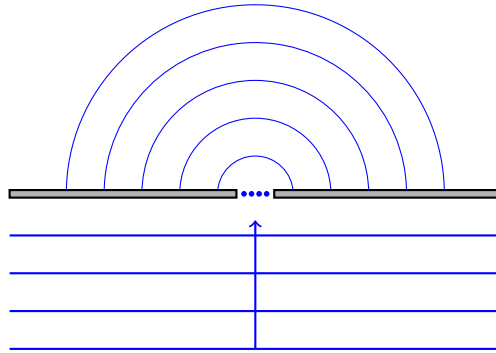
Ratkaisu.

- a) Viivaimella kuvasta mittaamalla saadaan, että aukko on noin 7 mm leveä, ja aallonharjojen etäisyys ennen aukon läpäisemistä on noin 2 mm. Näin ollen saadaan verrannolla aallonpituudeksi noin

$$\lambda_1 \approx \frac{2 \text{ mm}}{7 \text{ mm}} \cdot 200 \text{ m} = 57,14 \dots \text{ m} \approx \underline{60 \text{ m.}}$$

1p

- b) Huygensin periaatteen mukaan jokainen aaltorintaman piste on uuden pallomaisen (tai pinta-aaltojen tapauksessa ympyrämuotoisen) alkeisaallon lähde. Tämä tarkoittaa sitä, että jos aaltorintama kohtaa esteen, kuten kapean aukon, sen muoto muuttuu, koska alkeisaallot ovat pallomaisia ja näin ollen aaltorintama pääsee ”taipumaan” esteen taakse. Tätä taipumissilmiötä kutsutaan diffraktioksi.



2p(3p)

- c) Kapean raon diffraktio-ilmiö havaitaan kunnolla vain, jos raon leveys on samaa suuruusluokkaa aaltorintaman aallonpituuden kanssa. _____

1p(4p)

Mitä suurempi rako on, sitä suurempi osa sen läpäisevistä aalloista jatkaa taittumatta, ja vain raon reunojen läheisyydessä (aallonpituuden suuruusluokan etäisyydellä reunoista) tapahtuu merkittävästi diffraktiota.

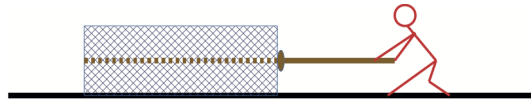
Veden aaltojen tapauksessa aallonpituus 60 m on samaa suuruusluokkaa aukon leveyden 200 m kanssa, joten diffraktio-ilmiö on voimakas ja siksi aallot täyttävät poukaman. _____

1p(5p)

Näkyvän valon aallonpituus on suuruusluokkaa satoja nanometrejä, eli 10^{-7} m ja 10^{-6} m välissä, mutta oven raon leveys on senttimetrien luokkaa, joten diffraktioilmiötä ei juurikaan havaita, koska vain häviävän pienelle osalle raon läpi tulevasta valosta tapahtuu diffraktio. _____

1p(6p)

5. Painavaa puulaatikkoa yritetään siirtää vetämällä sitä köydellä pitkin puulattiaa. Köysi on kiinnitetty laatikon massakeskipisteen korkeudelle kuvan mukaisesti. Puupintojen välinen lepokitkakerroin on 0,50. Vetäjän massa on 85 kg, ja puulaatikon massa on 120 kg.
- Kuinka suuri kitkavoima laatikkoon suurimmillaan kohdistuu, kun kenkien ja puulattian välinen lepokitkakerroin on 0,50, eli sama kuin puupintojen välinen lepokitkakerroin? Laatikko ei lähdessä tapauksessa liikkeelle. (4 p.)
 - Kuinka suuri pitää kenkien ja puulattian välisen lepokitkakertoimen vähintään olla, jotta laatikko lähtisi liikkeelle? (2 p.)



Ratkaisu.

a)

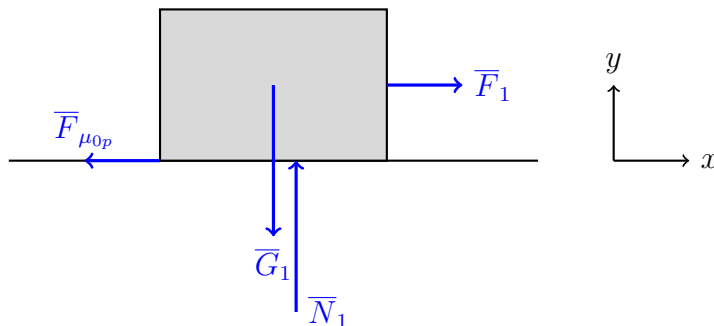
$$m_1 = 120 \text{ kg}$$

$$m_2 = 85 \text{ kg}$$

$$\mu_{0,\text{puulaatikko}} = \mu_{0p} = 0,50$$

$$\mu_{0,\text{kengänpohja}} = \mu_{0k} = 0,50.$$

Piirretään laatikon voimakuvio:



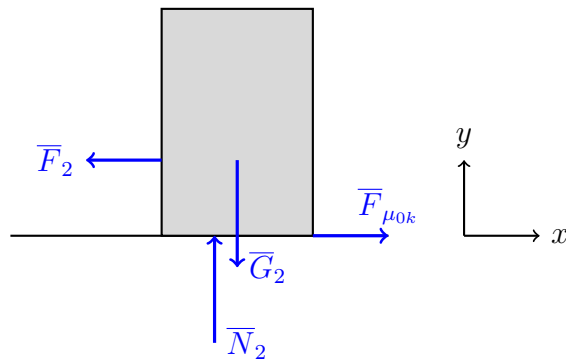
1p

Tehtävänannon mukaan laatikko ei lähdä liikkeelle, eli se pysyy paikallaan,

joten Newtonin II lain nojalla x -suunnassa saadaan

$$\begin{aligned}
 x : \quad \sum \bar{F}_x &= m \underbrace{\bar{a}_x}_0 = \bar{0} \\
 \bar{F}_1 + \bar{F}_{\mu_{0p}} &= \bar{0} \\
 F_1 - F_{\mu_{0p}} &= 0 \\
 F_{\mu_{0p}} &= F_1
 \end{aligned} \tag{1}$$

Piirretään vetäjän voimakuvio:



1p(2p)

Köydessä vaikuttaa joka kohdassa yhtä suuri jännitysvoima, joten $F_2 = F_1$. Näin ollen yhtälöstä (1) saadaan

$$F_{\mu_{0p}} = F_2 \tag{2}$$

Köysi on venymätön, joten koska puulaatikko pysyy paikallaan, myös vetäjä pysyy paikallaan. Näin ollen Newtonin II lailla x -suunnassa saadaan:

$$\begin{aligned}
 x : \quad \sum \bar{F} &= m \underbrace{\bar{a}_x}_0 = \bar{0} \\
 \bar{F}_2 + \bar{F}_{\mu_{0k}} &= \bar{0} \\
 -F_2 + F_{\mu_{0k}} &= 0 \\
 F_2 &= F_{\mu_{0k}}.
 \end{aligned}$$

1p(3p)

Näin ollen yhtälöstä (2) saadaan

$$F_{\mu_{0p}} = F_{\mu_{0k}}. \tag{3}$$

Näin ollen laatikkoon vaikuttaa suurin kitkavoima, kun vetäjän kenkiin vaikuttava kitkavoima on myös suurimmillaan.

Newtonin II lain nojalla y -suunnassa saadaan vetäjälle

$$y : \sum \overline{F} = m \underbrace{\overline{a}_y}_0 = \overline{0}$$

$$\overline{G}_2 + \overline{N}_2 = \overline{0}$$

$$-G_2 + N_2 = 0$$

$$N_2 = G_2$$

$$N_2 = m_2 g,$$

joten suurin mahdollinen vetäjään vaikuttava lepokitka (lähtökitka) on

$$F_{\mu_{0k}max} = \mu_{0k} \cdot N_2 \quad (4)$$

$$= \mu_{0k} m_2 g \quad (5)$$

$$= 0,50 \cdot 85 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad (6)$$

$$= 416,925 \text{ N} \quad (7)$$

Yhtälön (3) nojalla laatikkoon vaikuttava suurin kitkavoima on siis

$$F_{\mu_{0p}max} = 416,925 \text{ N} \approx 420 \text{ N}.$$

Vastaus: Laatikkoon kohdistuu suurimmillaan 420 N suuruinen kitkavoima.

1p(4p)

b) Laatikolle Newtonin II lain nojalla saadaan

$$y : \sum \overline{F} = m \underbrace{\overline{a}_y}_0 = \overline{0}$$

$$\overline{G}_1 + \overline{N}_1 = \overline{0}$$

$$-G_1 + N_1 = 0$$

$$N_1 = G_1$$

$$N_1 = m_1 g,$$

Newtonin toisen lain nojalla laatikko lähtee liikkeelle, kun $F_1 > F_{\mu_{0p}}$, joten voiman F_1 täytyy olla rajatapauksessa yhtä suuri kuin laatikon ja lattian välisen lepokitkavoiman maksimiarvo (lähtökitka).

$$F_1 = F_{\mu_{0p}max} = \mu_{0p} N_1 = \mu_{0p} m_1 g.$$

1p(5p)

Toisaalta a-kohdan nojalla

$$F_1 = F_{\mu_{0k}} = \mu_{0k,uusi} m_2 g,$$

joten rajatapauksessa siis

$$\mu_{0k,uusi} m_2 g = \mu_{0p} m_1 g \quad || : m_2$$

$$\mu_{0k,uusi} = \mu_{0p} \cdot \frac{m_1}{m_2}$$

$$\mu_{0k,uusi} = 0,50 \cdot \frac{120 \text{ kg}}{85 \text{ kg}}$$

$$\mu_{0k,uusi} = 0,705882 \dots$$

$$\mu_{0k,uusi} \approx 0,71.$$

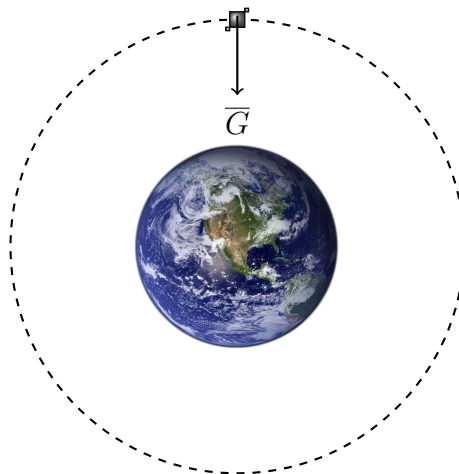
Vastaus: Kenkien ja lattian välisen kitkakertoimen pitäisi olla
vähintään 0,71.

1p(6p)

6. Geostationaarinen rata on yleinen tietoliikennesatelliittien kiertorata. Tällöin päiväntasaajan yläpuolella kiertävät satelliitit näyttävät Maasta katsottaessa pysyvän paikoillaan.
- a) Miksi tietoliikennesatelliitit kannattaa sijoittaa geostationaariselle radalle? (1 p.)
 - b) Mitä voimia satelliittiin vaikuttaa? Piirrä ja nimeä. (1 p.)
 - c) Kuinka korkealla maanpinnan yläpuolella satelliitti kiertää geostationaarisella radalla? (4 p.)

Ratkaisu.

- a) Geostationaarinen satelliitti pysyy paikoillaan maanpinnan suhteen, eli pysyy koko ajan saman maanpinnan kohdan yläpuolella. Näin ollen satelliitille signaaleja lähettävät ja satelliitilta signaaleja vastaanottavat antennit voidaan sijoittaa pysyvälle paikalle maanpinnalle ja ne on helppo suunnata satelliittia kohti. Jos satelliitti liikkuisi maanpinnan suhteen, antennien suuntauksen pitäisi seurata satelliittia. Paikalleen kiinnitetyt antennit ovat paljon halvempia kuin satelliittia seuraavat antennit. _____ 1p
- b) Satelliitti on Maan painovoiman alaisessa kiertoliikkeessä avaruudessa, ja se on niin kaukana muista taivaankappaleista, että hyvällä tarkkuudella siihen vaikuttaa ainoastaan Maan painovoima $\vec{G}$.



1p(2p)

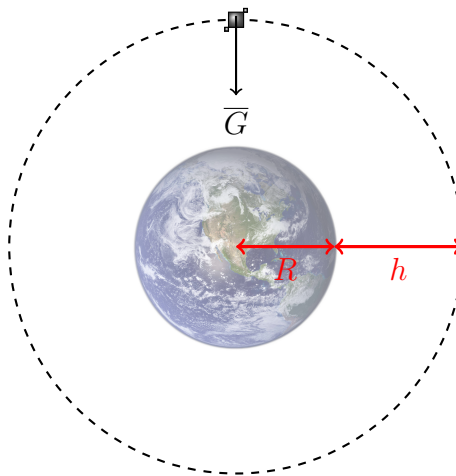
- c) Satelliitin kiertoaika on sama kuin Maan kiertoaika oman akselinsa ympäri, eli

$$\begin{aligned} T &= 23 \text{ h } 56 \text{ min } 4,10 \text{ s} \\ &= 23 \cdot 60^2 \text{ s} + 56 \cdot 60 \text{ s} + 4,10 \text{ s} \\ &= 86164,1 \text{ s.} \end{aligned}$$

Merkitään satelliitin radan sädettä r :llä, ja sen etäisyyttä maanpinnasta h :lla, jolloin radan säde on siis

$$r = h + R,$$

missä $R = 6378,14 \text{ km}$ on Maan ekvaattorisäde.



Maan massa on $M = 5,974 \cdot 10^{24} \text{ kg}$. Satelliitti on Maan painovoiman alaisessa ympyräliikkeessä, joten Newtonin II lain nojalla saadaan sen liikeyhtälö:

$$\begin{aligned} \sum \vec{F} &= m\vec{a} \\ \vec{G} &= m\vec{a}_n \\ G &= ma_n \\ \gamma \frac{mM}{r^2} &= m \cdot \frac{v^2}{r} \end{aligned}$$

Satelliitti kulkee yhden kierroksen aikana matkan $2\pi r$, joten sen ratanopeus on $v = \frac{2\pi r}{T}$. Sijoitetaan tämä yllä olevaan liikeyhtälöön.

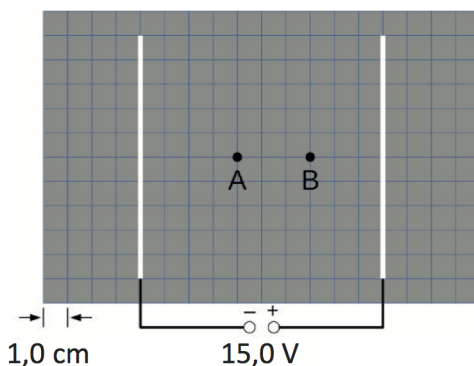
$$\begin{aligned}\gamma \frac{M}{r} &= \left(\frac{2\pi r}{T} \right)^2 \\ \frac{\gamma M}{r} &= \frac{4\pi^2 r^2}{T^2} \quad \parallel \cdot \frac{T^2 \cdot r}{4\pi^2} \\ r^3 &= \frac{\gamma M T^2}{4\pi^2} \\ r &= \sqrt[3]{\frac{\gamma M T^2}{4\pi^2}} \quad \text{1p(5p)}\end{aligned}$$

Sijoitetaan $r = h + R$.

$$\begin{aligned}h + R &= \sqrt[3]{\frac{\gamma M T^2}{4\pi^2}} \\ h &= \sqrt[3]{\frac{\gamma M T^2}{4\pi^2}} - R \\ h &= \sqrt[3]{\frac{6,67428 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2} \cdot 5,974 \cdot 10^{24} \text{ kg} \cdot (86164,1 \text{ s})^2}{4\pi^2}} - 6378,14 \cdot 10^3 \text{ m} \\ h &= 35\,790\,300,3 \dots \text{ m} \\ h &= 35\,790,30 \dots \text{ km} \\ h &\approx 35\,790 \text{ km}.\end{aligned}$$

Vastaus: Satelliitti kiertää maata etäisyydellä 35 790 km maanpinnasta. 1p(6p)

7. Tutkitaan potentiaalieroja sähkökentässä. Grafiittipitoiselle, heikosti sähköä johtavalle paperille on piirretty hyvin sähköä johtavalla hopeamusteella elektrodit kuvan mukaisesti.
- Kytetään elektrodien välille 15,0 V jännite kuvan mukaisesti. Paperiin syntyy elektrodien välille homogeeninen sähkökenttä. Kuinka suuri on sähkökentän voimakkuus elektrodien välissä? Mikä on sähkökentän suunta? (3 p.)
 - Kytetään jännitemittarin miinusjohto pisteeseen A ja plusjohto pisteeseen B. Kuinka suuri on mittarin näyttämä jännite? (1 p.)
 - Piirretään hopeamusteella suljettu ympyrä elektrodien väliin siten, että pisteet A ja B jäävät ympyrän sisäpuolelle. Kunka suuri on jännite, jota pisteisiin kytketty jännitemittari nyt näyttää? (2 p.)



Ratkaisu.

a) $U = 15,0 \text{ V}$

Tehtävänannon kuvasta nähdään, että yhden ruudun leveys on $r = 1,0 \text{ cm}$ ja elektrodien välimatka on 10 ruutua, eli $d = 10 \cdot 1,0 \text{ cm} = 10 \text{ cm} = 0,10 \text{ m}$.

Syntyvä kenttä on homogeeninen, joten

$$U = Ed \quad || : d$$

$$E = \frac{U}{d}$$

$$E = \frac{15,0 \text{ V}}{0,10 \text{ m}}$$

$$E = 150 \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

2p

Sähkökentän suunta on korkeammasta potentiaalista kohti pienempää potentiaalia. Kuvassa jännitelähteen plusnapa (korkeampi potentiaali) on kytketty oikeanpuoleiseen elektrodiin ja miinusnapa (pienempi potentiaali) on kytketty vasemmanpuoleiseen elektrodiin, joten sähkökentän suunta on kuvassa oikealta vasemmalle päin.

Vastaus: Sähkökentän voimakkuus elektrodien välissä on $150 \frac{\text{V}}{\text{m}}$ ja sen suunta on kuvassa oikealta vasemmalle.

1p(3p)

- b) Myös pisteiden A ja B välissä on tämä sama a-kohdan sähkökenttä, ja niiden välinen etäisyys sähkökentän suunnassa on kuvasta katsottuna 3 ruutua, eli $d_{BA} = 3 \cdot 1,0 \text{ cm} = 3,0 \text{ cm} = 0,030 \text{ m}$.

Lasketaan jännite:

$$U_{BA} = Ed_{BA}$$

$$U_{BA} = 150 \frac{\text{V}}{\text{m}} \cdot 0,030 \text{ m}$$

$$U_{BA} = 4,5 \text{ V}.$$

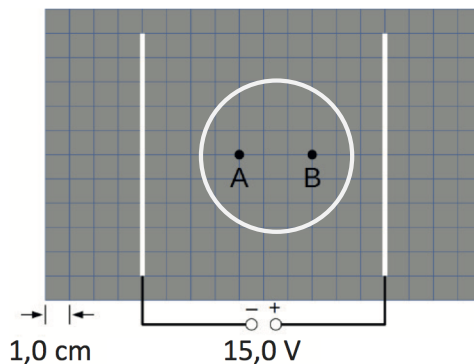
Sähkökentän suunta on pisteestä B pisteeseen A , joten piste B on korkeammassa potentiaalissa kuin piste A . Jännitemittarin miinusjohto on kytketty pisteeseen A ja plusjohto pisteeseen B , joten jännitemittari näyttää lukeman

$$V_B - V_A = U_{BA} = 4,5 \text{ V}.$$

Vastaus: Jännitemittarin lukema on $4,5 \text{ V}$.

1p(4p)

c)



Lisäselitys: tilanne muistuttaa lukiokirjoissa esiteltyä Faraday'n häkkiä, eli johdekappaletta, joka sulkee sisäänsä tyhjän kolmiulotteisen tilan. Tiedetään, että tällaisen johdekappaleen sisäpuolella sähkökentän voimakkuus on nolla, jos sisäpuolella ei ole varauksia. Tehtävän tilanteessa on kuitenkin kyse johdekappaleesta, joka ei sulje sisäänsä tyhjää kolmiulotteista tilaa, joten Faraday'n häkille tunnettuja tuloksia ei voida suoraan soveltaa.

VAIHTOEHTOINEN PERUSTELU 1:

Hopeamusteella piirretty ympyrä on johdekappale. Johdekappaleista tiedetään, että niiden sisällä varaukset asettuvat **kappaleen reunoille** siten, että johteen sisällä sähkökentän voimakkuus on kaikkialla nolla.

Kuvitellaan, että pisteiden A ja B ympärille piirretyn ympyrän koko sisus myös väritettäisiin hopeamusteella. Tällöin varaukset asettuisivat ympyrän ulkoreunoille siten, että niiden aiheuttama sähkökenttä kumoaa väritetyn ympyrän sisällä ulkoisen kentän. Nyt jos ympyrän sisältä poistettaisiin hopeamuste siten, että jätetään jäljelle vain ulkokehä, jolle varaukset olivat jakautuneet, tilanne ei muutu mitenkään. Näin ollen myös sisältä värittämättömän ympyrän tapauksessa varaukset jakautuvat siten, että sen sisällä sähkökenttä katoaa.

1p(5p)

VAIHTOEHTOINEN PERUSTELU 2:

Hopeamusteella piirretty ympyrä on johdekappale. Johdekappaleista tiedetään, että niiden sisällä varaukset asettuvat **kappaleen reunoille tasapainoon**, että johteen sisällä sähkökentän voimakkuus on kaikkialla nolla. Tästä seuraa, että johdinkappaleen pinnalla sähkökenttä ei voi olla pinnan suuntainen, koska muuten pinnalla olevat varaukset eivät olisi tasapainossa, vaan niihin vaikuttaisi pinnan suunnassa voima ja ne lähtisivät liikkeelle. Koska potentiaali muuttuu vain kuljettaessa sähkökentän suunnassa, johdekappaleen sisäpinnalla on siis kaikkialla sama potentiaali.

Sähkökentästä tiedetään, että kenttäviivat alkavat aina positiivisesta varauksesta ja päättyvät aina negatiiviseen varaukseen. Oletetaan, että pisteiden A ja B välillä on nollasta poikkeava sähkökenttä. Näin ollen sen kenttäviiva kulkee pisteiden A ja B välillä ja kenttäviivan täytyy kulkea hopeamusteympyrän jostain sisäpinnan pisteestä pisteiden A ja B kautta hopeamusteympyrän johonkin toiseen sisäpinnan pisteeseen, koska sama piste ei voi olla sekä positiivinen että negatiivinen varaus.

Tiedetään kuitenkin, että potentiaali muuttuu, kun kuljetaan sähkökentän suunnassa, joten tästä seuraisi, että näissä kahdessa hopeamusteympyrän pisteessä olisi keskenään eri potentiaalit, mikä on mahdotonta. Näin ollen pisteiden A ja B välillä (ja muuallakin ympyrän sisällä) sähkökentän voimakkuus on nolla.

1p(5p)

LASKU PERUSTELUN JÄLKEEN:

Näin ollen pisteiden A ja B välinen jännite tässä tilanteessa on

$$U_{BA} = Ed_{BA} = 0 \frac{\text{V}}{\text{m}} \cdot 0,030 \text{ m} = 0 \text{ V}.$$

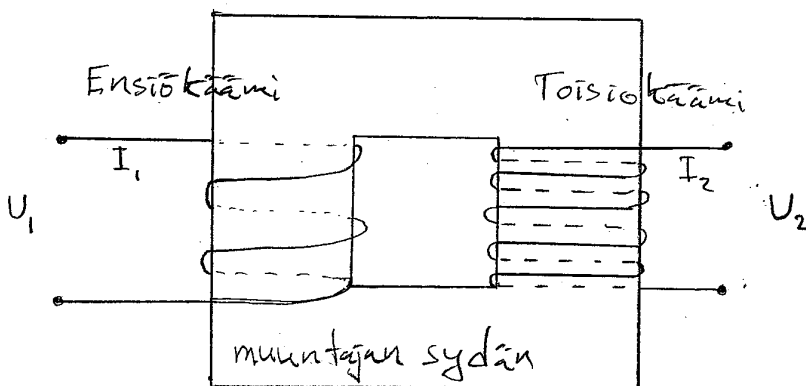
Vastaus: Mittari näyttää lukemaa 0 V.

1p(6p)

8. a) Selitä lyhyesti muuntajan toimintaperiaate. Havainnollista selitystäsi muuntajan kaaviokuvan avulla. (4 p.)
 b) Mistä muuntajan tehohäviöt aiheutuvat? (2 p.)

Ratkaisu.

- a) Muuntaja on sähkömagneettiseen induktioon perustuva laite, jolla voidaan muuntaa vaihtojännitettä (tai -virtaa) samantaajuiseksi, mutta erisuuruiseksi vaihtojännitteeksi (tai -virraksi).



1p

Muuntajan ensiöpuolelle syötetään vaihtovirtaa, jonka jännite (ensiöjännite) on U_1 ja virran suuruus (ensiövirta) I_1 . Ensio käämin eristeellä päällystetty johdin on kierretty ensiöpuolella muuntajan rautasydämen ympärille. Näin ollen ensio käämin silmukat aiheuttavat ensiövirrasta johtuen muuntajan sydämeen magneettivuon Φ . Lähes kaikki ensio käämin silmukoiden aiheuttama magneettivuo kulkeutuu rautasydäntä pitkin toisio käämille läpäisten toisio käämin silmukat.

1p(2p)

Koska ensiövirta on vaihtovirtaa, muuntajan sydämeen syntyvä magneettivuo on muuttuva. Siten se aiheuttaa toisio käämin silmukoihin induktiolain mukaisesti induktiojännitteen.

$$U_2 = N_2 \cdot \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}.$$

1p(3p)

Valitsemalla ensiö- ja toisio käämeihin sopivat määrät kierroksia, saadaan esim. jännite muutettua muuntajassa halutun suuruiseksi. Jos ensio käämin kierrosluku on N_1 ja toisio käämin N_2 , pätee jännitteille, kierrosluville ja virroille

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2} \approx \frac{I_2}{I_1}.$$

1p(4p)

- b) Muuntajan tehohäviöitä syntyy niin käämien johtimissa kuin rautasydämessäkin. Ensio- ja toisiokäämit eivät ole ideaalisia käämejä, vaan niillä on myös resistanssit ja siten osa sähkötehosta häviää lämpönä käämien johtimista. Muuntajan sydän on yleensä rautaa ja rauta on johdemateriaalia, joten rautasydämen muuttuva magneettivuo aiheuttaa rautaan pyörrevirtoja. Pyörrevirrat sitten Joulen lain mukaisesti aiheuttavat lämpöhäviöitä muuntajan sydämessä.

2p(6p)

Lisäselitys, jota ei vaadita koevastauksessa:

Pyörrevirtoja vähentää merkittävästi se, että sydän tehdään ohuista rautalevyistä, mutta silti näitä pyörrevirtojen aiheuttamia tehohäviöitä syntyy. Tehohäviöitä syntyy myös siitä, että ensiökäämin magneettivuo ei täysin läpäise toisiokäämiä, vaan osa magneettivuosta pääsee vuotamaan ”karakuun”. Pieni tehohäviö syntyy myös ferromagneettisen raudan hystereesi-ilmiöstä johtuen.

9. Tšernobylin ydinvoimalaonnettomuus tapahtui Neuvostoliitossa vuonna 1986. Tuuli kuljetti useiden kuukausien ajan radioaktiivista ainesta myös Suomeen. Vuonna 1987 onnettomuusalueelta Suomeen tulleen ^{137}Cs -laskeuman aktiivisuus neliometriä kohden oli keskimäärin 11 kBq.
- ^{137}Cs -isotooppi hajoaa ^{137}Ba -isotoopiksi. Kirjoita hajoamisytälö. (1 p.)
 - Kuinka suuri oli ^{137}Cs -laskeuman massa neliometriä kohden? (3 p.)
 - Montako prosenttia ^{137}Cs -isotoopin määrä vuonna 2017 on vuonna 1987 mitatusta määrästä? (2 p.)

Ratkaisu.

- a) Isotooppitaulukon mukaan ^{137}Cs on β^- -aktiivinen. Reaktioytälö on



- b) $A = 11 \cdot 10^3 \text{ Bq}$
 $T_{1/2} = 30,17 \text{ a} = 30,17 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 \text{ s}$
 $M(^{137}\text{Cs}) = 136,907073 \text{ g/mol}$

Ratkaistaan kysytty massa neliometriä kohti aktiivisuuden avulla.

$$A = \lambda N \quad \parallel \text{Sij. } N = nN_A$$

$$A = \lambda nN_A \quad \parallel \text{Sij. } n = \frac{m}{M}$$

$$A = \lambda \frac{m}{M} N_A \quad \parallel \text{Sij. } \lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}$$

$$A = \frac{\ln 2 \cdot N_A}{T_{1/2} M} \cdot m \quad \parallel \cdot \frac{T_{1/2} M}{\ln 2 \cdot N_A}$$

$$m = \frac{T_{1/2} M A}{\ln 2 \cdot N_A} \quad \boxed{2\text{p}(3\text{p})}$$

$$m = \frac{30,17 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 \text{ s} \cdot 136,907073 \text{ g/mol} \cdot 11 \cdot 10^3 \text{ Bq}}{\ln 2 \cdot 6,022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}}$$

$$= 3,43268 \dots \cdot 10^{-9} \text{ g}$$

$$\approx 3,4 \text{ ng}$$

Vastaus: Kysytty massa neliometriä kohti oli 3,4 ng. 1p(4p)

Lisäselitys: Vastaus pyöristyy samaan arvoon, jos on käyttänyt vuoden pituudelle taulukkokirjasta löytyvää trooppisen vuoden pituutta 365,2422 d, tai approksimoinut vuoden pituudeksi 365,25 d sillä perusteella, että joka

neljäs vuosi (harvinaisempia poikkeuksia lukuunottamatta) on karkausvuosi, jolloin päiviä on 366. Kumpikin näistä on luultavasti hyväksyttävä tulkinta vuoden pituudeksi tässä tehtävässä.

c) Ratkaistaan kysytty prosenttiosuus hajoamislain avulla.

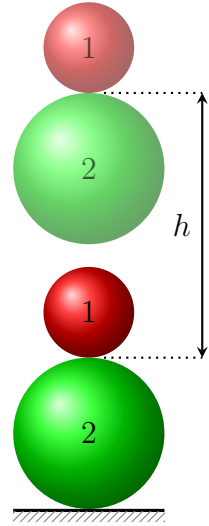
$$\begin{aligned}
 t &= 2017 \text{ a} - 1987 \text{ a} = 30 \text{ a} \\
 N &= N_0 e^{-\lambda t} \quad \parallel \text{Sij. } \lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} \\
 N &= N_0 e^{-\frac{\ln 2 \cdot t}{T_{1/2}}} \quad \parallel : N_0 \\
 \frac{N}{N_0} &= e^{-\frac{\ln 2 \cdot 30 \text{ a}}{30,17 \text{ a}}} \\
 &= 0,5019 \dots \\
 &\approx 0,50 \\
 &= 50 \%
 \end{aligned}$$

Vastaus: Vuonna 2017 isotoopin määrä on 50 % vuoden 1987 määrästä.

2p(6p)

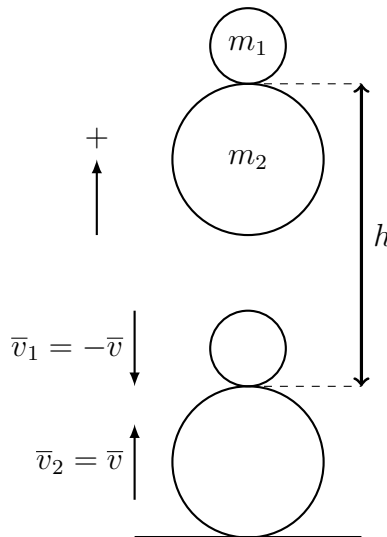
10. Pallot 1 ja 2, joiden massat ovat m_1 ja m_2 ($m_1 < m_2$), pudotetaan yhtä aikaa korkeudelta h kovalle alustalle kuvan mukaisesti. Pudotessaan pallot ovat hieman irti toisistaan. Palo 2 kimpoaa alustasta ja osuu välittömästi vielä putoavaan palloon 1. Törmäykset ovat täysin kimmoisia.

- a) Johda lauseke pallon 1 nousukorkeudelle ratansa alimmasta kohdasta, jossa se törmäsi palloon 2. (5 p.)
 b) Kuinka korkealle pallo 1 nousee, jos sen massa on paljon pienempi kuin pallon 2 massa ($m_1 \ll m_2$)? (1 p.)



Ratkaisu.

a)



Tehdään seuraava merkintä laskujen helpottamiseksi:

$$m_2 = m \quad (1)$$

$$m_1 = rm_2 = rm \quad \text{ja} \quad (2)$$

Pallojen törmätessä alimmassa kohdassa molempien nopeudet ovat yhtä suuret (mutta vastakkaisuuntaiset), sillä ne putoavat saman matkan ennen törmäystä.

Energiaperiaatteella saadaan

$$\begin{aligned} E_{pa} &= E_{kl} \\ mgh &= \frac{1}{2}mv^2 \\ v^2 &= 2gh \end{aligned} \quad (3) \quad 1p$$

Törmäyksessä liikemäärä säilyy, joten

$$\begin{aligned} -m_1v + m_2v &= m_1u_1 + m_2u_2 \quad \parallel \text{Sij. (1) ja (2)} \\ -rmv + mv &= rmu_1 + mu_2 \quad \parallel : m \\ (1-r)v &= ru_1 + u_2 \\ u_2 &= (1-r)v - ru_1 \end{aligned} \quad (4) \quad 1p(2p)$$

Törmäys on täysin kimmoisa, joten myös liike-energia säilyy.

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}m_1v^2 + \frac{1}{2}m_2v^2 &= \frac{1}{2}m_1u_1^2 + \frac{1}{2}m_2u_2^2 \quad \parallel \text{Sij. (1) ja (2)} \\ \frac{1}{2}rmv^2 + \frac{1}{2}mv^2 &= \frac{1}{2}rmu_1^2 + \frac{1}{2}mu_2^2 \quad \parallel \cdot 2/m \\ rv^2 + v^2 &= ru_1^2 + u_2^2 \quad \parallel \text{Sij. (4)} \\ (r+1)v^2 &= ru_1^2 + [(1-r)v - ru_1]^2 \\ (r+1)v^2 &= ru_1^2 + (1-r)^2v^2 - 2(1-r)rvu_1 + r^2u_1^2 \\ (r^2+r)u_1^2 - (2-2r)rvu_1 + (1-2r+r^2-r-1)v^2 &= 0 \\ (r+1)ru_1^2 + (2r-2)rvu_1 + (r^2-3r)v^2 &= 0 \\ (r+1)ru_1^2 + (2r-2)rvu_1 + (r-3)rv^2 &= 0 \quad \parallel : r \\ (r+1)u_1^2 + (2r-2)vu_1 + (r-3)v^2 &= 0 \\ u_1 &= \frac{-(2r-2)v \pm \sqrt{(2r-2)^2v^2 - 4(r+1)(r-3)v^2}}{2(r+1)} \\ u_1 &= \frac{2-2r \pm \sqrt{4r^2-8r+4-4r^2+8r+12}}{2(r+1)} \cdot v \\ u_1 &= \frac{2-2r \pm \sqrt{16}}{2(r+1)} \cdot v \\ u_1 &= \frac{1-r \pm 2}{r+1} \cdot v \end{aligned} \quad 1p(3p)$$

Tällöin joko

$$\begin{aligned}u_1 &= \frac{1-r-2}{1+r} \cdot v \\u_1 &= \frac{-(1+r)}{1+r} \cdot v \\u_1 &= -v \quad (\text{sama kuin alussa})\end{aligned}$$

tai

$$\begin{aligned}u_1 &= \frac{1-r+2}{1+r} \cdot v \\u_1 &= \frac{3-r}{1+r} \cdot v\end{aligned}\tag{5}$$

Yhtälöstä

$$m_1 = rm_2$$

saadaan jakamalla luvulla m_2 yhtälö

$$r = \frac{m_1}{m_2}.$$

Sijoitetaan tämä yhtälöön (5), saadaan

$$u_1 = \frac{3 - m_1/m_2}{1 + m_1/m_2} \cdot v\tag{6}$$

Merkitään

$$b = \frac{3 - m_1/m_2}{1 + m_1/m_2},\tag{7}$$

jolloin yhtälö (6) voidaan kirjoittaa muodossa

$$u_1 = bv\tag{8}$$

Ratkaistaan pallon 1 nousukorkeus energiaperiaatteella.

$$\frac{1}{2}m_1 u_1^2 = m_1 g h_1 \quad || : (m_1 g)$$

$$h_1 = \frac{u_1^2}{2g} \quad || \text{Sij. (8)}$$

$$h_1 = \frac{b^2 v^2}{2g} \quad || \text{Sij. (3)}$$

$$h_1 = \frac{b^2 \cancel{2g}^1 h}{\cancel{2g}_1} \quad || \text{Sij. (7)}$$

$$h_1 = \underline{\underline{\left(\frac{3 - m_1/m_2}{1 + m_1/m_2} \right)^2 h}} \quad \text{2p(5p)}$$

b) Jos $m_1 \ll m_2$, voidaan approksimoida

$$\frac{m_1}{m_2} \approx 0.$$

Tällöin

$$h_1 \approx \left(\frac{3 - 0}{1 + 0} \right)^2 h$$

$$h_1 \approx 9h$$

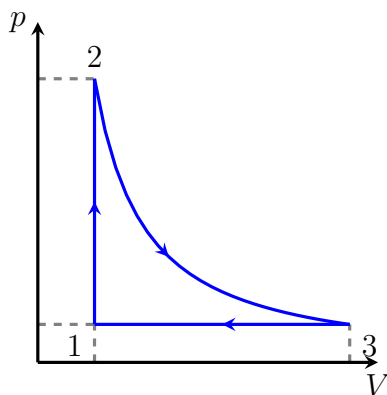
Vastaus: Pallo 1 nousee korkeudelle $9h$. 1p(6p)

11. Sysäysputkimoottorissa ilma ja polttoainekaasu käyvät läpi Vp -kuvaajassa esitetyn kiertoprosessin $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 1$. Osaprosessi $2 \rightarrow 3$ on adiabaattinen, eli kaasu ei vaihda lämpöä ympäristönsä kanssa. Taulukossa 1 on annettu eräiden tilanmuuttujien arvoja tiloista 1, 2 ja 3. Käsitellään kaasua ideaalisena.

- a) Kuinka suuri on kaasuseoksen ainemäärä? (1 p.)
 b) Laske taulukosta 1 puuttuvat muuttujien arvot. (3 p.)
 c) Kopioi taulukko 2 vastauspaperiisi. Merkitse taulukkoon jokaiselle osaprosessille sopivin vaihtoehto:

Lämpö Kaasu ottaa lämpöä (+), kaasu luovuttaa lämpöä (–), lämmönsiirto on nolla (0)

Työ Kaasuun tehdään työtä (+), kaasu tekee työtä (–), työ on nolla (0)
 Jokaiseen tyhjään ruutuun tulee vain yksi merkki. Perusteluja ei vaadita. (2 p.)



Taulukko 1

	T (K)	V (l)	p (kPa)
tila 1	291	0,45	101
tila 2			760
tila 3	1230		

Taulukko 2

	Lämpö	Työ
1 → 2		
2 → 3		
3 → 1		

Ratkaisu.

- a) Tilassa 1:

$$T_1 = 291 \text{ K}$$

$$V_1 = 0,45 \text{ l} = 0,45 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$p_1 = 101 \text{ kPa} = 101 \cdot 10^3 \text{ Pa}$$

$$R = 8,314510 \frac{\text{Pa} \cdot \text{m}^3}{\text{mol} \cdot \text{K}}$$

Tehtävänannon mukaan kaasua käsitellään ideaalisena, joten ideaalikaas-

sun tilanyhtälöstä saadaan:

$$\begin{aligned}
 p_1 V_1 &= nRT_1 \quad || : (RT_1) \\
 n &= \frac{p_1 V_1}{RT_1} \\
 n &= \frac{101 \cdot 10^3 \text{ Pa} \cdot 0,45 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3}{8,314510 \frac{\text{Pa} \cdot \text{m}^3}{\text{mol} \cdot \text{K}} \cdot 291 \text{ K}} \\
 n &= 0,0187846 \dots \text{ mol} \\
 n &= 18,7846 \dots \text{ mmol} \\
 n &\approx 19 \text{ mmol}
 \end{aligned}$$

Vastaus: Kaasuseoksen ainemäärä on 19 mmol.

1p

- b) Kuvaajan mukaan tiloissa 1 ja 3 vallitsee sama paine, joten $p_3 = p_1 = 101 \text{ kPa}$. Tiloissa 1 ja 2 puolestaan on sama tilavuus, joten $V_2 = V_1 = 0,45 \text{ l}$, joten saadaan täydennettyä taulukkoa seuraavasti.

	$T \text{ (K)}$	$V \text{ (l)}$	$p \text{ (kPa)}$
tila 1	291	0,45	101
tila 2		0,45	760
tila 3	1230		101

1p(2p)

Lasketaan lämpötila tilassa 2:

VAIHTOEHTOINEN LASKUTAPA 1 LÄMPÖTILALLE T_2 :

Ideaalikaasun tilanyhtälöstä:

$$\begin{aligned}
 p_2 V_2 &= nRT_2 \quad || : (nR) \\
 T_2 &= \frac{p_2 V_2}{nR} \\
 T_2 &= \frac{760 \cdot 10^3 \text{ Pa} \cdot 0,45 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3}{0,0187846 \dots \text{ mol} \cdot 8,314510 \frac{\text{Pa} \cdot \text{m}^3}{\text{mol} \cdot \text{K}}} \\
 T_2 &= 2189,702 \dots \text{ K} \\
 T_2 &\approx 2190 \text{ K.}
 \end{aligned}$$

1p(3p)

VAIHTOEHTOINEN LASKUTAPA 2 LÄMPÖTILALLE T_2 :

Prosessi tilojen 1 ja 2 välillä on isokoorinen, joten

$$\begin{aligned}\frac{p_1}{T_1} &= \frac{p_2}{T_2} \quad \parallel \cdot \frac{T_2 T_1}{p_1} \\ T_2 &= \frac{p_2}{p_1} \cdot T_1 \\ T_2 &= \frac{760 \text{ kPa}}{101 \text{ kPa}} \cdot 291 \text{ K} \\ T_2 &= 2189,702 \dots \text{ K} \\ T_2 &\approx 2190 \text{ K.}\end{aligned}$$

1p(3p)

Lasketaan vielä tilavuus tilassa 3:

VAIHTOEHTOINEN LASKUTAPA 1 TILAVUUDELLE V_3 :

Ideaalikaasun tilanyhtälöllä:

$$\begin{aligned}p_3 V_3 &= nRT_3 \quad \parallel : p_3 \\ V_3 &= \frac{nRT_3}{p_3} \\ V_3 &= \frac{0,0187846 \dots \text{ mol} \cdot 8,314510 \frac{\text{Pa} \cdot \text{m}^3}{\text{mol} \cdot \text{K}} \cdot 1230 \text{ K}}{101 \cdot 10^3 \text{ Pa}} \\ V_3 &= 1,90206 \dots \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \\ V_3 &= 1,90206 \dots \text{ l} \\ V_3 &\approx 1,90 \text{ l.}\end{aligned}$$

1p(4p)

VAIHTOEHTOINEN LASKUTAPA 2 TILAVUUDELLE V_3 :

Prosessi tilojen 1 ja 3 välillä on isobaarinen, joten

$$\begin{aligned}\frac{V_1}{T_1} &= \frac{V_3}{T_3} \quad \parallel \cdot T_3 \\ V_3 &= \frac{T_3}{T_1} \cdot V_1 \\ V_3 &= \frac{1230 \text{ K}}{291 \text{ K}} \cdot 0,45 \text{ l} \\ V_3 &= 1,90206 \dots \text{ l} \\ V_3 &\approx 1,90 \text{ l.}\end{aligned}$$

1p(4p)

Saadaan siis täydennettyä loputkin arvot taulukkoon 1:

	T (K)	V (l)	p (kPa)
tila 1	291	0,45	101
tila 2	2190	0,45	760
tila 3	1230	1,90	101

c)

	Lämpö	Työ
$1 \rightarrow 2$	+	0
$2 \rightarrow 3$	0	–
$3 \rightarrow 1$	–	+

$\frac{1}{3}$ p/oikea merkki oikeassa ruudussa 2p(6p)

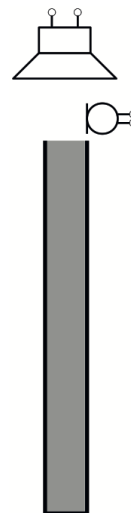
Lisäselitykset, joita ei edellytetä vastauksessa:

Prosessi $1 \rightarrow 2$ on isokoorinen, eli tilavuus ei muutu. Tällöin laajenemistyö $W = p\Delta V$ on siis nolla. Taulukosta 1 nähdään, että kaasun lämpötila kuitenkin kasvaa, jolloin sen sisäenergia U kasvaa myös. Lämpöopin ensimmäisen pääsäännön nojalla $\Delta U = Q + W$, joten kaasun täytyy siis vastaanottaa lämpöä.

Prosessi $2 \rightarrow 3$ on tehtävänannon mukaan adiabaattinen, eli lämmönsiirtoa ei tapahdu. Kaasun tilavuus kuitenkin kasvaa, joten kaasu tekee laajenemistyön.

Prosessi $3 \rightarrow 1$ on isobaarinen. Siinä kaasun tilavuus pienenee, joten kaasuun tehdään puristustyö. Taulukosta 1 kuitenkin nähdään, että lämpötila laskee tässä prosessissa, joten kaasun sisäenergia U myös pienenee. Tehty työ kasvattaa sisäenergiaa, joten kaasun täytyy lämpöopin ensimmäisen pääsäännön mukaisesti luovuttaa enemmän lämpöä kuin miten suuri siihen tehty työ on, jotta sen sisäenergia voi pienetä. Näin ollen kaasu siis luovuttaa lämpöä.

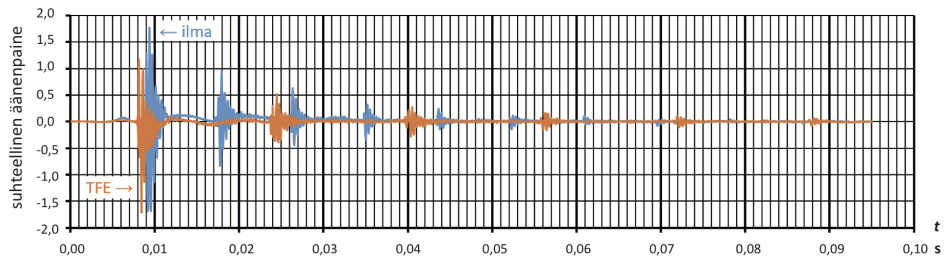
+12. Määritetään äänen nopeudet ilmassa ja tetrafluorietaanikaasussa (TFE, $C_2H_2F_4$) huoneenlämmössä. Käytetään kahta eripituista pystysuoraa putkea. Putket ovat suljettuja alapäästään. Avoimien päiden lähelle asetetaan mikrofoni ja kaiutin kuvan 1 mukaisesti. Tehdään kohtien a ja b kokeet ensin ilmassa, jonka jälkeen putkiin suihkutetaan TFE:a, ja kokeet toistetaan. TFE on ilmaa tiheämpää ja siten pysyy putkissa.



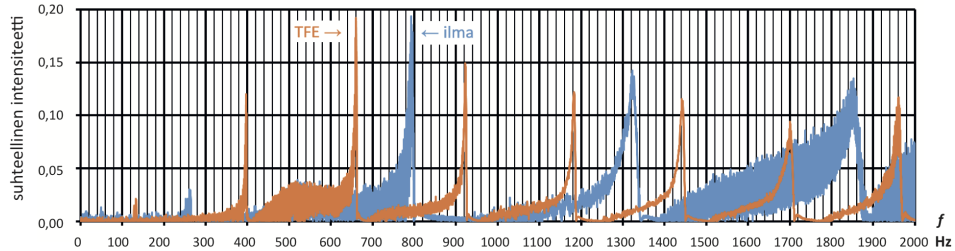
Kuva 1.

- Käytetään 148,2 cm pituista putkea. Tuotetaan kaiuttimella yksi noin 3 ms pituinen äänipulssi. Mikrofonin kytketyllä mittaustietokoneella saadaan kuvan 2 mukaiset äänenpaineen kuvaajat. Miksi kuvaajissa näkyy useita äänipulsseja? Määritä mittaustulosten perusteella äänen nopeudet ilmassa ja TFE:ssä. (3 p.)
- Käytetään 33,1 cm pituista putkea. Tuotetaan kaiuttimella taajuudeltaan muuttuvaa ääntä vakiovoimakkuudella. Mikrofonilla ja mittaustietokoneella havaitaan, että ääni voimistuu joillakin taajuuksilla kuvan 3 mukaisesti. Mistä äänen voimistuminen johtuu? Määritä mittaustulosten perusteella äänen nopeudet ilmassa ja TFE:ssä. (3 p.)
- Selitä, miksi äänen nopeus ilmassa on suurempi kuin TFE:ssä, vaikka kaasujen lämpötilat ovat samat. (2 p.)
- Kohdissa a ja b saadaan äänen nopeuksille TFE:ssä eri tulokset. Mistä tämä voi johtua? (1 p.)

Kuva 2.



Kuva 3.



Ratkaisu.

- a) Ääni heijastuu putken suljetusta päästä. Putken avoimessa päässä ääniaalto menee osittain läpi ja osittain heijastuu. Tästä seuraa, että putken sisällä kuvassa alaspäin etenevä äänipulssi heijastuu putken pohjasta ja jatkaa liikettään ylöspäin. Äänipulssin saavuttaessa putken suun, äänipulssin energia jakautuu suun läpäisevälle ja suulta alaspäin takaisin putkeen heijastuvalle äänipulssille. Tämä ilmiö toistuu useita kertoja. Putkessa edestakaisin heijasteleva äänipulssi heikkenee joka kerta, kun se heijastuu putken suulta, koska silloin osa energiasta karkaa aina pois putkesta suun läpäisevän äänipulssin osan mukana.

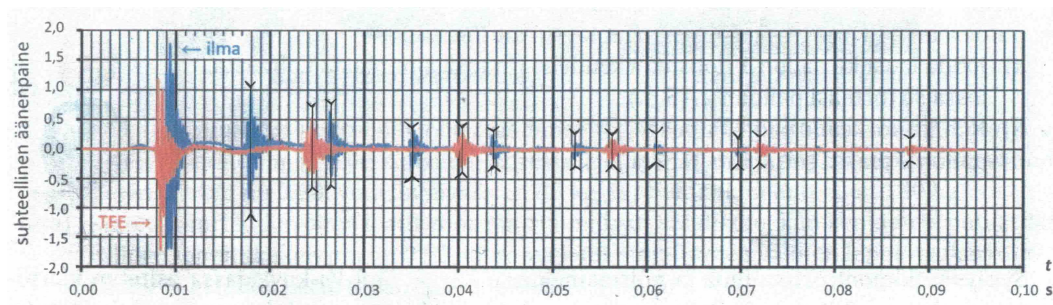
1p

Kuvassa 2 näkyvä ensimmäinen pulssi saattaa olla luonteeltaan hieman erilainen kuin sitä seuraavat pulssit. Mikäli mittausta oli käynnissä jo silloin, kun äänipulssi lähetettiin kaiuttimesta, on ensimmäinen pulssi syntynyt siten, että mikrofoni on tallentanut kaiuttimesta suoraa reittiä mikrofoniin tulleen äänipulssin. Lisäksi osa putkeen menneestä pulssista on heijastunut takaisin putken suulta ja tämäkin äänipulssi on osana kuvassa näkyvää ensimmäistä pulssia. Mahdollisesti näistä syistä ensimmäisen pulssin muoto erityisesti TFE:n mittaustuloksissa on erilainen kuin myöhemmillä pulsseilla. Lisäksi äänen kulkema matka mittaustuloksissa näkyvien pulssien 1 ja 2 välillä on mikrofoniin ja putken suun välisestä (pienestä) etäisyydestä johtuen erilainen kuin seuraavien pulssien välillä.

Näistä syistä jätetään mittaustuloksissa näkyvä ensimmäinen pulssi huomiotta äänen nopeuksia määritettäessä. **Tämä selitys ei ole välttämätön ja täydet pisteet pitäisi saada riippumatta siitä, käyttääkö ensimmäistä pulssia mukana laskelmissa vai ei.**

Merkitään kuvassa 2 esitettyä aikaa t :llä. Taulukoidaan putkessa edestakaisin liikkuvan äänipulssin etenemä matka s ajan t funktiona. Valitaan s :n nollakohta siten, että $s = 0$ m, kun kuvassa 2 näkyvä toinen pulssi saavuttaa suurimman äänenpaineensa. **Tämä tarkoittaa sitä, että aloitetaan edestakaisin heijastelevan pulssin kulkeman matkan tarkastelu kyseisellä hetkellä.** Putken pituus on 148,2 cm. Koska äänipulssi kulkee putken aina päästä päähän ennen paluutaan putken suulle, havaitaan kuvan 2 seuraavat pulssit äänen edettyä matkan $2 \cdot 148,2$ cm, $4 \cdot 148,2$ cm jne.

Määritetään t :n arvo siten, että luetaan kuvasta, milloin kukin pulssi saavuttaa itseisarvoltaan suurimman äänenpaineensa. Tarkan kohdan valinnassa huomioidaan sekä itseisarvoltaan suurin positiivinen että negatiivinen äänenpaine (eli 0-tason ylä- ja alapuolinen piikki).

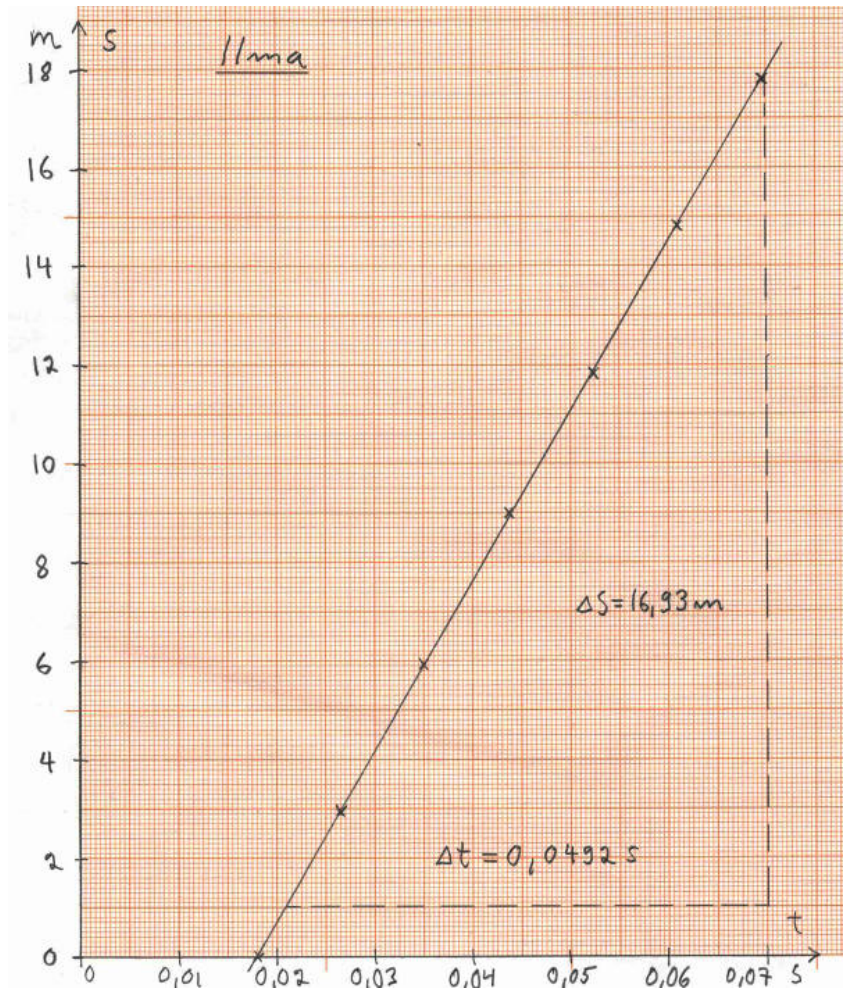


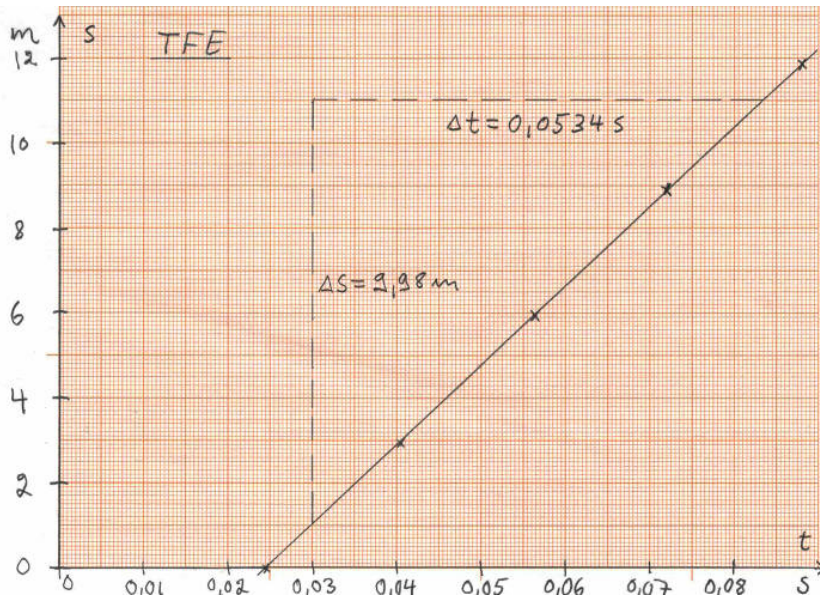
Ilma:

t (s)	0,018	0,0265	0,035	0,0437	0,0524	0,061	0,0697
s (m)	0	2,964	5,928	8,892	11,856	14,820	17,784

TFE:

t (s)	0,0245	0,0404	0,0564	0,072	0,088
s (m)	0	2,964	5,928	8,892	11,856





Selvitetään teoreettinen yhteys muuttujien s ja t välillä. Merkitään v :llä äänen nopeutta ja t_0 :lla hetkeä, jolloin $s = 0$ m. Tällöin

$$s = v(t - t_0)$$

$$s = vt - vt_0 \quad (1)$$

Matkan s kuvaaja (t, s) -koordinaatistossa on siis yhtälön (1) mukainen suora, jonka fysikaalinen kulmakerroin on v .

1p(2p)

Siten ilmalle

$$\begin{aligned} v_{\text{ilma}} &= \frac{\Delta s_{\text{ilma}}}{\Delta t_{\text{ilma}}} \\ &= \frac{16,93 \text{ m}}{0,0492 \text{ s}} \\ &= 344,1 \dots \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ &\approx \underline{\underline{340 \frac{\text{m}}{\text{s}}}} \end{aligned}$$

0.5p
(2.5p)

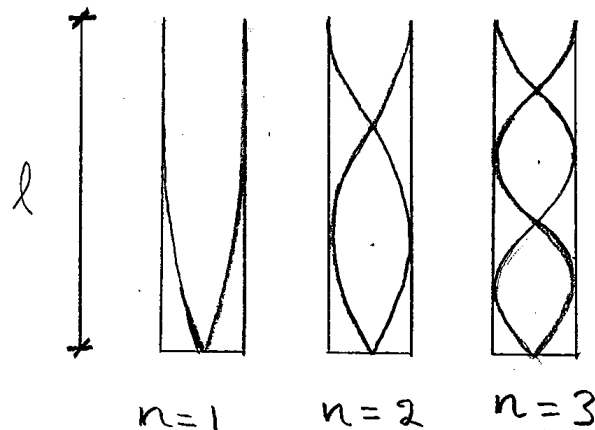
ja TFE:lle:

$$\begin{aligned}
 v_{\text{TFE}} &= \frac{\Delta s_{\text{TFE}}}{\Delta t_{\text{TFE}}} \\
 &= \frac{9,98 \text{ m}}{0,0534 \text{ s}} \\
 &= 186,89 \dots \frac{\text{m}}{\text{s}} \\
 &\approx \underline{\underline{190 \frac{\text{m}}{\text{s}}}}
 \end{aligned}$$

0.5p
(3p)

- b) Ääniaallon heijastuessa vuoron perään putken päistä, päiden väliin syntyy seisova aaltoliike, kun äänen taajuus vastaa jotakin putken ominaisvärähtelytaajuutta. Avoimeen päähän syntyy seisovan aallon kupu ja suljettuun päähän solmu. Alla olevassa kuvassa on esitetty kolmea ensimmäistä ominaisvärähtelytaajuutta vastaavaa seisova aalto putken sisällä. Ääni voimistuu seisovan aaltoliikkeen syntyessä, eli silloin kun äänen taajuus on sama kuin jokin putken ominaisvärähtelytaajuuksista. Selvitetään putken ominaisvärähtelytaajuudet.

1p(4p)



1. ominaisvärähtely ($n = 1$):

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{4}\lambda_1 &= \ell \quad || \cdot 4 \\
 \lambda_1 &= 4\ell.
 \end{aligned}$$

2. ominaisvärähtely ($n = 2$):

$$\begin{aligned}\frac{3}{4}\lambda_2 &= \ell \quad \parallel \cdot \frac{4}{3} \\ \lambda_2 &= \frac{4}{3}\ell.\end{aligned}$$

n . ominaisvärähtely:

$$\begin{aligned}(n-1) \cdot \frac{1}{2}\lambda_n + \frac{1}{4}\lambda_n &= \ell \\ \left(\frac{1}{2}n - \frac{1}{4}\right)\lambda_n &= \ell \quad \parallel : \left(\frac{1}{2}n - \frac{1}{4}\right) \\ \lambda_n &= \frac{\ell}{\frac{1}{2}n - \frac{1}{4}}.\end{aligned}$$

Toisalta aaltoliikkeen perusyhtälön nojalla $v = f_n\lambda_n$, eli $f_n = \frac{v}{\lambda_n}$. Sijoitetaan tämä ylläolevaan yhtälöön.

$$\begin{aligned}f_n &= \frac{v\left(\frac{1}{2}n - \frac{1}{4}\right)}{\ell} \\ f_n &= \frac{v}{2\ell}n - \frac{v}{4\ell}.\end{aligned}\tag{2}$$

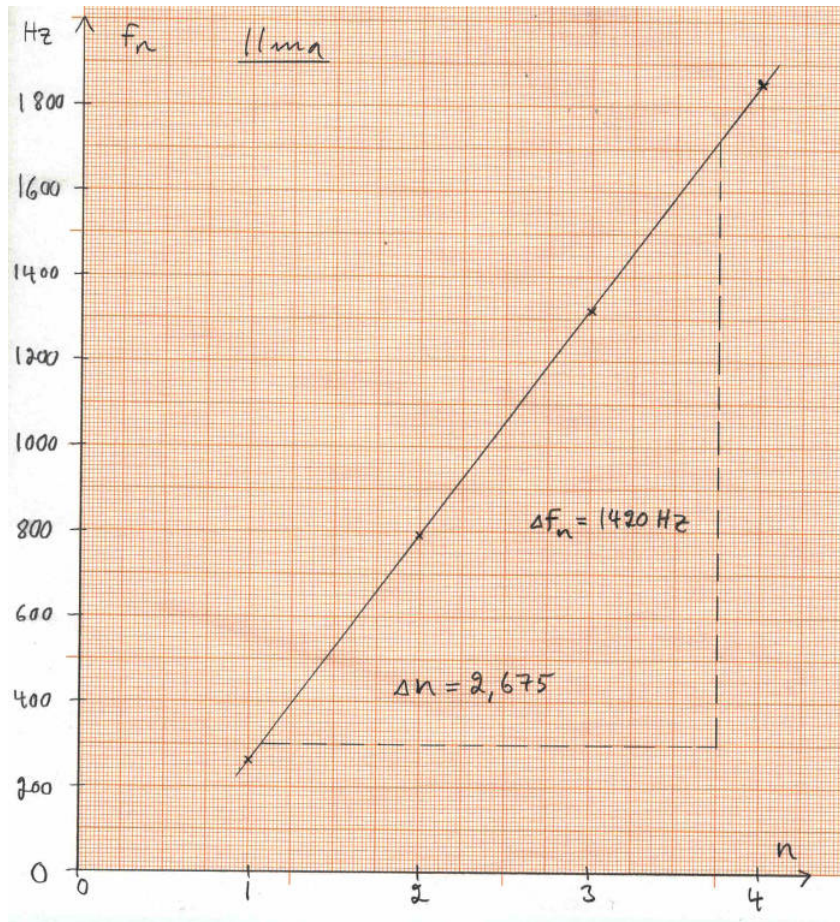
Mittaustuloksissa näkyy ilmalle 4 ja TFE:lle 8 intensiteettimaksimia, joiden kohdalta voidaan lukea vastaavat putken ominaisvärähtelytaajuudet. Taulukoidaan ominaisvärähtelytaajuudet f_n niiden järjestysluvun n funktiona ja piirretään kuvaajat (n, f_n) -koordinaatistoon.

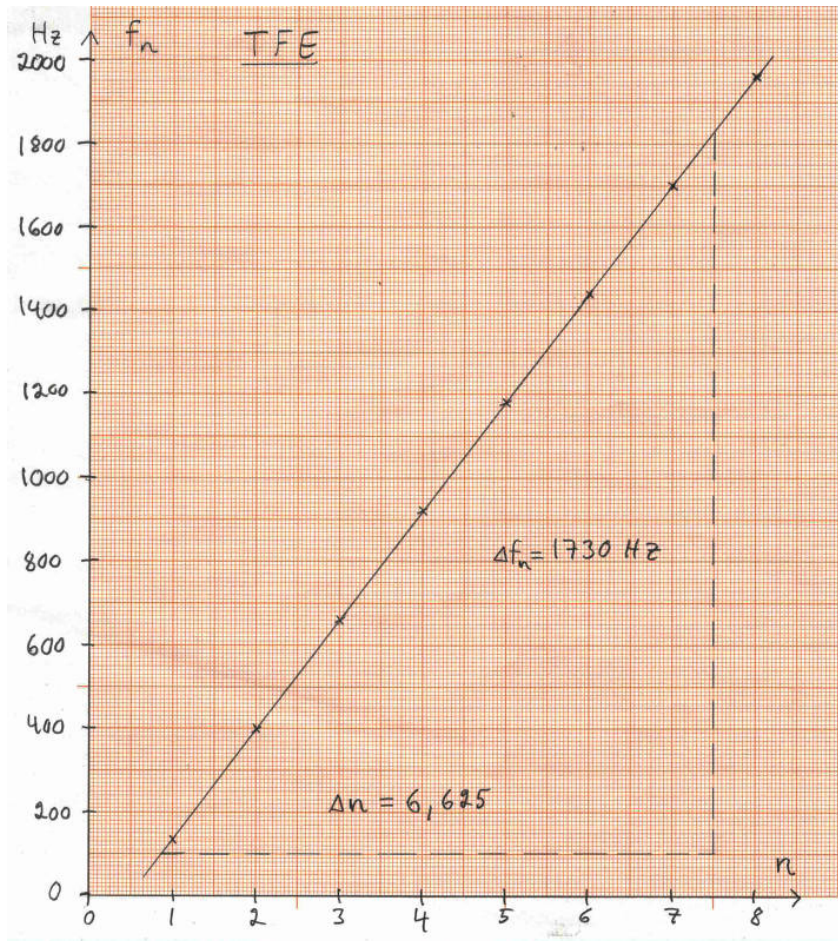
Ilma:

n	1	2	3	4
f_n (Hz)	262	792	1322	1853

TFE:

n	1	2	3	4	5	6	7	8
f_n (Hz)	133	398	660	922	1182	1440	1700	1960





Yhtälöstä (2) nähdään, että f_n :n kuvaaja on suora, jonka fysikaalinen kulmakerroin (n, f_n) -koordinaatistossa on $\frac{v}{2\ell}$.

1p(5p)

Siten siis

$$\frac{v}{2\ell} = \frac{\Delta f_n}{\Delta n} \parallel \cdot 2\ell$$

$$v = \frac{2\ell \Delta f_n}{\Delta n}.$$

Ilma:

$$\begin{aligned}
 v_{\text{ilma}} &= \frac{2 \cdot 0,331 \text{ m} \cdot 1420 \text{ Hz}}{2,675} \\
 &= 351,4 \dots \frac{\text{m}}{\text{s}} \\
 &\approx \underline{\underline{350 \frac{\text{m}}{\text{s}}}}.
 \end{aligned}$$

0.5p
(5.5p)

TFE:

$$\begin{aligned}
 v_{\text{TFE}} &= \frac{2 \cdot 0,311 \text{ m} \cdot 1730 \text{ Hz}}{6,625} \\
 &= 172,86 \dots \frac{\text{m}}{\text{s}} \\
 &\approx \underline{\underline{170 \frac{\text{m}}{\text{s}}}}.
 \end{aligned}$$

0.5p
(6p)

- c) Ilma sisältää pääasiassa typpeä (N_2) ja happea (O_2), joiden atomimassat ovat likimain $28u$ ja $32u$. TFE:n atomimassa taas on likimain $2 \cdot 12 + 2 \cdot 1 + 4 \cdot 19 = 102u$. TFE-molekyylin massa on siis moninkertainen ilman happi- ja typpimolekyyleihin verrattuna.

1p(7p)

Äänen hitaampi eteneminen TFE-kaasussa johtuu TFE-molekyylien hitaammasta liikkeestä, mikä johtuu TFE-molekyylien suuremmasta massasta.

1p(8p)

Lukion oppikirjoissa on mainittu, että ääni etenee nopeammin korkeamassa lämpötilassa. Useimmissa kirjasarjoissa ei kuitenkaan ole mainittu, että kaasumolekyylien massa vaikuttaa äänen etenemisnopeuteen. Voit kuitenkin päätellä asian seuraavasti: Ääni etenee sitä nopeammin, mitä suurempi on kaasumolekyylien keskivauhti. Samassa lämpötilassa molekyylien keskimääräinen liike-energia (lämpöliikkeeseen liittyvä energia) on sama, joten TFE-molekyylien suuremmasta massasta seuraa se, että kaasumolekyylit liikkuvat pienemmällä keskivauhdilla kuin ilman molekyylit ja siksi äänen eteneminen on hitaampaa.

Kaasumolekyylien massan lisäksi äänen etenemisnopeuteen vaikuttaa molekyylin rakenne, mutta tähän ei syvennyttä lukiossa, joten tätä ei vaadita käsiteltävän vastauksessa.

- d) Monet tekijät voivat vaikuttaa siihen, että tulokset ovat erilaiset. Koska kokeissa on mitattu eri asioita, voivat eri mittalaitteiden tarkkuudet olla

erilaisia ja periaatteessa tästä voi syntyä eroa tuloksiin. Mikrofonin etäisyys putken suusta vaikuttaa a-kohdassa saadun tuloksen tarkkuuteen. Virhettä syntyy myös b-kohdassa käytetyn teoreettisen mallin epätarkkuudessa, sillä kupu ja solmu eivät sijaitse täsmälleen putken suulla ja putken päässä.

Koska mittaustulosten ero on 8 % eli melko suuri, on kokeessa saattanut tapahtua jokin isohko virhe mittalaitteiden kalibroinnissa tai a-kohdan mittaustuloksissa TFE-kaasun joukkoon on sekoittunut ilmaa, mikä nostaa äänen nopeutta.

1p(9p)

Värilliset tekstit ovat lisäselityksiä, joita ei vaadita koevastauksessa.

+13. Luonnonvakiot ovat fysiikassa keskeisiä suureita. Uusia mittaussuureita kehitetään jatkuvasti luonnonvakioiden arvon määrittämiseksi mahdollisimman tarkasti. Monien modernien sovelluksien toiminnan kannalta on luonnonvakioiden arvon tunteminen oleellista. Sellaisia sovelluksia ovat esimerkiksi satelliittipaikannus, laserit, korkeiden lämpötilojen mittaus, mikropiirit, erilaiset spektroskooppiset menetelmät ja kuvantamismenetelmät.

Valon nopeus c ja Planckin vakio h ovat erittäin keskeisiä luonnonvakioita.

- Valitse toinen luonnonvakioista h ja c . Kerro yhdestä ilmiöstä, johon valitsemasi luonnonvakio liittyy. (2 p.)
- Valitse toinen luonnonvakioista h ja c . Esitä yksi menetelmä, jolla valitsemasi luonnonvakion arvo voidaan määrittää kokeellisesti. (3 p.)
- Valitse toinen luonnonvakioista h ja c . Esittele yhden modernin sovelluksen tai laitteen toimintaperiaatetta, jossa valitsemasi luonnonvakio on keskeinen. Selitä, millä tavoin kyseinen luonnonvakio ja sen arvo ovat keskeisiä tarkastelemasi sovelluksen tai laitteen toiminnan kannalta. (4 p.)

Ratkaisu.

a)

VAIHTOEHTO 1:

Valitaan Planckin vakio h ja siihen liittyvä valosähköinen ilmiö.

Valosähköisessä ilmiössä atomi absorboi fotonin, jonka seurauksena atomista irtoaa elektroni. Valosähköinen ilmiö havaitaan useimmin metallin pinnassa, kun siihen kohdistetaan sähkömagneettista säteilyä (esimerkiksi juuri valoa.) _____

1p

Ironneen elektronin vastaanottama suurin mahdollinen liike-energia on

$$E_k = hf - W_0,$$

missä

h on Planckin vakio,

f on fotonin taajuus ja

W_0 on irroitustyö kyseisessä atomissa. _____

1p(2p)

VAIHTOEHTO 2:

Valitaan valonnopeus c ja siihen liittyvä ilmiö ydinreaktiossa vapautuva energia. Eksotermisessä ydinreaktiossa vapautuu energiaa, kun osa reaktion lähtöaineiden massasta vapautuu energiana. _____

1p

Vapautuvan energian määrä saadaan laskettua reaktion massaeron avulla.

$$E = \Delta mc^2,$$

missä

Δm on ydinreaktion massaero, eli lähtöaineiden ja reaktiotuotteiden massojen erotus ja

c on valonnopeus. _____

1p(2p)

b)

VAIHTOEHTO 1:

Valitaan Planckin vakio h ja määritysmenetelmäksi pysäytysjännitteen mittaaminen valosähköisessä ilmiössä eri valon taajuuksille.

Valosähköisessä ilmiössä elektronien saama maksimiliike-energia on muotoa

$$E_k = hf - W_0,$$

Kun elektronit saavat kyseisen suuruisen maksimiliike-energian, ne voidaan pysäyttää tietyn suuruisella pysäytysjännitteellä. Jarruttavan sähkökentän tekemän työn suuruus liikkuvaan pysäytettävään elektroniin on rajatapauksessa yhtä suuri kuin elektronin saama liike-energia. Näin ollen pysäytysjännitteen ja liike-energian välille saadaan työperiaatteen mukaan yhteys

$$E_k = W = Ue,$$

missä

W on sähkökentän tekemä työ,

U on tarvittava pysäytysjännite ja

e on alkeisvaraus (yhden elektronin varauksen suuruus).

Näin ollen saadaan

$$E_k = hf - W_0$$

$$Ue = hf - W_0 \quad || : e$$

$$U = \frac{h}{e}f - \frac{W_0}{e}.$$

Pysäytysjännitteitä U voidaan mitata eri taajuuksille f siten, että päästetään valoa aukon läpi tyhjiöputkessa olevalle metallikohtiolle, josta elektronit irtoavat kohti tyhjiöputken toista päätä. Tyhjiöputken päiden välille kytketään jännite, joka jarruttaa elektroneja.

Nyt kun tehdään useita mittauksia eri valon taajuuksilla f ja mitataan niitä vastaavat pysäytysjännitteet U , mittauspisteet muodostavat suoran (f, U) -koordinaatistossa. Suoran fysikaalinen kulmakerroin on yhtälön mukaan $\frac{h}{e}$, joten sen avulla voidaan laskea Planckin vakio h , kun tunnetaan alkeisvaraus e .

3p(5p)

Koejärjestely = 1p, mittaukset = 1p, tulosten analysoiminen = 1p.

VAIHTOEHTO 2:

Valitaan valonnopeus c ja menetelmäksi Römerin menetelmä.

Römer määrittä valonnopeuden tutkimalla Jupiterin kuun Ion kuunpimennyksiä. Tarkkailemalla Ion pyörimistä Jupiterin ympäri saatiin määritettyä sen kiertoaika T Jupiterin ympäri. Nyt jos valon nopeus olisi ääretön, ja Ion havaittiin tietystä asemassa (esimerkiksi juuri saapumassa Jupiterin eteen Maasta katsottuna) hetkellä t_1 , se oletettaisiin havaittavan uudelleen samassa asemassa kiertoajan T monikerran kuluttua.

Römer kuitenkin havaitsi, että kun Jupiter oli lähinnä Maata (Maa ja Jupiter likimain samassa suunnassa Auringosta katsoen), pimennys esiintyi olettua aiemmin. Kun Jupiter oli kauimmassa asemassa Maan suhteen (Maa ja Jupiter likimain päinvastaisissa suunnissa Auringosta katsoen, mutta kuitenkin siten, että Jupiter näkyi Maasta), esiintyi kuun pimennys oletettua myöhemmin.

Mittaamalla kuinka suuren ajan Δt näiden kahden tapahtuman välinen aika erosi Ion kiertoajan T monikerrasta, ja tietämällä Maan Aurinkoa kiertävän radan säteen r , hän sai määritettyä valonnopeuden kohtuullisella tarkkuudella. Hän päätteli, että valolta kestää aika Δt likimain matkan $2r$ kulkemiseen, joten

$$2r = ct \quad || : t$$

$$c = \frac{2r}{t}.$$

3p(5p)

Koejärjestely = 1p, mittaukset = 1p, tulosten analysoiminen = 1p.

c)

VAIHTOEHTO 1:

Valitaan valonnopeus c ja sovellukseksi laseretäisyysmittari. _____ 1p(6p)

Laseretäisyysmittarilla voidaan mitata pitkiäkin etäisyyksiä tarkasti ilman, että kohteeseen tarvitsee koskea. _____ 1p(7p)

Yksinkertaisimmissa laseretäisyysmittareissa on laitteisto, joka mittaa ajan valopulssin lähdöstä sen takaisin saapumiseen. Pulssin kulkema etäisyys on tällöin $2s$, missä s on mitattava etäisyys. Etäisyys saadaan tällöin kuljetusta matkasta.

$$2s = ct \quad || : 2$$

$$s = \frac{ct}{2}. \quad \text{_____} \quad 2p(9p)$$

Vakio ja laite tai sovellus = 1p, yksityiskohta laitteesta tai sovelluksesta = 1p, tarkempi selitys laitteesta tai sovelluksesta ja perustelu, miksi luonnonvakion tarkka arvo on oleellinen = 2p.

VAIHTOEHTO 2:

Valitaan Planckin vakio ja kilogramman tarkempi määrittely. _____ 1p(6p)

Aikaisemmin massan yksikkö kilogramma on määritelty Ranskassa säilytettävän prototyypin mukaan, mutta tämä on hieman epätarkka määritelmä kilogrammalle, sillä prototyypin saastuessa sen massa muuttuu hitaasti ajan myötä. _____ 1p(7p)

Niin sanotussa Watt'n vaa'assa käämiä kuljetetaan kestopagneettien kentässä hyvin täsmällisesti mitatulla vakionopeudella ja mitataan käämiin indusoitunut jännite, jonka avulla voidaan laskea käämin läpäisevä magneettivuoto. Tämän jälkeen käämiin kiinnitetään mitattava punnus ja käämin läpi johdetaan tarkkaan määritetty sähkövirta. Kestomagneetit kohdistavat käämiin ylöspäin nostavan voiman, ja etsitään sellainen tasapainotila, jolloin tämä kumoaa punnuksen painon.

Ennen tämän avulla voitiin määrittää likiarvo Planckin vakiolle käyttämällä vanhan prototyypin mukaista kilogramman punnusta, mutta nykyään, kun Planckin vakion lukuarvo tunnetaan tarkasti muista mittauksista, Watt'n vaakaa voidaan käyttää kilogramman uudelleen määrittelyyn paljon pysyvämmän ja tarkemmin toistettavasti kuin prototyypin avulla. _____ 2p(9p)

Vakio ja laite tai sovellus = 1p, yksityiskohta laitteesta tai sovelluksesta = 1p, tarkempi selitys laitteesta tai sovelluksesta ja perustelu, miksi luonnonvakion tarkka arvo on oleellinen = 2p.