

Yo-mallivastaukset
Syksy 2020

Fysiikka



Tiesitkö tämän?

Mafylaiset veivät
vuoden 2020
haussa

81%

kaikista lääkiksen
pääsykoekiintiön paikoista.

60%

Pk-seudun lukioista
käyttää **Mafynettä**.

Mafynetin oppimateriaalit tulossa kaikkiin LOPS 2021
moduuleihin matematiikkaan, fysiikkaan, kemiaan ja
biologiaan!

Mafynetti

Mallivastausten tekijät:

Malliratkaisujen laatimisesta ovat vastanneet MAFY:n toinen perustaja Antti Suominen sekä MAFY:n oppimateriaalitiimi, jonka päätehtävä on laatia ja kehittää MAFY:n lukioon tarkoitettuja oppimateriaaleja.

Oppimateriaalitiimistä mukana olivat Antti Suomisen lisäksi Sakke Suomalainen, Linnea Tokola ja Timo Kalinainen. Lisäksi työn tukena olivat Tuomas Hauvala ja Matti Virolainen.

Mafy oppimateriaalit

Olemme Helsingissä, Tampereella, Turussa ja Jyväskylässä toimiva, matematiikan ja luonnontieteiden opetukseen ja oppimateriaaleihin erikoistunut yritys.

Palveluitamme ovat:

- Mafynetti - sähköinen oppimateriaali
- Lääketieteellisen valmennuskurssit
- Kauppatieteellisen valmennusmateriaalit
- DI-valmennuskurssit
- Yo-kokeisiin valmentavat kurssit

Julkaisemme internet-sivuillamme kaiken palautteen, jonka asiakkaat antavat kurseistamme. Näin varmistamme, että palveluistamme kiinnostuneilla ihmisillä on mahdollisuus saada tarkka ja rehellinen kuva siitä, mitä meiltä voi odottaa.

Käyttöehdot

Tämä asiakirja on tarkoitettu yksityishenkilöille opiskelukäyttöön. Kopion tästä asiakirjasta voi ladata osoitteesta www.mafyvalmennus.fi. Käyttö kaikissa kaupallisissa tarkoituksissa on kielletty. Lukion fysiikan opettajana voit käyttää tätä tehtäväpakettia oppimateriaalina lukiokursseillasi. Nämä mallivastaukset ovat MAFY Oy:n omaisuutta.

<https://mafy.fi/yhteydenotto>

Koetehtävät

[Klikkaa tästä nähdäksesi kokeen esikatselutilassa.](#)

Linkit malliratkaisuihin

Ratkaisu tehtävään 1	2
Ratkaisu tehtävään 2	12
Ratkaisu tehtävään 3	15
Ratkaisu tehtävään 4	20
Ratkaisu tehtävään 5	24
Ratkaisu tehtävään 6	29
Ratkaisu tehtävään 7	31
Ratkaisu tehtävään 8	35
Ratkaisu tehtävään 9	37
Ratkaisu tehtävään 10	40
Ratkaisu tehtävään 11	43

1. Monivalintatehtäviä fysiikan eri osa-alueilta (20 p.)

Valitse jokaisessa kohdassa 1.1.–1.10. oikea vaihtoehto. Oikea vastaus 2 p., väärä vastaus 0 p., ei vastausta 0 p.

1.1. Jalkapalloilija potkaisee palloa. Mikä seuraavista väittämistä pitää paikkansa potkun tapahtuessa? (2 p.)

- Jalka kohdistaa suuremman voiman palloon kuin pallo jalkaan.
- Pallo ja jalka eivät kohdistu voimaa toisiinsa.
- Pallo kohdistaa suuremman voiman jalkaan kuin jalka palloon.
- Pallo ja jalka kohdistavat yhtä suuret voimat toisiinsa.

1.2. Mikä seuraavista vaihtoehdoista on oikein? Välittömästi lyönnin jälkeen golfpalloon vaikuttavat (2 p.)

- lyönnin voima eteenpäin ja ilmanvastus.
- painovoima ja lyönnin voima eteenpäin.
- painovoima, lyönnin voima eteenpäin ja ilmanvastus.
- painovoima ja ilmanvastus.

1.3. Laskuvarjohyppääjä leijailee varjo auki tasaisella nopeudella alaspäin. Mikä seuraavista vaihtoehdoista kuvaa tilannetta oikein? (2 p.)

- Ilmanvastus on samansuuruinen kuin hyppääjän ja varusteiden paino.
- Ilmanvastus on suurempi kuin hyppääjän ja varusteiden paino.
- Hyppääjän ja varusteiden paino on suurempi kuin ilmanvastus.
- Ilmanvastuksella ei ole tilanteessa merkitystä.

1.4. Sählypallo heitetään kohti tyhjää juomatölkkiä. Törmäyksessä tölkin kylkeen syntyy iso lommo. Mikä seuraavista pitää paikkansa törmäyksessä? (2 p.)

- Pallon ja tölkin yhteenlaskettu liike-energia ja yhteenlaskettu liikemäärä eivät kumpikaan säily.
- Pallon ja tölkin yhteenlaskettu liike-energia ja yhteenlaskettu liikemäärä molemmat säilyvät.
- Pallon ja tölkin yhteenlaskettu liike-energia säilyy, ja yhteenlaskettu liikemäärä ei säily.
- Pallon ja tölkin yhteenlaskettu liike-energia ei säily, ja yhteenlaskettu liikemäärä säilyy.

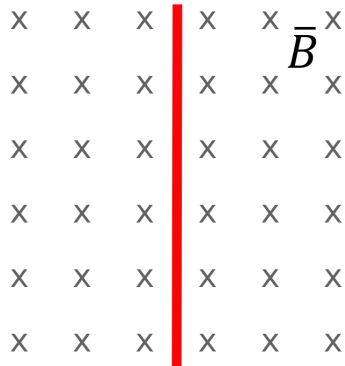
1.5. Uimari pulahtaa kylmään (10 °C) järviveteen. Mikä seuraavista lämmönsiirtotavoista siirtää tilanteessa eniten energiaa pois uimarin iholta? (2 p.)

- Johtuminen
- Kuljettuminen
- Säteily
- Kaikki yllämainitut siirtävät energiaa suunnilleen yhtä paljon.

1.6. Missä seuraavista energianmuutoksista on **huonoin** hyötysuhde? (2 p.)

- Polttoaineen kemiallinen energia muuttuu liike-energiaksi auton polttomoottorissa.
- Potentiaalienergia muuttuu liike-energiaksi vesivoimalaitoksen turbiineissa.
- Sähköenergia muuttuu lämpöenergiaksi sähköuunin vastuksissa.
- Kaikissa edellä mainituissa muutoksissa on likipitään yhtä suuri hyötysuhde.

1.7. Virtajohdin on magneettikentässä kuvan mukaisesti. Johtimessa on 3 ampeerin sähkövirta. Mitä voidaan sanoa johtimeen vaikuttavasta magneettisesta voimasta? (2 p.)

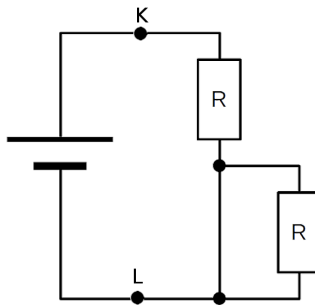


- Virtajohtimeen ei kohdistu kuvan tapauksessa magneettista voimaa.
- Voima vaikuttaa johtimeen kuvassa ylöspäin tai alaspäin.
- Voima vaikuttaa johtimeen kuvassa kohti katsojaa tai katsojasta pois päin.
- Voima vaikuttaa johtimeen kuvassa oikealle tai vasemmalle.

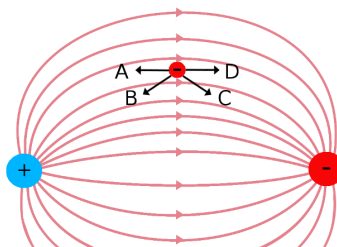
1.8. Aalto etenee vinosti rajapinnan läpi toiseen, aalto-opillisesti erilaiseen väliaineeseen. Mikä seuraavista pitää tilanteessa paikkansa? (2 p.)

- Aallon etenemisnopeus muuttuu mutta etenemissuunta ei muutu.
- Aallon etenemisnopeus ja etenemissuunta eivät muutu.
- Aallon etenemisnopeus ja etenemissuunta muuttuvat.
- Aallon etenemisnopeus ei muutu mutta etenemissuunta muuttuu.

1.9. Kuvan virtapiiriin on merkitty pisteet K ja L. Mikä seuraavista väittämistä on oikein? (2 p.)



- Pisteiden K ja L sähkövirrat ovat eri suuret ja pisteiden potentiaalit yhtä suuret.
 - Pisteissä K ja L sähkövirrat ovat eri suuret ja pisteiden potentiaalit ovat eri suuret.
 - Pisteissä K ja L sähkövirrat ovat yhtä suuret ja pisteiden potentiaalit ovat yhtä suuret.
 - Pisteissä K ja L sähkövirrat ovat yhtä suuret ja pisteiden potentiaalit eri suuret.
- 1.10. Pientä negatiivisesti varattua hiukkasta pidetään paikallaan kuvan mukaisessa sähkökentässä. Mihin suuntaan hiukkanen lähtee liikkumaan, kun se vapautetaan? (2 p.)



- A
- B
- C
- D

Ratkaisu.

Pisteytyksestä: Oikea vastaus 2 p., väärä vastaus 0 p., ei vastausta 0 p.

1.1. Jalkapalloilija potkaisee palloa. Mikä seuraavista väittämistä pitää paikkansa potkun tapahtuessa? (2 p.)

- Jalka kohdistaa suuremman voiman palloon kuin pallo jalkaan.
- Pallo ja jalka eivät kohdistu voimaa toisiinsa.
- Pallo kohdistaa suuremman voiman jalkaan kuin jalka palloon.
- Pallo ja jalka kohdistavat yhtä suuret voimat toisiinsa.

2p (yht. 2p)

Jalan palloon kohdistama voima ja pallon jalkaan kohdistama voima ovat toistensa vastavoimat. Newtonin III lain mukaan vastavoimat ovat aina yhtä suuret.

1.2. Mikä seuraavista vaihtoehdoista on oikein? Välittömästi lyönnin jälkeen golfpalloon vaikuttavat (2 p.)

- Lyönnin voima eteenpäin ja ilmanvastus.
- painovoima ja lyönnin voima eteenpäin.
- painovoima, lyönnin voima eteenpäin ja ilmanvastus.
- painovoima ja ilmanvastus.

2p (yht. 4p)

Välittömästi lyönnin jälkeen maila ei enää kosketa palloa, jolloin ainoastaan painovoima ja ilmanvastus vaikuttavat palloon.

1.3. Laskuvarjohyppääjä leijailee varjo auki tasaisella nopeudella alaspäin. Mikä seuraavista vaihtoehdoista kuvaa tilannetta oikein? (2 p.)

- Ilmanvastus on samansuuruinen kuin hyppääjän ja varusteiden paino.
- Ilmanvastus on suurempi kuin hyppääjän ja varusteiden paino.
- Hyppääjän ja varusteiden paino on suurempi kuin ilmanvastus.
- Ilmanvastuksella ei ole tilanteessa merkitystä.

2p (yht. 6p)

Vapaassa pudotuksessa hyppääjään vaikuttavat ainoastaan painovoima ja ilmanvastus. Tasaisella nopeudella liikuttaessa kiihtyvyyks on nolla, jolloin Newtonin II lain mukaan hyppääjään vaikuttavien voimien summa on nolla, eli voimat kumoavat toisensa, eli niiden on oltava yhtä suuret.

- 1.4. Sählypallo heitetään kohti tyhjää juomatölkkiä. Törmäyksessä tölkin kylkeen syntyy iso lommo. Mikä seuraavista pitää paikkansa törmäyksessä? (2 p.)
- Pallon ja tölkin yhteenlaskettu liike-energia ja yhteenlaskettu liikemäärä eivät kumpikaan säily.
 - Pallon ja tölkin yhteenlaskettu liike-energia ja yhteenlaskettu liikemäärä molemmat säilyvät.
 - Pallon ja tölkin yhteenlaskettu liike-energia säilyy, ja yhteenlaskettu liikemäärä ei säily.
 - Pallon ja tölkin yhteenlaskettu liike-energia ei säily, ja yhteenlaskettu liikemäärä säilyy.

2p (yht. 8p)

Koska tölkki muuttaa muotoaan törmäyksessä, osa pallon liike-energiasta kuuluu muodonmuutoksen aikaansaamiseen, joten liike-energia ei säily. Ulkoiset voimat ovat törmäyksessä mitättömät, joten liikemäärä kuitenkin säilyy.

- 1.5. Uimari pulahtaa kylmään ($10\text{ }^{\circ}\text{C}$) järviveteen. Mikä seuraavista lämmönsiirtotavoista siirtää tilanteessa eniten energiaa pois uimarin iholta? (2 p.)
- Johtuminen
 - Kuljettuminen
 - Säteily
 - Kaikki yllämainitut siirtävät energiaa suunnilleen yhtä paljon.

2p (yht. 10p)

Kuljettuminen voidaan sulkea pois, koska lämpöä voi kuljettua vain esim. veden liikkua, mutta ei ihmisestä veteen. Tämän vuoksi myös viimeinen vaihtoehto voidaan sulkea pois. Säteily on tässä tilanteessa huomattavasti johtumista vähäisempää (vrt. esim. kuuman ruokakattilan jäähdyttäminen nopeasti vesihauteessa tai hitaasti huoneilmassa), joten johtuminen on oikea vaihtoehto.

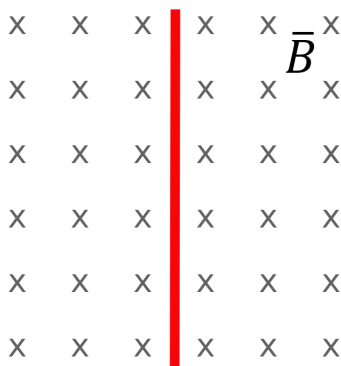
1.6. Missä seuraavista energianmuutoksista on **huonoin** hyötysuhde? (2 p.)

- Polttoaineen kemiallinen energia muuttuu liike-energiaksi auton polttomoottorissa.
- Potentiaalienergia muuttuu liike-energiaksi vesivoimalaitoksen turbiineissa.
- Sähköenergia muuttuu lämpöenergiaksi sähköuunin vastuksissa.
- Kaikissa edellä mainituissa muutoksissa on likipitään yhtä suuri hyötysuhde.

2p (yht. 12p)

Polttomoottorissa energiaa muutetaan ensin polttoaineen kemiallisesta energiasta lämpöenergiaksi ja sitten vielä auton moottorissa kampiakselin liike-energiaksi. Jokaisessa muutoksessa energiaa menee hukkaan, ja tunnetusti polttomoottorin hyötysuhde on melko huono. Vesivoimalan turbiini on huomattavasti yksinkertaisempi systeemi, jossa painovoima saa veden liikkeelle ja veden liike-energia muutetaan turbiinin liike-energiaksi. Jonkin verran energiaa kuluu hukkaan veden sisäisestä kitkasta johtuen, mutta turbiinin hyötysuhde on varsin hyvä. Uunin sähkövastuksessa kulkeva sähkövirta aiheuttaa vastuksen molekyyliin lämpöliikettä ja syntyvä lämpö siirtyy ympäristöön johtumalla ja lämpösäteilynä. Juuri muulla tavalla vastus ei kykene siirtämään energiaa ympäristöön, joten lämmöntuoton hyötysuhde on erittäin korkea.

1.7. Virtajohdin on magneettikentässä kuvan mukaisesti. Johtimessa on 3 ampeerin sähkövirta. Mitä voidaan sanoa johtimeen vaikuttavasta magneettisesta voimasta? (2 p.)



- Virtajohtimeen ei kohdistu kuvan tapauksessa magneettista voimaa.
- Voima vaikuttaa johtimeen kuvassa ylöspäin tai alaspäin.
- Voima vaikuttaa johtimeen kuvassa kohti katsojaa tai katsojasta poispäin.
- Voima vaikuttaa johtimeen kuvassa oikealle tai vasemmalle.

2p (yht. 14p)

Kuvassa virtajohdin on pystysuunnassa, jolloin virta kulkee johtimen suunnassa joko ylöspäin tai alaspäin. Magneettivuon tiheys on katsojasta poispäin. Tällöin oikean käden säännöllä saadaan voiman suunta joko oikealle tai vasemmalle.

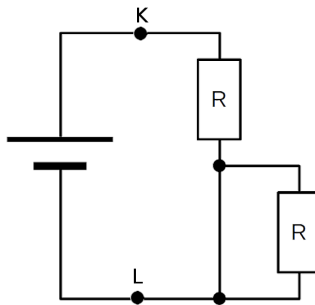
1.8. Aalto etenee vinosti rajapinnan läpi toiseen, aalto-opillisesti erilaiseen väliaineeseen. Mikä seuraavista pitää tilanteessa paikkansa? (2 p.)

- Aallon etenemisnopeus muuttuu mutta etenemissuunta ei muutu.
- Aallon etenemisnopeus ja etenemissuunta eivät muutu.
- Aallon etenemisnopeus ja etenemissuunta muuttuvat.
- Aallon etenemisnopeus ei muutu mutta etenemissuunta muuttuu.

2p (yht. 16p)

Aalto-opillisesti erilainen aine tarkoittaa, että aalto etenee siinä eri nopeudella. Taiteumislaista voidaan huomata, että kahden aineen rajapinnassa pinnan normaalin ja aallon välisen kulman sini on suoraan verrannollinen aallon nopeuteen. Tämän vuoksi nopeuden muuttuessa taitekulma muuttuu.

1.9. Kuvan virtapiiriin on merkitty pisteet K ja L. Mikä seuraavista väittämistä on oikein? (2 p.)

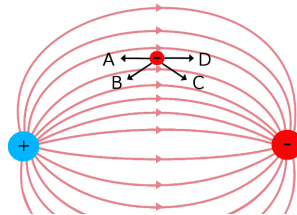


- Pisteiden K ja L sähkövirrat ovat eri suuret ja pisteiden potentiaalit yhtä suuret.
- Pisteissä K ja L sähkövirrat ovat eri suuret ja pisteiden potentiaalit ovat eri suuret.
- Pisteissä K ja L sähkövirrat ovat yhtä suuret ja pisteiden potentiaalit ovat yhtä suuret.
- Pisteissä K ja L sähkövirrat ovat yhtä suuret ja pisteiden potentiaalit eri suuret.

2p (yht. 18p)

Jännitelähteen napojen välillä on napajännitteen suuruinen potentiaaliero. Koska pisteet K ja L on kytketty jännitelähteen eri napoihin, pisteet ovat eri potentiaalisia. Pisteiden K ja L välillä ei ole yhtään virtajohtimen haarautumispistettä kuljettaessa jännitelähteen kautta. Näin ollen sama virta kulkee pisteiden K ja L läpi, koska virta ei häviä virtapiirissä.

1.10. Pientä negatiivisesti varattua hiukkasta pidetään paikallaan kuvan mukaisessa sähkökentässä. Mihin suuntaan hiukkanen lähtee liikkumaan, kun se vapautetaan? (2 p.)



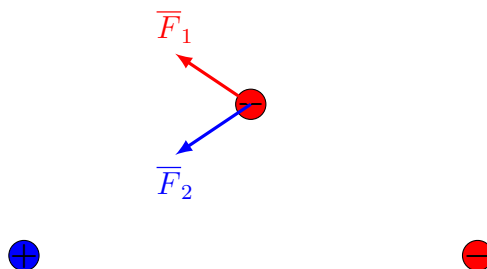
- A
- B
- C
- D

2p (yht. 20p)

Sähkökenttä aiheuttaa negatiivisesti varattuun hiukkaseen kentän suunnalle vastakkaisuuntaisen voiman. Sähköisen voiman ja siten kiihtyvyyden suunta on siis A.

TAI

Hiukkaseen kohdistuva negatiivisen varauksen aiheuttama voima on suoraan pois päin negatiivisesta varauksesta ja vastaavasti positiivisen varauksen aiheuttama voima on suoraan kohti positiivista varausta. Hiukkanen saa kiihtyvyyden kokonaisvoiman suuntaan. Voimien y-komponentit kumoavat toisensa, jolloin summavoima on suoraan vasemmalle.



Huom! Värilliset tekstit ovat lisäselityksiä, joita ei vaadita ratkaisussa.

2. Sauna (15 p.)

Leo ja Jukka saunovat lämpötilaan $90\text{ }^{\circ}\text{C}$ lämmitetyssä saunassa ja kiistelevät siitä, kannattaako kiukaalle heittää kylmää (lämpötila $7\text{ }^{\circ}\text{C}$) vai lämmintä (lämpötila $40\text{ }^{\circ}\text{C}$) vettä. Leon mielestä kylmä vesi jäädyttää kiviä liikaa, kun taas Jukan mielestä löylyveden lämpötilalla ei ole juurikaan merkitystä.

Kiukaassa on 100 kg kiuaskiviä, ja niiden lämpötila on $250\text{ }^{\circ}\text{C}$. Kivien ominaislämpökapasiteetti on $1,30\text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$. Vettä heitetään kiukaalle $0,30$ litraa. Veden keskimääräinen höyrystymislämpötila kiuaskivien pinnalla on $90\text{ }^{\circ}\text{C}$.

- 2.1. Kuinka monta prosenttia enemmän kylmän löylyveden käyttö vähentää kiuaskiviin varastoitunutta energiaa kuin lämpimän veden käyttö? (7 p.)
- 2.2. Kuinka paljon kiuaskivien lämpötila laskee koko kivimassassa keskimäärin, kun käytetään kylmää ($7\text{ }^{\circ}\text{C}$) löylyvettä? (4 p.)
- 2.3. Selitä fysikaalisia käsitteitä käyttäen, mihin perustuu heti löylynheiton jälkeen iholla tuntuva lämmittävä vaikutus. (4 p.)

Ratkaisu.

- 2.1 Käytetään alaindeksiä L lämpimälle vedelle ja K kylmälle vedelle.

$$c_v = 4,19 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

$$\Delta T_K = 90\text{ }^{\circ}\text{C} - 7\text{ }^{\circ}\text{C} = 83\text{ }^{\circ}\text{C}$$

$$\Delta T_L = 90\text{ }^{\circ}\text{C} - 40\text{ }^{\circ}\text{C} = 50\text{ }^{\circ}\text{C}$$

$$r = 2260 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

$$\rho = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$V = 0,30\text{ l} = 0,30 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$m_v = \rho V = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 0,30 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 = 0,30 \text{ kg}$$

Veden massan laskemisessa on käytetty pyöristettyä arvoa $1000\text{ kg}/\text{m}^3$, koska ero tarkempiin arvoihin on hyvin pieni. Yhtä hyvin voi käyttää myös taulukosta $7\text{ }^{\circ}\text{C}$ ja $40\text{ }^{\circ}\text{C}$ kohdalta luettuja tarkempia arvoja.

Kiuaskivet luovuttavat energiaa vedelle, joka höyrystyy. Muodostetaan lausekkeet kylmän ja lämpimän veden höyrystymiseen vaadittavalle energialle. Energiaa kuluu ensin veden lämmittämiseen ja sen jälkeen veden höyrystämiseen.

1p (yht. 1p)

$$Q_K = c_v m_v \Delta T_K + r m_v = 782,331 \text{ kJ} \quad \text{2p (yht. 3p)}$$

$$Q_L = c_v m_v \Delta T_L + r m_v = 740,85 \text{ kJ}. \quad \text{2p (yht. 5p)}$$

Kylmän veden höyrystäminen vaatii lämpömäärien erotuksen verran enemmän energiaa. Verrataan siis erotusta lämpimän veden höyrystämisen vaatimaan lämpömäärään, jolloin saadaan kysytty prosenttiosuus:

$$\frac{Q_K - Q_L}{Q_L} \quad \text{1p (yht. 6p)} = 0,05589 \dots \approx 5,6\%$$

Vastaus: Kiuaskivien energia vähenee 5,6% enemmän kylmää vettä käytettäessä kuin lämmintä vettä käytettäessä. 1p (yht. 7p)

2.2 Käytetään kiville alaindeksiä k ja vedelle alaindeksiä v .

$$c_k = 1,3 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

$$\Delta T_v = 90^\circ\text{C} - 7^\circ\text{C} = 83^\circ\text{C}$$

$$m_k = 100 \text{ kg}$$

$$m_v = 0,30 \text{ kg}$$

Veden massan laskemisessa on käytetty pyöristettyä arvoa 1000 kg/m^3 , koska ero tarkkaan arvoon on hyvin pieni. Yhtä hyvin voi käyttää myös taulukosta 7°C kohdalta luettua tarkempaa arvoa.

Oletetaan, että kivien lämpötila laskee vain sinne heitetyn veden lämpenemisen ja höyrystymisen vuoksi. Tällöin kivien luovuttama lämpömäärä on oltava yhtä

suuri kuin veden vastaanottama lämpömäärä. 1p (yht. 1p)

$$Q_k = Q_v$$

$$c_k m_k \Delta T_k = c_v m_v \Delta T_v + r m_v \quad \text{1p (yht. 2p)}$$

$$\Delta T_k = \frac{c_v m_v \Delta T_v + r m_v}{c_k m_k} \quad \text{1p (yht. 3p)}$$

$$= 6,016... \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$\approx 6,0 \text{ } ^\circ\text{C}$$

Vastaus: Kiuaskivien lämpötila laskee keskimäärin $6,0 \text{ } ^\circ\text{C}$. 1p (yht. 4p)

- 2.3 Kun löylyä heitettäessä muodostunut vesihöyry koskettaa ihoa, se tiivistyy takaisin vedeksi, koska ihon lämpötila, noin $37 \text{ } ^\circ\text{C}$, on merkittävästi matalampi kuin vesihöyryn lämpötila. 2p (yht. 2p) Tiivistyminen on höyrystymiselle käänteinen reaktio, jolloin siinä vapautuu energiaa lämpömäärän $Q = r m$ verran. Iho tuntuu lämpimältä höyryn tiivistyessään luovuttaman lämmön vuoksi. 2p (yht. 4p)

Lämmittävä vaikutus perustuu myös siihen, että lämpö johtuu tehokkaammin tiheämmästä aineesta kuin harvemmasta aineesta. Löylynheiton yhteydessä saunailmaan sekoittuu vesihöyryä, jolloin ilman tiheys kasvaa. Näin ollen lämpö johtuu paremmin iholle löylynheiton jälkeen tiheämmästä ilmasta kuin ennen heittoa harvemmasta ilmasta.

Lämpöä siirtyy myös sitä enemmän, mitä enemmän ilma liikkuu, sillä lämpöä siirtyy myös konvektiolla. Löylynheitto lisää ilman liikettä, koska lämmin ilma nousee ylös ja kylmempi ilma painuu alemmas. Ilman liikkeen vuoksi ihon lähellä oleva, ihon jäähdyttämä ilma korvautuu nopeammin kuumalla ilmalla ja saa ihon tuntumaan lämpimämmältä.

Pisteytyksestä: Nämä kohdan 2.3 värillisellä kirjoitetut lisäselitykset ovat myöskin totta, mutta niistä yksinään tuskin saa täysiä pisteitä.

Huom! Värilliset tekstit ovat lisäselityksiä, joita ei vaadita ratkaisussa.

3. Varatut pingispallot (15 p.)

Aineisto:

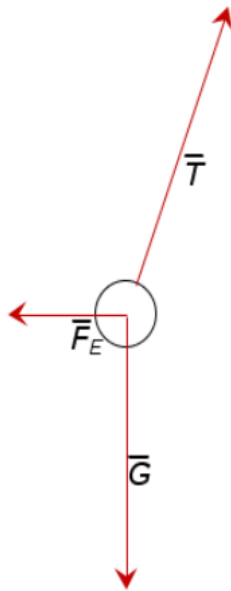
3. A [Kuva: Tilannekuva](#)

Varattujen kappaleiden vuorovaikutusta tutkittiin kuvan 3. A mukaisella koejärjestelyllä. Siinä kaksi samanlaista hopeoitua pingispalloa on ripustettu hyvin ohuen kuparilangan avulla roikkumaan eristekoukusta. Lankojen pituus ripustuspuolesta pallon keskipisteeseen on $L = 130 \text{ cm}$ ja yhden pallon massa $m = 3,0 \text{ g}$. Kun Van de Graaffin generaattorista tuodaan varausta kuparilankojen yläpäähän, havaitaan pallojen keskipisteiden etäisyyden kasvavan arvoon $d = 12 \text{ cm}$.

- 3.1. Piirrä vasemmanpuoleisen pingispallon voimakuvio, ja nimeä palloon vaikuttavat voimat. (5 p.)
- 3.2. Mitä voit sanoa pallojen varauksien merkeistä ja keskinäisestä suuruudesta? Määritä pallojen sähkövaraukset. (10 p.)

Ratkaisu.

3.1.



Kuvaan on merkitty voimat:

\bar{T} kuparilangan jännitysvoima

\bar{G} painovoima

\bar{F}_E sähköinen voima

5p (yht. 5p)

Pisteytyksestä: Oikein piirretty voimakuvio ja oikein nimetyt voimat = 5p,
-1 p / puuttuva tai selvästi virheellinen nimeäminen,
-1 p / väärin piirretty voima.

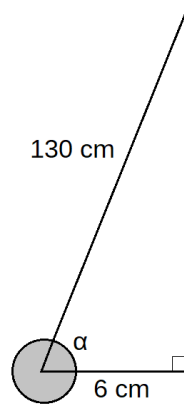
- 3.2. Varaukset ovat yhtä suuret ja samanmerkkiset. Pingispallojen ja kuparilangan muodostama systeemi on symmetrinen pysty akselinsa suhteen. Symmetrian perusteella varaus jakautuu tasaisesti systeemin vasemman ja oikean puolen kesken. **Symmetrialla tarkoitetaan tässä sekä systeemin muotoa että sen rakennetta.**

Varausten etumerkki (positiivinen tai negatiivinen) ei selviä tehtävän tiedoilla. Varaukset ovat samanmerkkiset, sillä pingispallot hylkivät toisiaan. **Van de Graaffin generaattorilla varatut kappaleet ovat tyypillisesti positiivisesti varattuja, tätä ei kuitenkaan tarvitse tietää.**

2p (yht. 2p)

$m = 3,0 \text{ g}$	yhden pallon massa
$L = 130 \text{ cm}$	kuparilangan pituus
$d = 12 \text{ cm}$	pallojen keskipisteiden etäisyys

Varausten suuruus saadaan tarkastelemalla toiseen palloon kohdistuvia voimia. Koska pallojen keskipisteiden välimatka on 12 cm, pallon keskipisteen etäisyys ripustuspisteestä piirretystä pystysuorasta on 6 cm. Kulma α voidaan laskea tämän etäisyyden ja kuparilankojen pituuden $L = 130 \text{ cm}$ avulla.

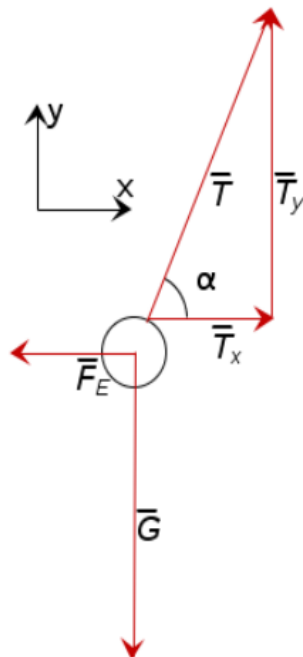


$$\cos(\alpha) = \frac{6 \text{ cm}}{130 \text{ cm}}$$

$$\cos(\alpha) = 0,04615 \dots$$

$$\alpha \approx 87,354 \dots^\circ$$

2p (yht. 4p)



Pallo on paikallaan, joten pallon liikeyhtälö vaakasuunnassa on Newtonin toisen lain nojalla

$$\begin{aligned}\sum \bar{F}_x &= \bar{0} \\ \bar{T}_x + \bar{F}_E &= \bar{0} \\ T_x - F_E &= 0 \\ T_x &= F_E\end{aligned}\quad \begin{array}{l} \text{1p (yht. 5p)} \\ \\ \\ \end{array} \quad (3.1)$$

Pystysuunnassa Newtonin toisen lain nojalla saadaan vastaavasti

$$\begin{aligned}\sum \bar{F}_y &= \bar{0} \\ \bar{G} + \bar{T}_y &= \bar{0} \\ -G + T_y &= 0 \\ T_y &= G \\ T_y &= mg\end{aligned}\quad \begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ \text{1p (yht. 6p)} \end{array} \quad (3.2)$$

Langan jännitysvoima \bar{T} voidaan jakaa komponentteihin kulman α avulla.

$$T_x = T \cos(\alpha) \quad (3.3)$$

$$T_y = T \sin(\alpha) \quad (3.4)$$

Sijoitetaan (3.4) yhtälöön (3.2) ja ratkaistaan T :

$$\begin{aligned}T \sin(\alpha) &= mg \\ T &= \frac{mg}{\sin(\alpha)}\end{aligned}\quad \begin{array}{l} \\ \text{1p (yht. 7p)} \end{array} \quad (3.5)$$

Coulombin lain mukaan $F_E = k \frac{Q_1 Q_2}{r^2}$, missä Q_1 ja Q_2 ovat varattujen kappaleiden sähkövaraukset, r on niiden keskipisteiden välinen etäisyys ja k on Coulombin lain vakio. Molemmilla pingispalloilla on yhtä suuret varaukset, eli $Q_1 = Q_2 = Q$ ja pallojen keskipisteiden etäisyys on d . Sähköinen voima on siis

$$F_E = k \frac{Q^2}{d^2} \quad \begin{array}{l} \text{1p (yht. 8p)} \\ \end{array} \quad (3.6)$$

Sijoitetaan (3.3) ja (3.6) yhtälöön (3.1):

$$T \cos(\alpha) = k \frac{Q^2}{d^2} \quad (3.7)$$

Sijoitetaan vielä (3.5) yhtälöön (3.7):

$$\frac{mg}{\sin(\alpha)} \cdot \cos(\alpha) = k \frac{Q^2}{d^2}.$$

Ratkaistaan kysytyn pingispallon varauksen Q suuruus:

$$\begin{aligned} |Q| &= d \cdot \sqrt{\frac{mg}{k \tan(\alpha)}} \quad (1 \text{ p (yht. 9p)}) \\ &= 4,666 \dots \cdot 10^{-8} \text{ C} \\ &= 46,66 \dots \cdot 10^{-9} \text{ C} \\ &= 46,66 \dots \text{ nC} \\ &\approx 47 \text{ nC} \end{aligned}$$

Vastaus: Kummankin pallon sähkövarauksen itseisarvo on 47 nC ja varaukset ovat samanmerkkiset. (1 p (yht. 10p))

Huom! Värilliset tekstit ovat lisäselityksiä, joita ei vaadita ratkaisussa.

4. Pitkäjousi (15 p.)

Aineisto:

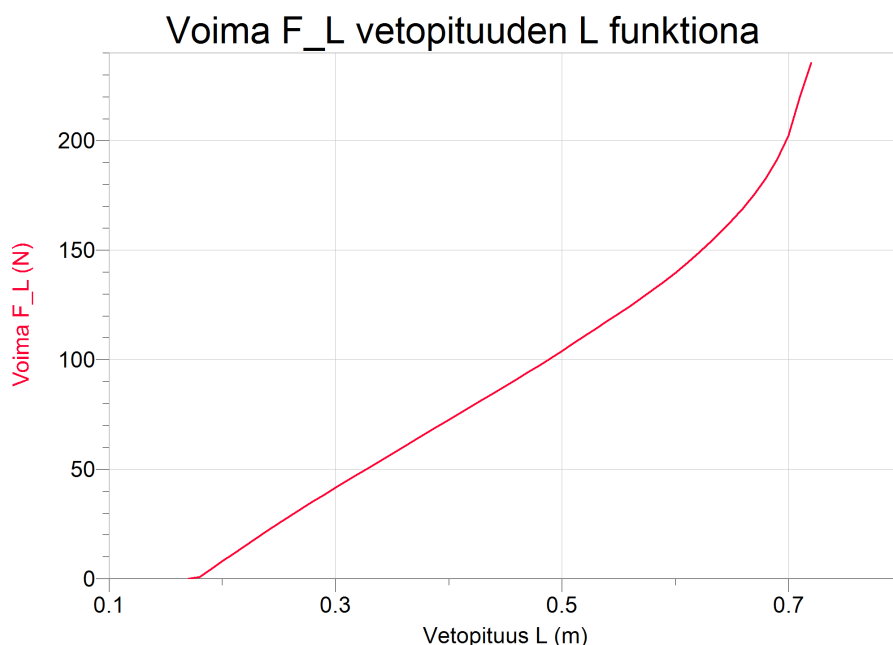
4. A [Kuva: Kaaviokuva pitkäjousesta](#)
4. B [Taulukko: Jännitysvoima eri vetopituuksilla](#)

Pitkäjousi on perinteinen jousiase. Pitkäjousen jännittämiseen tarvittava voima F_L riippuu pituudesta, johon jousi jännitetään (ns. vetopituus L , kuva [4. A](#)). Voiman riippuvuus vetopituudesta on esitetty taulukossa [4. B](#).

- 4.1. Esitä graafisesti voima F_L vetopituuden funktiona. Kuinka suuren työn voima tekee, kun pitkäjousi jännitetään 0,70 m:n vetopituuteen? (7 p.)
- 4.2. Pitkäjouseen asetetaan nuoli, jonka massa on 490 graania (1 graani = 64,79891 mg), ja jousi jännitetään 0,70 m:n vetopituuteen. Kuinka suuren lähtönopeuden vaakasuoraan ammuttu nuoli voi korkeintaan saada? (8 p.)

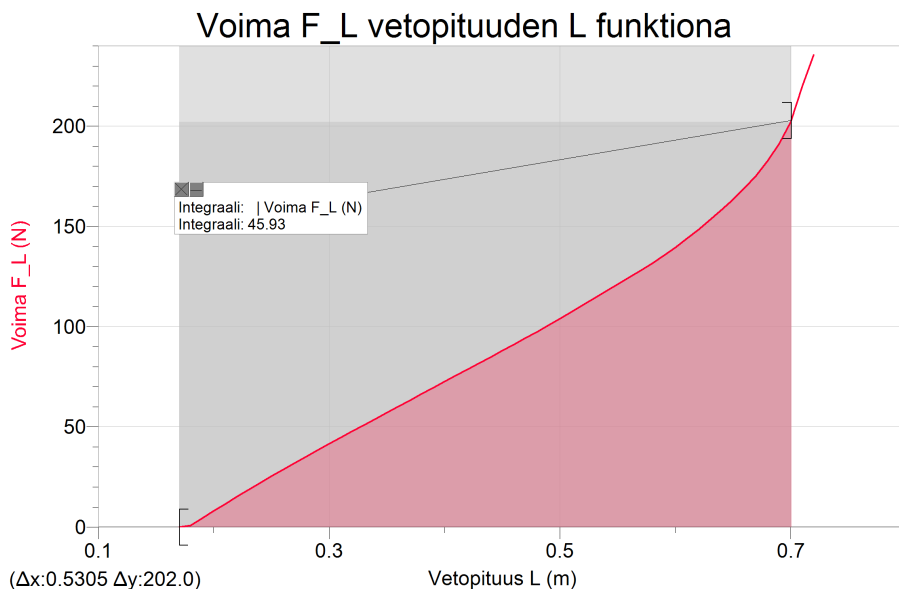
Ratkaisu.

- 4.1. Voima F_L vetopituuden L funktiona:



4p (yht. 4p)

Kun voima piirretään vaikutusmatkan funktiona, saadaan voiman tekemä työ laskemalla kuvaajan alle jäävä fysikaalinen pinta-ala. Määritetään fysikaalinen pinta-ala:



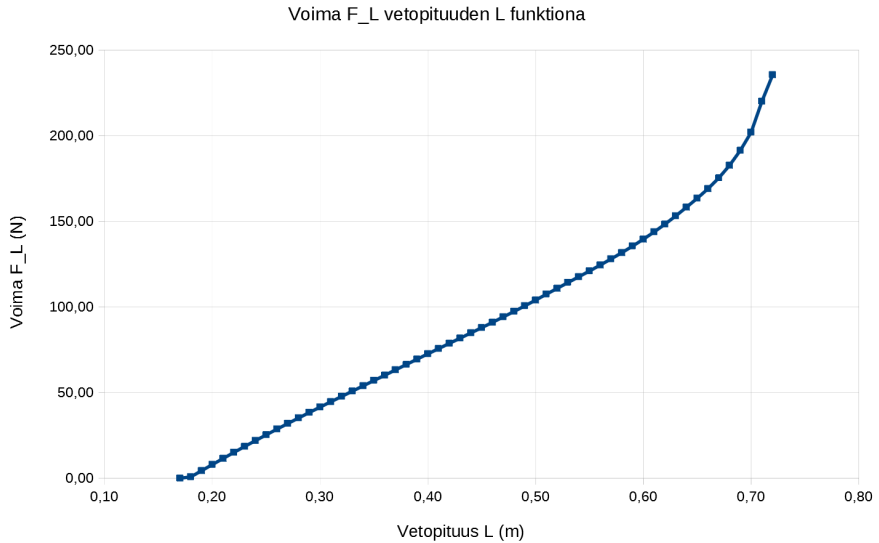
Kuvaajan vaaka-akselin yksikkö on metri ja pystyakselin yksikkö on newton, joten lasketun fysikaalisen pinta-alan yksikkö on $1 \text{ N} \cdot 1 \text{ m} = 1 \text{ J}$. Voiman F_L tekemä työ jännitettäessä jousi $0,70 \text{ m}$:n pituuteen on siis

$$W = 45,93 \text{ J}$$

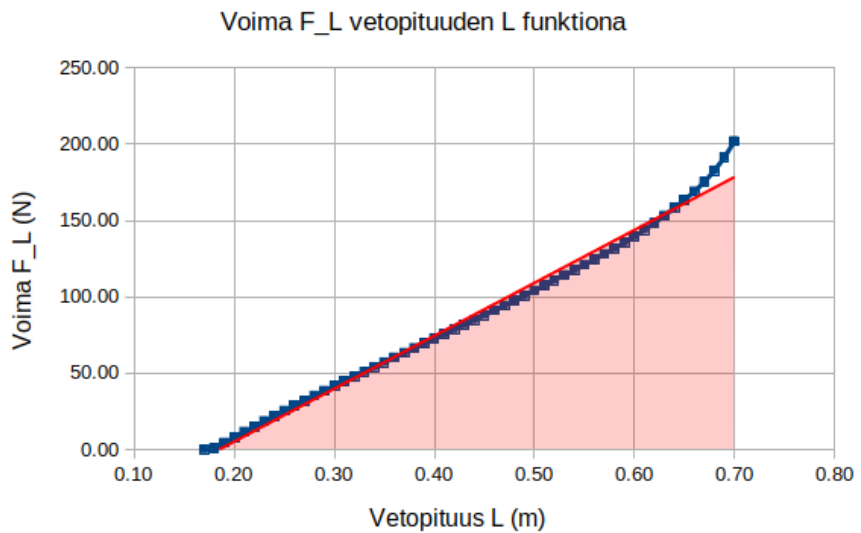
$$\approx 46 \text{ J.}$$

Vastaus: Voima F_L tekee 46 J :n työn, kun pitkäjousi jännitetään $0,70 \text{ m}$:n vetopituuteen. 3p (yht. 7p)

Ratkaisun voi myös tehdä ohjelmalla, jossa ei ole valmista pinta-alan laskemistoimintoa, kuten LibreOffice Calc:lla.



Tällöin fyysikaalisen pinta-alan voi laskea esimerkiksi approksimoimalla pinta-alan kolmion pinta-alana, kuten alla olevassa kuvassa tai lisäämällä tiheämmän ruudukon ja laskemalla fyysikaalisen pinta-alan ruutujen avulla.



4.2.

$$W = 45,93 \text{ J}$$

$$m = 490 \text{ graania}$$

$$= 490 \cdot 64,79891 \text{ mg}$$

$$= 0,03175 \dots \text{ kg}$$

Oletetaan vastusvoimat merkityksettömiksi. Työperiaatteen nojalla jousivoiman nuoleen tekemä työ muuttuu nuolen liike-energiaksi: 1p (yht. 1p)

$$W = \Delta E_k. \quad \text{1p (yht. 2p)}$$

Nuoli lähtee levosta, joten sen liike-energia on aluksi nolla. Nuolen lähtönopeus v on silloin

$$W = E_2 - E_1$$

$$W = \frac{1}{2}mv^2 \quad \text{2p (yht. 4p)}$$

$$v = \sqrt{\frac{2W}{m}} \quad \text{2p (yht. 6p)}$$

$$= 53,728 \dots \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\approx 54 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Vastaus: Nuoli voi saada lähtönopeudeksi korkeintaan $54 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. 2p (yht. 8p)

Huom! Värilliset tekstit ovat lisäselityksiä, joita ei vaadita ratkaisussa.

5. Heiluri (15 p.)

Aineisto:

5. A [Kuva: Kaaviokuva heilurista](#)

- 5.1. Tehtävänäsi on rakentaa kaaviokuvan [5. A](#) tyyppinen heiluri. Mitä eri tekijöitä sinun tulee ottaa huomioon, jotta rakentamasi heilurin heilahtelun vaimeneminen olisi mahdollisimman vähäistä? (6 p.)
- 5.2. Mitä tarkoitetaan harmonisella värähtelyllä? Suunnittele koe, jolla voit tutkia, onko rakentamasi heiluri harmoninen värähtelijä, ja kuvaile kokeen toteutus. Kerro perustellen, millaista lopputulosta odotat kokeestasi.(9 p.)

Ratkaisu.

5.1 Heilurin liikkeen vaimeneminen johtuu heiluriin kohdistuvista vastusvoimista. Heiluriin vaikuttavat merkittävät vastusvoimat ovat akselista aiheutuva kitka sekä ilmanvastus. Akselin kitkaa voidaan pienentää

- voitelemalla akseli tai
- käyttämällä mahdollisimman kitkatonta kiinnitystapaa, kuten laakeria, akselin kiinnityksessä.

Ilmanvastusta voidaan pienentää

- laittamalla heiluri tyhjiökammioon,
- valitsemalla virtaviivainen punnus heiluriin tai
- valitsemalla ohut lanka.

3p (yht. 3p)

Heilurin vaimenemista voidaan vähentää myös kasvattamalla heilurin mekaanista energiaa suhteessa siihen, kuinka suurella teholla vastusvoimat tekevät työtä. Heilurin mekaaninen energia on suoraan verrannollinen heilurin massaan. Akselissa vaikuttava tukivoima on myös verrannollinen heilurin massaan ja toisaalta akselin kitka on verrannollinen tukivoimaan, joten massan kasvattaminen ei vaikuta oleellisesti siihen, kuinka paljon akselin kitka vaimentaa värähtelyä. Jos massaa kasvatetaan valitsemalla tiheämpi samankokoinen punnus, ilmanvastusvoima pysyy samana, jolloin ilmanvastusvoiman tekemä työ suhteessa heilurin mekaaniseen energiaan on pienempi. Toisaalta ilmanvastusvoima

on suoraan verrannollinen heilurin nopeutta vastaan kohtisuoraan poikkipinta-alaan. Kun heilurin kokoa kasvatetaan, mutta heilurin muoto pidetään samana, heilurin massa kasvaa suhteessa enemmän kuin pinta-ala, joten myös suuremman, samasta materiaalista valmistetun punnuksen valitseminen heiluriin vähentää vaimenemista.

Heilurin jaksonaika on sitä suurempi, mitä pidempi on heilurin lanka. Jos siis poikkeutetaan heiluria tietyn etäisyyden päähän tasapainoasemasta, pidemmän langan vaikutuksesta punnuksen nopeus on pienempi, eli myös ilmanvastusvoima on pienempi. Toisaalta koska heilahdukset ovat hitaampia, myös akselissa vaikuttava kitka tekee työtä hitaammin.

Vaimenemista voidaan siis vähentää myös

- valitsemalla tiheämmästä materiaalista valmistettu punnus heiluriin,
- valitsemalla suurempi samasta materiaalista valmistettu punnus heiluriin,
- valitsemalla pitkä lanka.

3p (yht. 6p)

5.2

RATKAISUVAIHTOEHTO 1

Harmoninen värähtely tarkoittaa liikettä, jossa kappaleeseen vaikuttava kokonaisvoima on harmoninen, eli voiman suunta on aina kohti tasapainoasemaa ja sen suuruus on suoraan verrannollinen kappaleen etäisyyteen tasapainoasemasta. 3p (yht. 3p)

Harmonisen voiman suuruus F on siis

$$F = kx,$$

missä k on vakio ja x on etäisyys tasapainoasemasta. Tämä on suora (x, F) -koordinaatistossa. Jos siis mitataan heiluriin vaikuttava voima ja heilurin etäisyys tasapainoasemasta erisuuruksilla poikkeamalla ja piirretään mittaustulokset (x, F) -koordinaatistoon, voidaan tutkia, onko heiluri harmoninen värähtelijä: Jos pisteet asettuvat suoralle, voima on harmoninen ja siten värähtelijä on myös harmoninen, ja jos pisteet eivät asetu suoralle, voima ei ole harmoninen eikä värähtelijäkään ole.

Tarkastellaan heilurin punnuksen liikettä sen liikerataa pitkin. Tällä tavalla tarkasteltuna etäisyys tasapainoasemasta on kaarenpituus punnuksesta tasapainoasemaan. Kaarenpituus voidaan selvittää esimerkiksi mittaamalla langan pituus ja mittaamalla heilurin kulma pystytason suhteen eri asennoissa, ja laskeamalla kaarenpituus näiden avulla.

Heilurin punnuksen vaikuttava voima voidaan selvittää kiinnittämällä voimaanturi punnuksen ja mittaamalla voima eri poikkeamilla. 4p (yht. 7p)

Punnuksen vaikuttava liikeradan suuntainen voima on punnuksen painovoiman lankaa vastaan kohtisuora komponentti $G_x = mg \sin(\theta)$, missä m on punnuksen massa, g on putoamiskiihtyvyys ja θ on heilurin kulma pystytasoon nähden. Pienillä kulmilla pätee $\sin(\theta) \approx \frac{s}{\ell}$, missä s on kaarenpituus punnuksesta tasapainoasemaan ja ℓ on heilurin langan pituus. Näin ollen pienillä poikkeamilla $G_x = \frac{mg}{\ell} \cdot s$, eli vakio kertaa etäisyys tasapainoasemasta, eli harmoninen voima. Kun heilurin poikkeama pystytasosta kasvaa suuremmaksi, approksimaatio $\sin(\theta) \approx \frac{s}{\ell}$ ei päde ja voima ei ole enää harmoninen. Näin ollen odotettu lopputulos kokeesta on se, että heiluri on likimain harmoninen pienillä poikkeamilla tasapainoasemasta, mutta se ei ole edes likimain harmoninen suurilla poikkeamilla. 2p (yht. 9p)

Pistetyksestä: Myös yksinkertaisemmasta perustelusta saa luultavasti täydet pisteet.

RATKAISUVAIHTOEHTO 2

Harmoninen värähtely tarkoittaa liikettä, jossa kappaleeseen vaikuttava kokonaisvoima on harmoninen, eli voiman suunta on aina kohti tasapainoasemaa ja sen suuruus on suoraan verrannollinen kappaleen etäisyyteen tasapainoasemasta. 3p (yht. 3p)

Oppikirjoissa sanotaan tyypillisesti, että harmonisen värähtelijän jaksonaika on riippumaton värähtelyn amplitudista. Yleisesti ei päde, että kaikki värähtelijät, joiden jaksonaika on riippumaton amplitudista, olisivat harmonisia, mutta tehtävän heilurin tapauksessa näin on. Tämän perustelemista ei vaadittu ratkaisussa.

Jos heilurin jaksonaika on riippumaton heilahtelun amplitudista, heiluri on harmoninen. Heilurin harmonisuutta voidaan siis tutkia mittaamalla heilahdusaika

erisuuruksilla heilahduskulmilla. Jaksonajan voi mitata esimerkiksi kellottamalla tiettyyn heilahdusten määrään kuluvan ajan ja jakamalla sen heilahdusten määrällä. Mikäli heilahdusajaksi saadaan sama riippumatta siitä, kuinka korkealta heilurin päästä liikkeelle, heiluri on harmoninen värähtelijä. 4p (yht. 7p)

Punnukseen vaikuttava liikeradan suuntainen voima on punnuksen painovoiman lankaa vastaan kohtisuora komponentti $G_x = mg \sin(\theta)$, missä m on punnuksen massa, g on putoamiskiihtyvyys ja θ on heilurin kulma pystytasoon nähden. Pienillä kulmilla pätee $\sin(\theta) \approx \frac{s}{\ell}$, missä s on kaarenpituus punnuksesta tasapainoasemaan ja ℓ on heilurin langan pituus. Näin ollen pienillä poikkeamilta $G_x = \frac{mg}{\ell} \cdot s$, eli vakio kertaa etäisyys tasapainoasemasta, eli harmoninen voima. Kun heilurin poikkeama pystytasosta kasvaa suuremmaksi, approksimaatio $\sin(\theta) \approx \frac{s}{\ell}$ ei päde ja voima ei ole enää harmoninen. Näin ollen odotettu lopputulos kokeesta on se, että heilurin heilahdusaika ei riipu merkittävästi amplitudista, kun amplitudi on pieni, mutta suuremmilla amplitudeilla heilahdusaika ei enää ole edes likimain riippumaton amplitudista. 2p (yht. 9p)

Pistetyksestä: Myös yksinkertaisemmasta perustelusta saa luultavasti täydet pisteet.

RATKAISUVAIHTOEHTO 3

Harmoninen värähtely tarkoittaa liikettä, jossa kappaleeseen vaikuttava kokonaisvoima on harmoninen, eli voiman suunta on aina kohti tasapainoasemaa ja sen suuruus on suoraan verrannollinen kappaleen etäisyydestä tasapainoasemasta. Harmonisessa värähtelyssä värähtelijän etäisyys tasapainoasemasta ajan funktiona on sinifunktio. 3p (yht. 3p)

Heiluri voidaan laittaa heilahtelemaan, ja sen liikettä voidaan kuvata (suurella kuvataajuudella) videolle. Videolta voidaan mitata heilurin poikkeama ajan funktiona ja piirtää poikkeaman x kuvaaja ajan t funktiona (t, x) -koordinaatistoon, ja sovittaa siihen sinimuotoinen sovitefunktio. Jos sovitefunktio sopii mittauspisteisiin hyvin, värähtely on likimain harmonista. 4p (yht. 7p)

Punnukseen vaikuttava liikeradan suuntainen voima on punnuksen painovoiman lankaa vastaan kohtisuora komponentti $G_x = mg \sin(\theta)$, missä m on punnuksen massa, g on putoamiskiihtyvyys ja θ on heilurin kulma pystytasoon nähden. Pienillä kulmilla pätee $\sin(\theta) \approx \frac{s}{\ell}$, missä s on kaarenpituus punnuksesta

tasapainoasemaan ja ℓ on heilurin langan pituus. Näin ollen pienillä poikkeamilla $G_x = \frac{mg}{\ell} \cdot s$, eli vakio kertaa etäisyys tasapainoasemasta, eli harmoninen voima. Kun heilurin poikkeama pystytasosta kasvaa suuremmaksi, approksimaatio $\sin(\theta) \approx \frac{s}{\ell}$ ei päde ja voima ei ole enää harmoninen. Näin ollen odotettu lopputulos kokeesta on se, että heiluri on likimain harmoninen pienillä poikkeamilla tasapainoasemasta, mutta se ei ole edes likimain harmoninen suurilla poikkeamilla. 2p (yht. 9p)

Pisteytyksestä: Myös yksinkertaisemmasta perustelusta saa luultavasti täydet pisteet.

Huom! Värilliset tekstit ovat lisäselityksiä, joita ei vaadita ratkaisussa.

6. Nuppineulat (15 p.)

Aineisto:

6. A [Kuva: Välineet](#)

Metalliset nuppineulasi putoavat lattialle, ja osa niistä päätyy lattialautojen välissä olevaan, 1,5 mm:n levyiseen rakoon, josta niiden noukkiminen sormin ei onnistu.

Miten saat lattiaa vahingoittamatta nuppineulat noukittua lattian raosta, kun käytettävissäsi ovat aineistokuvassa [6. A](#) olevat välineet?

Ratkaisustasi tulee käydä yksityiskohtaisesti ilmi,

- miten käytät valitsemiasi välineitä
- mihin fysiikan ilmiöön tai ilmiöihin ratkaisusi perustuu
- miten voit säädellä ratkaisussasi käyttämäsi menetelmän tehokkuutta
- mitä turvallisuustekijöitä pitää käyttämässäsi menetelmässä ottaa huomioon.

Ratkaisu.

Oletetaan, että metalliset nuppineulat ovat ferromagneettista metallia kuten terästä. Tällöin ne voidaan noukkia lautojen välistä sähkömagneetilla.

Rakennetaan käytettävissä olevista välineistä sähkömagneetti seuraavasti: Kuoritaan saksilla (tai vaihtoehtoisesti kynänteroittimen terällä) sähköjohdon päistä eriste pois siten, että se voidaan kytkeä esim. teipillä paristoon. Kierretään sähköjohdon eristetty osuus rautanaulan ympäri mahdollisimman monta kierrosta. 3p (yht. 3p)

Kytetään sähköjohto pariston napoihin, jolloin sähköjohdon läpi kulkee virta. Kun virta kulkee käämiksi kierretyn sähköjohdon läpi, käämin sisään syntyy magneettikenttä. Käämin sydämenä oleva rautanaula voimistaa syntyvää magneettikenttää, koska rauta on ferromagneettinen aine.

Sähkömagneetin magneettikenttä magnetoi nuppineulat, jolloin ne tarttuvat sähkömagneettiin. 5p (yht. 8p)

Sähkömagneetin voimakkuutta voidaan kasvattaa tai vähentää vastaavasti lisäämällä tai vähentämällä käämin kierrosten lukumäärää. Jos rautanaula korvataan ei-ferromagneettisesta aineesta tehdyllä tangolla, kuten lyijykynällä, saadaan huomattavasti vähemmän voimakas sähkömagneetti. Magneetin voimakkuutta voidaan alentaa myös rajoittamalla sähköjohdossa kulkevaa virtaa vastuksen avulla. Vastus voidaan rakentaa esimerkiksi hajoittamalla lyijykynä, jolloin paljastunut grafiittisydän voidaan kytkeä käämin kanssa sarjaan. Tällöin piirin resistanssi kasvaa ja siinä kulkeva virta pienenee. Tarvittaessa grafiittitanko voidaan katkaista lyhyemmäksi. 4p (yht. 12p)

Rautanaulan vaihtaminen kynään tekisi magneetista niin tehottoman, että sitä tuskin voisi enää käyttää nuppineulojen poimimiseen. Eli periaatteessa menetelmän tehokkuutta voi säätää kynän avulla, mutta se muuttuu tehokkuudeltaan käyttökelvottomaksi. Grafiitin käyttäminen vastuksena aiheuttaisi ongelmia käytännön toteutuksessa, koska grafiitin ja johtimen liitos pitäisi tehdä teipin avulla. Luultavasti grafiitin resistiivisyys sinänsä on riittävän matala tarkoitukseen, joten pieni pätkä grafiittia toimisi kohtuullisen suuruisena vastuksena, mikäli teipillä puristettu liitos vain toimii.

Ilman sarjaan kytkettyä vastusta sähköjohdon läpi kulkee suuri virta, sillä piirin resistanssi on pieni. Tällöin sähköjohto ja paristo voivat kuumentua häiritsevän kuumiksi. Kuumaa sähkömagneettia voi pidellä esimerkiksi käyttämällä lyijykyniä syömäpuikkojen tapaan tai pitelemällä sitä saksien avulla. Joka tapauksessa sähkömagneetin käyttöä kannattaa rajoittaa siten, ettei paristo pääse kuumenemaan liikaa, sillä silloin siitä saattaisi vapautua myrkyllisiä kemikaaleja. 3p (yht. 15p)

Huom! Värilliset tekstit ovat lisäselityksiä, joita ei vaadita ratkaisussa.

7. Radioaktiivinen hajoaminen (15 p.)

Aineisto:

7. A [Kuva: Hajoamiskaavio](#)

7. B [Taulukko: Intensiteetin arvot alumiinikerroksen eri paksuuksille](#)

Cesiumin radioaktiivista isotooppia Cs-137 käytetään muun muassa materiaalien paksuuksien ja virtauksien määrittämiseen teollisuudessa ja syövän hoitoon sairaaloissa. Sitä syntyy ytimien fissioreaktioissa ydinvoimaloissa.

- 7.1. Aineistossa [7. A](#) on esitetty cesiumin radioaktiivisen isotoopin Cs-137 hajoamiskaavio. Mitä säteilyä syntyy siirtymissä a, b ja c? Perustele vastauksesi. (5 p.)
- 7.2. Erään radioaktiivisen lähteen lähettämän 662 keV:n gammasäteilyn vaimenemista alumiinissa tutkittiin lisäämällä lähteen ja säteilynilmaisimen väliin yksitellen 10,0 mm:n vahvuisia alumiinilevyjä ja mittaamalla kussakin vaiheessa säteilyn intensiteetti I fotoneina aikayksikössä. Aineistossa [7. B](#) on esitetty kulloisetkin alumiinilevyjen yhteenlasketut paksuudet ja säteilyn intensiteetit. Esitä mitatut intensiteetit alumiinin paksuuden funktiona, ja sovita mittauspisteisiin intensiteetin kuvaaja $I(x)$, jossa x on alumiinikerroksen paksuus. (5 p.)
- 7.3. Kuinka paksu alumiinikerros tarvitaan siihen, että 662 keV:n gammasäteilyn intensiteetti pienenee kymmenesosaan alkuperäisestä arvostaan? (5 p.)

Ratkaisu.

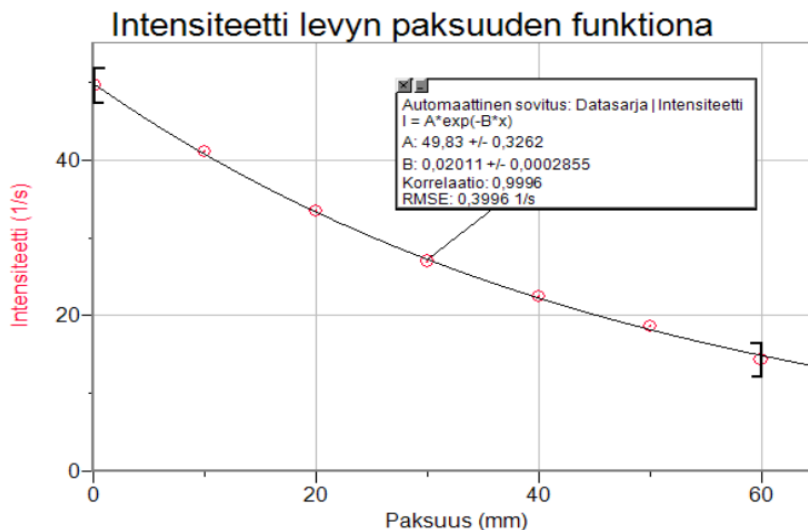
- 7.1 Cesiumin järjestysluku on 55 ja Bariumin järjestysluku on 56, joten hajoamisreaktioissa a ja b järjestysluku kasvaa yhdellä. Näin ollen ne ovat beetamiinus-hajoamisia, ja näin ollen niissä emittoituu beetamiinus-säteilyä eli elektroneja **sekä antineutriinoja**. 3p (yht. 3p)

Hajoamisessa c järjestysluku ja massaluku pysyvät muuttumattomina, joten kyseessä on ytimen viritystilän purkautuminen ja vapautuu gammasäteilyä. 2p (yht. 5p)

- 7.2 Gammasäteilyn vaimenemista väliaineessa kuvaa heikennyslaki

$$I = I_0 e^{-\mu x}.$$

Valitaan sen perusteella sovitefunktioksi eksponenttifunktio.



5p (yht. 5p)

Pisteytyksestä: Täydet pisteet sai oikein tehdystä kuvaajasta, jossa ei ollut puutteita. Vääränlaisen sovitefunktion käytöstä ei saa luultavasti pisteitä, vaikka sovitefunktio sopisikin hyvin mittauspisteisiin (esim. neljännen asteen polynomi).

7.3

RATKAISUVAIHTOEHTO 1

Kohdan 7.2 sovitefunktion nojalla alumiinin vaimennuskertoimen on $\mu = 0,02011 \frac{1}{\text{mm}}$.

1p (yht. 1p)

Ratkaistaan heikennyslaista, kuinka paksu alumiinikerros tarvitaan, jotta intensiteetti pienenee kymmenesosaan, eli $I = 0,1I_0$.

1p (yht. 2p)

$$I = I_0 e^{-\mu x}$$

$$0,1 \cdot I_0 = I_0 e^{-\mu x}$$

$$0,1 = e^{-\mu x}$$

$$\ln(0,1) = -\mu x$$

$$x = \frac{\ln(0,1)}{-\mu} \quad 2p \text{ (yht. 4p)}$$

$$x = 114,49 \dots \text{ mm}$$

$$\approx 114 \text{ mm.}$$

Vastaus: Tarvitaan 114 mm paksu alumiinikerros. 1p (yht. 5p)

RATKAISUVAIHTOEHTO 2

Kohdan 7.2 sovitefunktion nojalla alumiinin vaimennuskerto on $\mu = 0,02011 \text{ 1/mm}$.

1p (yht. 1p) Ratkaistaan heikennyslaista

$$I = I_0 e^{-\mu x},$$

kuinka paksu alumiinikerros tarvitaan, jotta intensiteetti pienenee kymmenesosaan, eli

$$I = 0,1 I_0. \quad \text{1p (yht. 2p)}$$

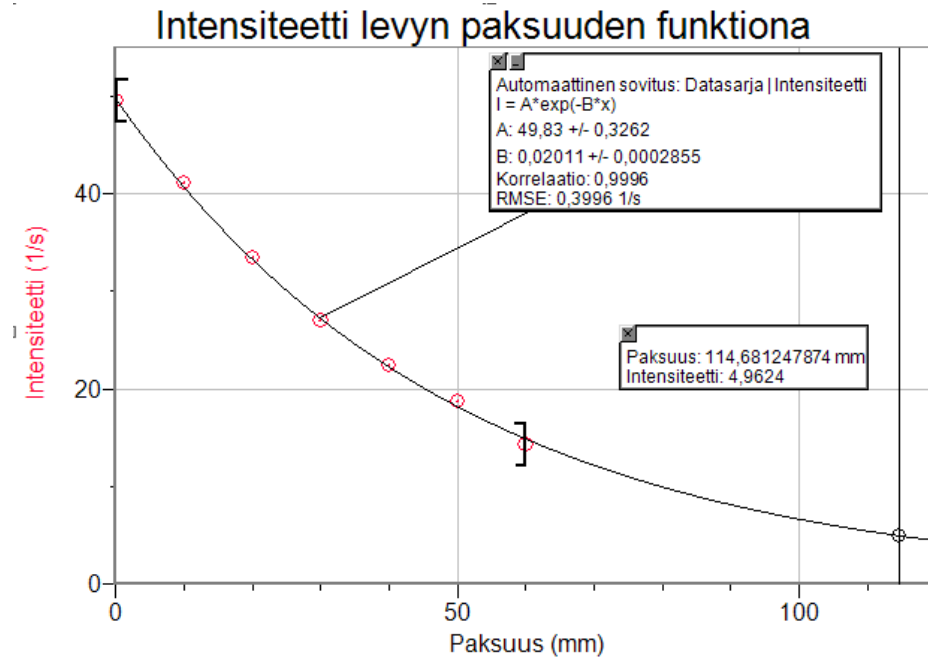
CAS-ohjelman yhtälöryhmän ratkaisutoiminnolla:

$$\begin{aligned} x &= \frac{2,30258 \dots}{\mu} \quad \text{2p (yht. 4p)} \\ &= 114,49 \dots \text{ mm} \approx 114 \text{ mm}. \end{aligned}$$

Vastaus: Tarvitaan 114 mm paksu alumiinikerros. 1p (yht. 5p)

RATKAISUVAIHTOEHTO 3

Mittausdatasta nähdään, että ilman alumiinilevyä intensiteetti on $49,6 \frac{1}{s}$. Siitä kymmenesosa on $4,96 \frac{1}{s}$. 1p (yht. 1p) Luetaan kuvaajasta, kuinka paksu alumiinilevy tarvitaan, jotta intensiteetti on tämä.



3p (yht. 4p)

Tarvittavaksi alumiinilevyn paksuudeksi saadaan siis

$$x = 114,68 \dots \text{ mm} \approx 115 \text{ mm}.$$

Vastaus: Tarvitaan 115 mm paksu alumiinikerros. 1p (yht. 5p)

Huom! Vastaus saattaa hieman heittää riippuen sovituksien käytetystä ohjelmasta sekä siitä, laskiko paksuuden heikennyslain avulla vai lukiko sen kuvaajasta.

Huom! Värilliset tekstit ovat lisäselityksiä, joita ei vaadita ratkaisussa.

8. Apollo 11 (15 p.)

Apollo 11 -kuulennolla heinäkuussa 1969 komento-, huolto- ja kuumuodulin yhdistelmä asettui kiertämään Kuuta likimain ympyrän muotoiselle radalle, jonka korkeus Kuun pinnasta oli 110 km. Kun lennon alusta oli kulunut aikaa 100 h 12 min, kuumuoduli irrotettiin moduuliyhdistelmästä, ja se vei Neil Armstrongin ja Edwin Aldrinin Kuun pinnalle. Michael Collins jäi kiertämään Kuuta komento- ja huoltomodulissa. Kuussa käynnin jälkeen kuumuoduli telakoitui takaisin komento- ja huoltomoduliin. Tällöin lennon alusta oli kulunut aikaa 128 h 3 min.

8.1. Kuinka monta kertaa Collins ehti kiertää Kuun yksinään? (10 p.)

8.2. Selitä, miksi Collins koki olevansa painoton kiertäessään Kuuta. (5 p.)

Ratkaisu.

8.1

$$\gamma = 6,67428 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2}$$

$$\text{Kuun massa: } M = 7,348 \cdot 10^{22} \text{ kg}$$

$$\text{Kuun säde: } R = 1738,2 \text{ km}$$

$$h = 110 \text{ km}$$

Collins oli yksinään moduulissa ajan

$$\Delta t = 128 \text{ h } 3 \text{ m} - 100 \text{ h } 12 \text{ min}$$

$$= 27 \text{ h } 51 \text{ min}$$

$$= 100260 \text{ s. } \quad \text{1p (yht. 1p)}$$

Selvitetään moduulin kiertoaika Kuun ympäri. Kuun säde on R ja moduuli oli korkeudella h Kuun pinnasta, joten moduulin radan säde on

$$r = R + h = 1848,2 \text{ km} = 1848200 \text{ m. } \quad \text{1p (yht. 2p)}$$

Newtonin 2. lain perusteella moduulin liikeyhtälö on

$$\begin{aligned}\sum \bar{F} &= m\bar{a} \\ \bar{G} &= m\bar{a}_n \\ G &= ma_n \\ \gamma \frac{mM}{r^2} &= m \frac{v^2}{r} \quad \text{3p (yht. 5p)}\end{aligned} \quad (8.1)$$

Rata on ympyrän muotoinen, joten yhden kierroksen aikana kuljettu matka on $2\pi r$. Näin ollen

$$v = \frac{2\pi r}{T}, \quad \text{1p (yht. 6p)} \quad (8.2)$$

missä T on kierrosaika. Ratkaistaan kierrosaika yhtälöistä (8.1) ja (8.2):

$$\begin{aligned}T &= 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{\gamma M}} \quad \text{3p (yht. 9p)} \\ &= 7128,801 \dots \text{ s}\end{aligned}$$

Collins siis kiersi Kuun yksinään

$$\frac{\Delta t}{T} = 14,0640 \dots \approx 14 \text{ kertaa}$$

Vastaus: Collins ehti kiertää Kuun yksinään 14 kertaa. 1p (yht. 10p)

8.2 Collins ja moduuli olivat molemmat gravitaation alaisessa kiertoliikkeessä, eli Kuun painovoima aiheutti Collinsille ja häntä ympäröivälle moduulille saman kiihtyvyyden samaan suuntaan. Toisaalta moduuli ei myöskään kohdistanut Collinsiin merkittävää painovoimaa. Näin ollen moduulin lattia ei siis kohdistanut Collinsiin tukivoimaa. 3p (yht. 3p)

Painon kokemus syntyy painovoiman kanssa vastakkaisen tukivoiman tuntemuksesta sekä siitä, että näkee putoavansa ympäristön suhteen. Kuuta kiertävässä moduulissa näitä ei ole, joten Collins koki olevansa painoton. 2p (yht. 5p)

9. Pysäköintitutka (20 p.)

Aineisto:

9. A [Kuva: Pysäköintitutkan toimintaperiaate](#)

Pysäköintitutka on ajoneuvon pysäköintiä avustava järjestelmä. Se toimii ajoneuvon perä- tai etuosassa olevien ultraäänilaitteiden lähettämien ultraäänipulssien avulla. Yksinkertaisessa järjestelmässä laite ei pysty samanaikaisesti sekä lähettämään että vastaanottamaan ultraäänisignaalia. Sen sijaan se lähettää tasaisin välein ultraäänipulsseja ja rekisteröi pulssien välisinä aikoina ympäristöstä tulevaa samantaajuisia ultraääntä (katso kuva [9. A](#)). Järjestelmä määrittää pulssien avulla etäisyyden esteeseen, ja mikäli este on lähellä ajoneuvoa, kuljettajaa varoitetaan.

- 9.1. Erään laitteen valmistaja ilmoittaa, että etäisyyden esteeseen pitää olla vähintään 15 cm, jotta laite havaitsee sen luotettavasti. Esteen maksimietäisyys riippuu laitteen herkkyydestä. Selitä lyhyesti, miten etäisyysmittaus ultraäänilaitteella toimii. Kerro myös, miksi mittaus ei toimi, jos etäisyys on liian lyhyt tai liian pitkä. (7 p.)
- 9.2. Määritä ultraäänipulssin kesto ja itse ultraäänien aallonpituus ja taajuus, jos yhdessä pulssissa on 90 värähtelyjaksoa ja luotettavien mittausten minimietäisyys on 15 cm. Ilman lämpötila on 20,0 °C. (6 p.)
- 9.3. Äänen nopeus ilmassa on verrannollinen ilman lämpötilan neliöjuureen, eli $v \sim \sqrt{T}$. Minimietäisyys on 15 cm, kun lämpötila on 20,0 °C. Määritä luotettavien mittausten minimietäisyyden muutos, kun ilman lämpötila nousee 45,0 °C:een. Kuinka suuri on ultraäänien aallonpituuden suhteellinen muutos? Muuttuuko ultraäänipulssin kesto?

Ratkaisu.

- 9.1 Etäisyysmittauksessa laite lähettää lyhyen ultraäänipulssin. Ultraäänipulssi heijastuu ympäristössä olevista esteistä ja heijastunut pulssi päättyy takaisin laitteen luokse, jolloin laite havaitsee sen. Laite mittaa, kuinka pitkä aika Δt kuluu pulssin lähettämisestä heijastuneen pulssin havaitsemiseen. Kun pulssin nopeus v ilmassa tunnetaan, matka $s = v\Delta t$ on siis matka laitteesta esteeseen ja takaisin, eli auton etäisyys esteeseen on matka $s/2$. 3p (yht. 3p)

Jos matka esteeseen on liian pitkä, pulssi ehtii vaimentua liikaa ennen laitteen palaamista, jolloin laitteen herkkyys ei riitä havaitsemaan heijastunutta pulssia luotettavasti. 2p (yht. 5p)

Jos matka esteeseen on liian lyhyt, heijastunut pulssi saapuu takaisin laitteelle ennen kuin laite on ehtinyt lähettää pulssin kokonaan, jolloin laite ei erota heijastunutta pulssia lähetetystä pulssista ja siksi mittaus ei toimi luotettavasti.

2p (yht. 7p)

- 9.2 Jos luotettavien mittausten minimietäisyys on $d_{20} = 15 \text{ cm}$, pulssin kesto on sama kuin aika, joka ultraääneltä kestää kulkea edestakainen matka $s = 2d_{20} = 30 \text{ cm} = 0,30 \text{ m}$. Äänen nopeus ilmassa lämpötilassa 20°C on $v_{20} = 343 \text{ m/s}$, joten pulssin kesto on siis

$$\Delta t = \frac{s}{v_{20}} = 0,8746 \dots \cdot 10^{-3} \text{ s} = 0,8746 \dots \text{ ms} \approx 0,87 \text{ ms.} \quad \text{2p (yht. 2p)}$$

Tehtävänannon mukaan pulssissa on $n = 90$ värähtelyjaksoa, joten ultraäänen taajuus on siis

$$f = \frac{n}{\Delta t} = 102900 \text{ Hz} \approx 103 \text{ kHz.} \quad \text{2p (yht. 4p)}$$

Aaltoliikkeen perusyhtälöstä saadaan ratkaistua aallonpituus:

$$\begin{aligned} v_{20} &= f \lambda_{20} \\ \lambda_{20} &= \frac{v_{20}}{f} \\ &= 0,00333 \dots \text{ m} \\ &\approx 3,3 \text{ mm.} \quad \text{2p (yht. 6p)} \end{aligned}$$

Vastaus: Pulssin kesto on $0,88 \text{ ms}$ ja ultraäänen taajuus on 103 kHz ja aallonpituus on $3,3 \text{ mm}$.

- 9.3 Ultraäänipulssin kesto $\Delta t = 0,8746 \dots \cdot 10^{-3} \text{ s}$ riippuu laitteesta eikä siis muutu lämpötilan muuttuessa. 2p (yht. 2p)

Luotettavien mittausten minimietäisyys kohdan 9.2 tapaan puolet siitä matkasta, jonka ultraääni kulkee pulssin keston aikana. Selvitetään sen laskemiseksi äänen nopeus ilmassa 45°C lämpötilassa.

$$v_{20} = 343 \text{ m/s}$$

$$T_{20} = 20 \text{ }^\circ\text{C} = 293,15 \text{ K}$$

$$T_{45} = 318,15 \text{ K.}$$

Tehtävänannon mukaan äänen nopeus ilmassa on suoraan verrannollinen lämpötilan neliöjuureen, joten saadaan verranto:

$$\begin{aligned} \frac{v_{45}}{v_{20}} &= \frac{\sqrt{T_{45}}}{\sqrt{T_{20}}} \\ v_{45} &= \frac{\sqrt{T_{45}}}{\sqrt{T_{20}}} \cdot v_{20} \\ &= 357,326 \dots \text{ m/s} \end{aligned}$$

Lasketaan luotettava minimietäisyys lämpötilassa 45°:

$$d_{45} = \frac{v_{45} \Delta t}{2} = 0,15626 \dots \text{ m} = 15,626 \dots \text{ cm}$$

Luotettavien mittausten minimietäisyyden muutos on siis

$$d_{45} - d_{20} = 0,626 \dots \text{ cm} \approx 0,63 \text{ cm.} \quad \text{3p (yht. 5p)}$$

Ultraäänen taajuus riippuu vain äänilähteestä, joten aallonpituuden suhteellinen muutos on

$$\begin{aligned} \frac{\lambda_{45} - \lambda_{20}}{\lambda_{20}} &= \frac{\frac{v_{45}}{f} - \frac{v_{20}}{f}}{\frac{v_{20}}{f}} \\ &= 0,041768 \dots \\ &= 4,176 \dots \% \\ &\approx 4,2\% \quad \text{2p (yht. 7p)} \end{aligned}$$

Vastaus: Luotettavien mittausten minimietäisyyden muutos on 0,63 cm, ultraäänen aallonpituuden suhteellinen muutos on 4,2% ja pulssin kesto ei muutu.

10. Lentävä rengas (20 p.)

Aineisto:

- 10. A [Video: Ensimmäinen koe](#)
- 10. B [Video: Toinen koe](#)
- 10. C [Video: Kolmas koe](#)

Aineistoissa [10. A](#), [10. B](#) ja [10. C](#) on videot kolmesta kokeesta. Kokeissa käytetään käämiä, joka koostuu 600 lankakierroksesta. Käämin sydämenä on rautatanko. Käämi on kytketty sarjaan tasajännitelähteen ja kytkimen kanssa. Ensimmäisessä kokeessa käämin päälle asetetaan alumiinirengas, jonka jälkeen käämiin kytketään sähkövirta. Toisessa kokeessa sama toistetaan katkaistulla alumiinirenkaalla. Kolmannessa kokeessa käytetään ehjää alumiinirengasta, joka on jäähdetty nestetyyppellä.

- 10.1. Selitä, miksi ensimmäisen kokeen (video [10. A](#)) rengas lennähtää ylös, kun käämiin kytketään sähkövirta. (6 p.)
- 10.2. Selitä, miksi toisen kokeen (video [10. B](#)) katkaistu rengas ei lennähdä ylös. (3 p.)
- 10.3. Selitä, miksi kolmannen kokeen (video [10. C](#)) jäähdetty rengas lennähtää korkeammalle kuin ensimmäisen kokeen rengas. (3 p.)
- 10.4. Selitä yksityiskohtaisesti, mitä rautatangossa tapahtuu, kun käämiin kytketään sähkövirta. (4 p.)
- 10.5. Lentäisikö alumiinirengas yhtä korkealle ensimmäisessä kokeessa (video [10. A](#)), jos käämin sydämenä oleva rautatanko korvattaisiin messinkitangolla? Perustele vastauksesi. (4 p.)

Ratkaisu.

- 10.1 Kun kytkin suljetaan, käämissä alkaa kulkea sähkövirta. Käämissä kulkeva sähkövirta taas aiheuttaa magneettikentän. Käämin sisällä kenttäviivat ovat käämin akselin ja siten myös rautasydämen pituusakselin suuntaisia. Ferromagneettisena aineena rauta vahvistaa magneettikenttää merkittävästi.

Rautasydämessä oleva voimakas magneettikenttä läpäisee myös sen ympärille asetetun alumiinirenkaan. Koska kenttä syntyy nopeasti kytkimen sulkemisen seurauksena, on magneettivuon muutosnopeus alumiinirenkaan läpi suuri. Tällöin induktiolain mukaisesti alumiinirenkaaseen indusoituu jännite 2p (yht. 2p) ja edelleen virta, joka aiheuttaa magneettikentän. Lenzin laista seuraa, että

alumiinirenkaaseen indusoituneen virran aiheuttama magneettikenttä on vastakkaissuuntainen induktion aiheuttaneeseen käämin magneettikenttään nähden. 2p (yht. 4p)

Kun käämin ja alumiinirenkaan aiheuttamat magneettikentät niitä yhdistävässä rautasydämessä ovat vastakkaissuuntaiset, kohdistuu alumiinirenkaaseen ja käämiin toinen toisiaan hylkivät voimat. Käämi lepää pöytää vasten, joten se pysyy paikallaan, mutta alumiinirengas saa kiihtyvyyden pois päin käämistä, eli ylöspäin ja lentää siksi ilmaan. 2p (yht. 6p)

Miksi em. vastakkaissuuntaisista magneettikentistä seuraa, että alumiinirengas ja käämi hylkivät toisiaan eivätkä sitä vastoin vedä toisiaan puoleensa? Huomaa, että sekä alumiinirengas että käämi synnyttävät magneettikentät, jotka ovat muodoltaan samanlaiset kuin kestopagneetilla. Koska magneettikentät suuntautuvat kuitenkin alumiinirenkaassa ja käämissä vastakkaisiin suuntiin, on tilanne sama kuin silloin, kun kaksi kestopagneettia asetetaan saman nimiset navat vastakkain (pohjoisnapa pohjoisnapaa kohti tai etelänapa etelänapaa kohti). Tunnetusti siinä tilanteessa kestopagneetit hylkivät toisiaan ja siten tässä tilanteessa alumiinirengas ja käämi hylkivät toisiaan.

10.2 Katkaistu alumiinirengas ei muodosta suljettua virtapiiriä ja siten siinä ei pääse kulkemaan sähkövirtaa. Näin ollen, kun kytkin suljetaan, rautasydämen magneettikenttä kyllä muuttuu ja muutos aiheuttaa jännitteen alumiinirenkaaseen, mutta ei sähkövirtaa. Koska alumiinirenkaassa ei kulje virtaa, ei se myöskään aiheuta magneettikenttää eikä silloin synny hylkivää voimaakaan. 3p (yht. 3p)

10.3 Videoiden A ja C tilanteissa ainoa ero on, että rengas on jäähdytetty. Käämin aiheuttama alumiinirenkaan läpäisevän magneettivuon muutosnopeus $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ on siten molemmissa tilanteissa sama. Siten myös alumiinirenkaaseen indusoituva jännite e on sama, koska induktiolain mukaan

$$e = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}.$$

Koska videon C tilanteessa alumiinirenkaan lämpötila on alhaisempi, on alumiinirenkaan resistanssi pienempi. Näin ollen indusoitunut jännite e aiheuttaa tilanteessa C suuremman sähkövirran, koska Ohmin lain mukaisesti

$$e = RI,$$

josta

$$I = \frac{e}{R}.$$

Koska alumiinirenkaaseen indusoitunut virta on suurempi, on myös sen aiheuttama magneettikenttä voimakkaampi ja siten videon C tilanteessa alumiinirenkaaseen kohdistuu suurempi voima, jolloin se saa suuremman kiihtyvyyden ja lentää korkeammalle. 3p (yht. 3p)

10.4 Kun käämiin kytketään sähkövirta, aiheutuu käämin sisään rautasydämen pituusakselin suuntainen magneettikenttä. Rauta on ferromagneettinen aine, joten tämä ulkoinen magneettikenttä saa rautasydämen alkeismagneettien magneettiset momentit suuntautumaan siten, että ne vahvistavat ulkoista magneettikenttää. 4p (yht. 4p)

10.5 Rauta on ferromagneettinen aine, kun taas messinki ei ole. 1p (yht. 1p) Ferromagneettisena aineena rauta vahvistaa voimakkaasti rautasydämen sisällä olevaa magneettikenttää. Siten rautasydämen tapauksessa alumiinirenaan läpäisevä magneettivuon muutos on suurempi kuin messinkitankoa käytettäessä. 2p (yht. 3p) Näin ollen myös alumiinirenkaaseen indusoituva jännite, virta ja edelleen alumiinirenkaaseen kohdistuva voima ovat suurempia. Siten alumiinirengas lentää korkeammalle rautasydäntä käytettäessä kuin jos käytettäisiin messinkitankoa. 1p (yht. 4p)

Huom! Värilliset tekstit ovat lisäselityksiä, joita ei vaadita ratkaisussa.

11. Galaksi (20 p.)

Aineisto:

11. A [Teksti: Lehdistötiedote](#)
 11. B [Kuva: Galaksin punasiirtymä](#)

11.1. Lehdistötiedotteessa [11. A](#) kerrotaan etäisen galaksin GN-z11 löytymisestä vuonna 2016. Vastaa aineiston luettuasi seuraaviin kysymyksiin lyhyesti. (6 p.)

- Kuinka vanha on tuntemamme maailmankaikkeus?
- Mistä aiheutuu kaukaisten galaksien lähettämän valon kosminen punasiirtymä?
- Mistä tutkijat päättävät, että GN-z11 on kasvuvaiheessa oleva nuori galaksi?

11.2. Vuonna 2016 havaittu galaksi GN-z11 on yksi kaukaisimmista tunnetuista galakseista. Kosmologiassa suuret etäisyydet ilmaistaan kosmisen punasiirtymän avulla. Punasiirtymän mittana käytetään suuretta $z = \frac{\lambda_h - \lambda}{\lambda}$, jossa λ_h on mittaustauksissa havaittu aallonpituus ja λ galaksin lähettämän säteilyn aallonpituus. Kuva [11. B](#) esittää suureen z arvon mittaustulosta galaksin GN-z11 tapauksessa.

Mihin aallonpituuden arvoon arvioit vedyn spektrin Lymanin α -viivan (aallonpituus 121,57 nm) siirtyneen havaitussa spektrissä? (6 p.)

11.3. Sähkömagneettisen säteilyn Dopplerin lain mukaan $\lambda_h = \lambda \sqrt{\frac{1 + \frac{v}{c}}{1 - \frac{v}{c}}}$, jossa v on galaksin loittonemisnopeus ja c valonnopeus.

Määritä galaksin GN-z11 loittonemisnopeus ja Hubblen lain $v = H_0 d$ avulla galaksin etäisyys d . ($H_0 = 22 \frac{\text{km/s}}{\text{Mly}}$) (8 p.)

Ratkaisu.

11.1 Aineiston mukaan galaksi GN-z11 nähtiin sellaisena, kuin se oli 13,4 miljardia vuotta sitten, jolloin alkuräjähdyksestä oli kulunut 400 miljoonaa vuotta, eli 0,4 miljardia vuotta. Näin ollen alkuräjähdyksestä on kulunut nyt noin 13,8 miljardia vuotta, eli tuntemamme maailmankaikkeus on 13,8 vuotta vanha. 2p (yht. 2p)

Aineiston mukaan kaukaisten galaksien lähettämän valon kosminen punasiirtymä aiheutuu maailmankaikkeuden laajenemisesta. Galaksien lähettämät valon aallonpituudet pidentyvät eli siirtyvät punaisen valon aallonpituuden suuntaan valon kulkiessa galaksista laajenevan maailmankaikkeuden läpi teleskooppeihimme. 2p (yht. 4p)

Etäisyysmittauksen avulla saatiin selville, kuinka kaukana galaksi GN-z11 on, mistä puolestaan voitiin päätellä, että teleskoopeilla havaittu galaksi nähtiin sellaisena, kuin se oli 13,4 miljardia vuotta sitten, eli aineiston mukaan vain noin 200–300 miljoonaa vuotta ensimmäisten tähtien syntymisen jälkeen. Tästä voitiin päätellä, että galaksi on nuori. 1p (yht. 5p) Toisaalta siitä, että galaksi GN-z11 on nuoresta iästä huolimatta riittävän kirkas havaittavaksi, voitiin aineiston mukaan päätellä, että galaksi on kasvuvaiheessa. 1p (yht. 6p)

- 11.2 Aineiston kuvaajasta nähdään, että suurin suhteellinen todennäköisyys on punasiirtymän arvoilla $11 < z < 11,05$, joten arvioidaan punasiirtymän arvoksi

$$z = \frac{11 + 11,05}{2} = 11,025. \quad \text{2p (yht. 2p)}$$

Pisteytyksestä: Luultavasti ainakin arvot väliltä 11,00 – 11,05 hyväksytään.

Ratkaistaan havaittu aallonpituus λ_h , kun galaksin lähettämä aallonpituus on $\lambda = 121,57 \text{ nm}$.

$$z = \frac{\lambda_h - \lambda}{\lambda}$$

$$\lambda_h = \lambda(z + 1) \quad \text{2p (yht. 6p)} \quad \leftarrow \text{CAS-ohjelmalla}$$

$$\lambda_h = 1461,87925 \text{ nm}$$

$$\lambda_h \approx 1460 \text{ nm}.$$

Vastaus: Vedyn spektrin Lymanin α -viiva on siirtynyt aallonpituuteen 1460 nm.

2p (yht. 6p)

11.3

$$H_0 = 22 \frac{\text{km/s}}{\text{Mly}}$$

$$\lambda = 121,57 \text{ nm}$$

$$\lambda_h = 1461,87925 \text{ nm}$$

$$c = 2,99792458 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Huom! 1 Mly on siis yksi megavalovuosi, eli 10^6 valovuotta. Valovuosi on matka, jonka valo kulkee vuodessa tyhjiössä ja sen arvo $1 \text{ ly} = 9,46073 \cdot 10^{15}$ löytyy taulukosta.

Ratkaistaan galaksin GN-z11 etäisyys tehtävänannon yhtälöistä

$$\lambda_h = \lambda \sqrt{\frac{1 + \frac{v}{c}}{1 - \frac{v}{c}}}$$

$$v = H_0 d.$$

Ratkaisemalla yhtälöpari CAS-ohjelman toiminnolla saadaan

$$d = \frac{c \cdot (\lambda_h^2 - \lambda^2)}{H_0 \cdot (\lambda_h^2 + \lambda^2)} \quad \text{2p (yht. 2p)}$$

$$= 1,2714 \dots \cdot 10^{26} \text{ m}$$

$$\approx 1,3 \cdot 10^{26} \text{ m} \quad \text{2p (yht. 4p)}$$

Huom! Etäisyyden voi antaa myös esimerkiksi megavalovuosien avulla, jolloin vastaus on $d = 13439,74 \dots \text{ Mly} \approx 13000 \text{ Mly}$.

ja

$$v = \frac{c \cdot (\lambda_h^2 - \lambda^2)}{\lambda_h^2 + \lambda^2} \quad \text{2p (yht. 6p)}$$

$$= 2,9567444 \dots \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

$$= 0,9862 \dots c$$

$$\approx 0,99c. \quad \text{2p (yht. 8p)}$$

Huom! Loittonemisnopeuden voi antaa myös metreinä sekunnissa, mutta tässä tapauksessa muoto $0,99c$ on selkeämpi ja nopeuden pyöristäminen arvoon $3,0 \cdot 10^8 \text{ m/s}$, joka on yli valonnopeuden, olisi epätasmoista.

Vastaus: Galaksin GN-z11 loittonemisnopeus on $0,99c$ ja etäisyys on $1,3 \cdot 10^{26} \text{ m}$.

Huom! Värilliset tekstit ovat lisäselityksiä, joita ei vaadita ratkaisussa.